

**O NOUA ABORDARE A PROBLEMATICII  
INFASURARII SUPRAFETELOR, BAZATA PE  
METODE DE REPREZENTARE IN FORMA  
DISCRETA A SUPRAFETELOR, IN VEDEREA  
ALGORITMIZARII SI INFORMATIZARII  
PROFILARII SCULELOR GENERATOARE**

**Raport final grant ID\_656  
Contract 238/2007**

**Colectiv: prof. dr. ing. Nicolae OANCEA  
prof. dr. ing. Vasile MARINESCU  
ș.l. dr. ing. Virgil Gabriel TEODOR  
cercet. dr. ing. Marian CUCU  
cercet. drd. ing. Ionut POPA  
cercet. drd. ing. Gabriel DURA**

**Anii 2007-2010**

## Cuprins

<b>Obiectivul 1. Elaborarea unor modele de reprezentare în formă discretă a suprafețelor generate prin înfășurare, ca rezultat al informațiilor obținute prin OMM, prin descrierea numerică a unei generatoare efective a suprafeței.....</b>	<b>1</b>
1.1. Completarea informațiilor privind modalitățile de măsurare prin mijloace specifice OMM și analiza a suprafețelor (cercetare bibliografică) .....	1
1.2. Elaborarea de modele pentru descrierea în formă discretă a suprafețelor.....	13
1.3. Aplicarea metodologiei de reprezentare discretă a suprafețelor .....	25
<b>Obiectivul 2. Sinteza unor modalități de reprezentare prin poli a matricelor de coordonate reprezentând generatoare exprimate în formă discretă a suprafețelor generate, ca metoda de apreciere rapidă și riguroasă a formei efective a generatoarei suprafeței .....</b>	<b>33</b>
2.1. Forme de reprezentare prin poli a generatoarei suprafeței cilindrice .....	33
2.2. Elaborarea unor algoritmi pentru identificarea nivelului de eroare a reprezentării prin poli a generatoarei suprafețelor .....	40
2.3. Modele de aproximare prin poli a profilurilor generate prin înfășurare prin metoda rulării .....	43
2.4. Aplicații pentru suprafețele active ale sculelor aschietoare (burghie elicoidale).....	90
2.5. Elaborarea de produse soft specifice .....	102
<b>Obiectivul 3. Elaborarea unui model de predicție și compensare a erorii de generare a suprafeței de prelucrat prin simularea unei suprafețe țintă fictivă și profilarea corectivă a sculei în raport cu acest model fictiv al suprafeței de generat, prin metode de reprezentare discretă .....</b>	<b>114</b>
3.1. Elaborarea unor modele de predicție a mărimii erorii de generare .....	114
3.2. Crearea unor modele fictive ale suprafeței de generat, ca suprafețe țintă pentru profilarea sculelor generând prin rulare.....	121
<b>Obiectivul 4. Extinderea modelelor de reprezentare în formă discretă a suprafețelor la profilarea sculelor pentru corecția de formă a suprafețelor active ale sculelor cu canale elicoidale, în scopul modificării formei muchiilor de așchiere și a geometriei tăișurilor, în scopul acordării capacității de așchiere a sculei cu un obiectiv propus.....</b>	<b>143</b>
4.1. Extinderea algoritmilor de profilare la corecția de formă a canalelor burghiilor elicoidale în vederea realizării unor caracteristici geometrice impuse ale tăișurilor principale .....	143
4.2. Extinderea algoritmilor de profilare la corecția de formă a suprafețelor de așezare ale burghiilor elicoidale .....	159
<b>Obiectivul 5. Elaborarea unor algoritmi capabili a estima riguros și rapid condițiile de înfășurare exprimate în formă discretă prin metoda tangentei.....</b>	<b>164</b>
5.1. Elaborarea de algoritmi pentru profilarea de corecție a sculelor care generează prin înfășurare prin metoda rulării .....	164
5.2. Elaborarea de produse soft specifice .....	201

<b>Obiectivul 6. Elaborarea unor algoritmi pentru profilarea de corecție a sculelor generatoare a suprafețelor generate prin înfășurare prin metoda rulării în scopul compensării erorilor de generare, cu aplicații la generarea cu scule de tip pieptene și cuțit-roată.....</b>	<b>206</b>
6.1. Sinteza unui algoritm pentru profilarea corectivă a sculelor de tip pieptene....	206
6.2. Sinteza unui algoritm pentru profilarea corectivă a sculelor de tip cuțit-roată .....	218
6.3. Produse soft specifice pentru profilarea corectivă a sculelor generatoare prin înfășurare prin metoda rulării .....	227
<b>Obiectivul 7. Elaborarea unor algoritmi pentru profilarea de corecție a suprafețelor generate prin înfășurare cu aplicații la profilarea sculelor generatoare cu contact punctiform (scula melc), prin metode de reprezentare discretă.....</b>	<b>252</b>
7.1. Sinteza de algoritmi pentru profilarea corectivă a sculelor de tip melc.....	252
7.2. Elaborarea de produse soft (Produs soft pentru profilarea suprafețelor periferice primare ale sculelor generatoare prin înfășurare cu contact punctiform – freza melc) .....	272
<b>Obiectivul 8. Elaborarea unor algoritmi pentru profilarea corectivă a sculelor mărginite de suprafețe periferice primare de revoluție (scula disc, scula cilindro-frontală, scule inelare) în scopul corecției suprafețelor elicoidale generate pe mașini unelte.....</b>	<b>287</b>
8.1. Sinteza unor algoritmi pentru profilarea sculei de tip disc .....	287
8.2. Sinteza unor algoritmi pentru profilarea sculei cilindro-frontale .....	302
8.3. Sinteza unor algoritmi pentru profilarea sculei cilindrice (scula de rabotat)....	310
8.4. Modelarea prin polinoame Bezier a profilului sculei inelare cuprinzătoare....	315
8.5. Scula inelară frontală .....	325
<b>Obiectivul 9. Sinteza unor modalități de reprezentare prin poli a matricelor de coordonate reprezentând suprafețe exprimate în formă discretă .....</b>	<b>344</b>
9.1. Forme de reprezentare prin poli a suprafeței elicoidale cilindrice .....	344
9.2. Elaborarea de produse soft specifice .....	369
<b>Obiectivul 10. Elaborarea unui model de predicție și compensare a erorii de generare a suprafeței în cazul aproximării prin poli a suprafețelor (cazul profilării suprafețelor elicoidale cilindrice de pas constant).....</b>	<b>387</b>
10.1. Algoritm de modelare pentru aproximarea prin poli a suprafețelor elicoidale cilindrice .....	387
10.2. Elaborarea de produse soft specifice .....	390
<b>Obiectivul 11. Sinteza unor produse soft specializate, pentru profilarea sculelor generatoare a suprafețelor elicoidale cilindrice complexe, bazate pe reprezentarea în formă discretă a suprafețelor (reprezentare poliedrală sau prin poli) .....</b>	<b>396</b>
11.1. Metoda prezentării poliedrale a suprafețelor.....	396
11.2. Ajustarea formei suprafeței măsurate .....	398
11.3. Profilarea sculei disc .....	399
11.4. Profilarea sculei cilindro-frontală .....	407
11.5. Elaborarea unui produs informatic specializat.....	418

# Obiectivul 1. Elaborarea unor modele de reprezentare în formă discretă a suprafețelor generate prin înfășurare, ca rezultat al informațiilor obținute prin OMM, prin descrierea numerică a unei generatoare efective a suprafeței

## 1.1. COMPLETAREA INFORMATIILOR PRIVIND MODALITĂȚILE DE MĂSURARE PRIN MIJLOACE SPECIFICE OMM ȘI ANALIZA A SUPRAFETELOR (CERCETARE BIBLIOGRAFICĂ)

Perfecționarea fabricației în sensul mării preciziei de prelucrare presupune, din ce în ce mai mult, sinteza unor modele pentru predicția și compensarea soft a erorilor de generare: modele analitice [18], [40], modelări bazate pe algoritmi genetici [13], de asemenea, metode bazate pe rețele neuronale polinomiale (polynomial neural network-PNN) [5], utilizând sisteme de măsurare pe mașina-unealtă (on-machine-measurement - OMM) [5], în scopul compensării erorilor, întregul sistem fiind integrat, CAD/CAM/CAI.

Au fost dezvoltate [38] metode de compensare a erorilor prin dezvoltarea unor programe de generare a unor căi alternative de deplasare a sculelor, asigurându-se prin reducerea mărimii forței de așchiere o reducere a erorilor de până la 90% [38] [35] [36].

Au fost creați algoritmi [20] în scopul determinării optime a poziției sculei așchietoare, pentru mașini-unelte multiax, integrate unor sisteme CAD/CAM [37] în scopul compensării erorilor, utilizând și senzori cu mai multe grade de libertate (multi – DOF – degree-of-freedom) [18], de asemenea, pentru proiectarea curbelor și suprafețelor prin modelare grafică interactivă 3D, care sunt approximate prin metode de interpolare [19], în scopul reconstrucției formei suprafeței.

S-au dezvoltat simulatoare geometrice [31] care au legături (linkuri) cu simulatoare fizice bazate pe procesele de modelare a proceselor de așchiere (figura 1.

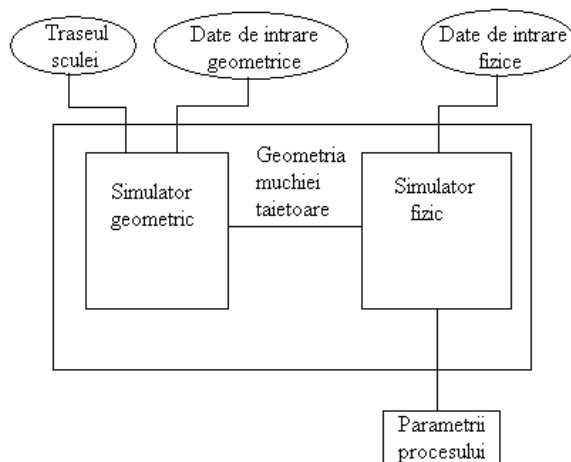


Figura 1. 1. Simulator de proces bazat pe modelare geometrică

1.). Simulatorul fizicii procesului constă din modele ale forței de așchiere pentru diferite situații posibil existente. Fiecare model, bazat pe cunoștințe empirice sau semi-empirice, folosește ca date de intrare ieșirile simulatorului geometric. Se pot obține, astfel, modelări ale parametrilor procesului de așchiere, pornind de la considerente pur geometrice. Adesea, simulatorul de proces poate avea și un modul de optimizare, care transmite

informații, în cod numeric, lanțurilor cinematice ale mașinii-unelte, în scopul creșterii productivității și diminuării erorilor de generare.

În figura 1. 2, se poate observa un rezultat obținut cu ajutorul acestui tip de simulator, comparat cu rezultate experimentale.

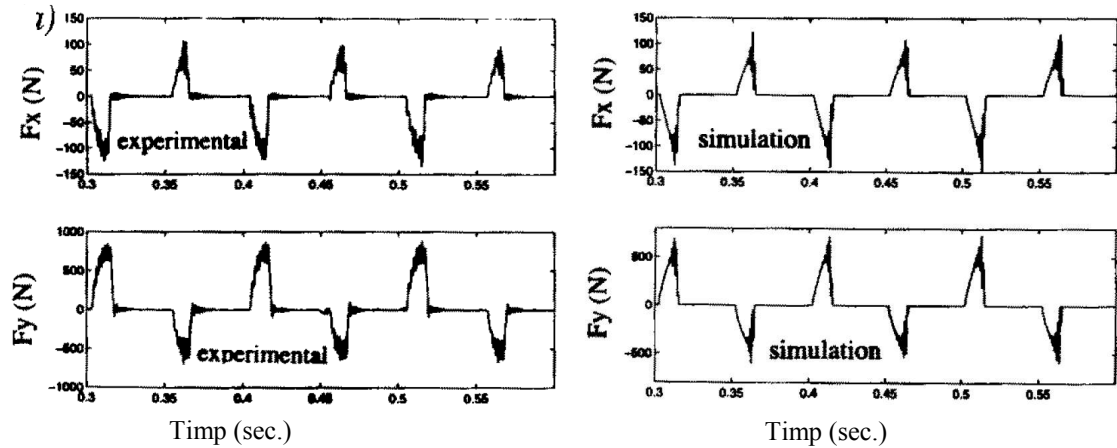


Figura 1. 2. Compararea rezultatelor simulatorului de proces cu rezultate experimentale

Pe baza teoriei suprafețelor conjugate, s-au dezvoltat metode pentru generarea suprafețelor exprimate în formă discretă (digital gear tooth surfaces - DGTS) atât în 2D cât și în 3D, stabilind soluții pentru determinarea suprafețelor înfășurătoare – suprafețe periferice primare ale sculelor [9].

Se stabilesc strategii pentru analiza și compensarea erorilor (vezi figura 1. 3),

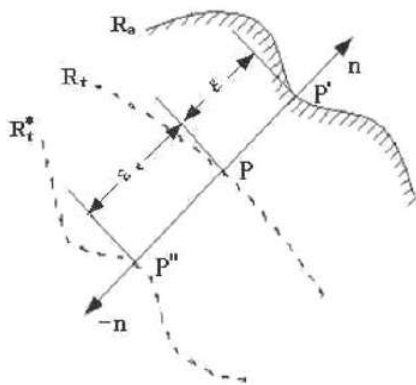


Figura 1. 3. Strategie pentru compensarea erorilor

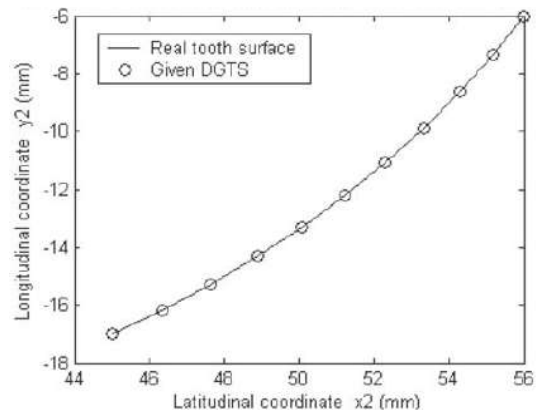


Figura 1. 4. Compararea rezultatelor

aplicate la modelarea 2D și 3D a generării flancurilor dinților evolventice, [9], metoda permite trasarea profilului sculelor generatoare și totodată a coordonatelor discrete ale mișcării de generare a sculelor, figura 1. 4.

Uzual, erorile de prelucrare se definesc pe normala la suprafața prelucrată ca diferență între această suprafață și suprafața teoretică, reprezentată discret.

Eroarea este detectată numai prin măsurarea suprafeței după prelucrare.

Bazat pe conceptul mai sus menționat, se propune o estimare a erorilor pentru așchiere (DGTS). Erorile de prelucrare sunt analizate discret pornind de la suprafața prelucrată. În esență, metoda face o comparație între două modele: modelul CAD al DGTS și un model virtual al suprafeței măsurate a dintelui roții prelucrate.

Se recrează, punct cu punct, harta suprafeței reale  $R_a$  în direcția normalei la suprafața teoretică  $R_t$ , exprimată prin:

$$\varepsilon_i = (R_{ti} - R_{ai}) \cdot n_i \quad (0.1)$$

în care:

- indicele  $i$  reprezintă numărul punctului;
- $R_{ti}$ ,  $n_i$  – reprezintă poziția teoretică a vectorului normalei la suprafață în punctele suprafeței;
- $R_{ai}$  reprezintă poziția actuală a vectorului;
- $\varepsilon_i$  – reprezintă mărimea erorii de prelucrare a suprafeței reale în această poziție.

Astfel, va putea fi obținut un câmp de erori pe suprafață.

### Compensarea erorii

Este cunoscut, precizia suprafeței prelucrate în urma unei singure corecții nu este totală. Există întotdeauna o eroare reziduală.

Deci, este necesar a stabili o schemă repetitivă pentru reducerea erorii de prelucrare, ceea ce duce la un consum mare de timp. În aplicațiile curente de prelucrare, procesul de așchiere se repetă de mai multe ori. Se speră că, prelucrând rezultatul primei prelucrări și introducând datele prelucrate în comanda numerică, se poate realiza o prelucrare mai corectă.

Eroarea de compensare este definită [9] ca fiind dată de

$$\varepsilon_{ci} = (I + \lambda)^a \cdot \varepsilon_i, \quad (0.2)$$

în care  $\lambda$  este un coeficient determinat de modul de lucru al sistemului de manufacturare și forma geometrică a piesei; se recomandă ca  $\lambda=2$  (nu mai mic ca 2).

Eroarea de prelucrare se minimizează prelucrând o suprafață imaginată, digitizată,  $R_i^*$ , care este reprezentată în cele ce urmează prin

$$R_i^* = R_t - \varepsilon_c \cdot n_i = R_a - (\varepsilon_c - \varepsilon) \cdot n_i \quad (0.3)$$

În operațiile următoare, cinematica sculei este refăcută în baza unei suprafețe imaginare, figura 1. 3.

Sunt utilizate sisteme de compensare a erorilor spațiale a mașinilor-unelte [46] care rezolvă problema pornind de la ideea că erorile cvasi-stactice afectează precizia dimensională în proporție de pînă la 70% din totalul erorii mașinii-unelte.

Au fost definite erorile cvasi-stactice ca fiind erorile datorate poziției relative între sculă și semifabricat (erorile cvasi-stactice sunt datorate în primul rand erorilor geometrice și termice, în strînsă corelație cu structura mașinii-unelte însăși).

S-au sintetizat modele ale erorii spațiale (de exemplu 21 de componente ale erorii pot fi identificate pentru o mașină-uneltă cu 3 axe) [46].

Se utilizează un instrument de măsurare (vezi figura 1. 5) – utilizat pentru o estimare simplă a erorii spațiale.

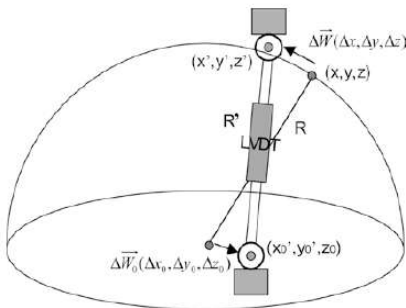


Figura 1. 5. Schema de măsurare a erorii spațiale

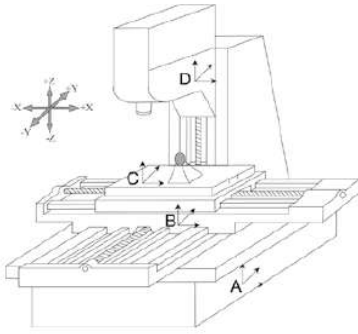


Figura 1. 6. Schema de măsurare a erorii spațiale

Pentru o mașină-unealtă cu trei axe, eroarea geometrică spațială [45] are componentele:

- trei erori datorate mișcărilor de translație;
- trei erori date de mișcărilor de rotație;
- trei erori date de perpendicularitatea între fiecare pereche de axe;
- șase erori unghiulare;
- șase “straightness errors”.

Pentru una dintre direcții modelul erorii este dat de relația:

$$\begin{aligned} \Delta x = & \Delta x_t + \Delta x_g = \Delta S_x - \Delta y x_x + \Delta y z_x \\ & - \delta_{xx} - \delta_{xy} + \delta_{xz} - \varepsilon_{yz} L + \varepsilon_{zz} T_y + \varepsilon_{yz} (T_z - L) \\ & + \varepsilon_{zx} (Oy z_y - Oy x_y + T_y - y) + \varepsilon_{zy} (Oy z_y + T_y - y) \\ & + \varepsilon_{yx} (Oy x_z - Oy z_z - T_z + L - z) \\ & + \varepsilon_{yy} (L - Oy z_z - T_z - z) - S_{zx} z \end{aligned} \quad (0.4)$$

și, similar, pentru celelalte două direcții, unde:

- $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ : coordonatele piesei, în sistemul de referință C (vezi figura 1. 6);
- $\Delta x_g, \Delta y_g, \Delta z_g$ : erorile geometrice ale mașinii în fiecare direcție;
- $\delta_{xx}, \delta_{yy}, \delta_{zz}$ : erorile liniare în lungul celor trei axe;
- $\delta_{yx}, \delta_{zx}, \delta_{xy}, \delta_{zy}, \delta_{xy}, \delta_{yz}$ : “straightness error”;
- $Oy x_x, Oy x_y, Oy x_z$ : distanțele originii axei Ox față de originea axei Oy, în cele trei direcții;
- $Oy z_x, Oy z_y, Oy z_z$ : distanțele originii axei Oz față de originea axei Oz, în cele trei direcții;
- $\varepsilon_{xx}, \varepsilon_{yy}, \varepsilon_{zz}$ : erori datorate rotației în jurul celor trei axe;
- $\varepsilon_{yx}, \varepsilon_{zx}, \varepsilon_{xy}, \varepsilon_{zy}, \varepsilon_{xz}, \varepsilon_{zy}$ : erori unghiulare;
- $S_{xy}, S_{yz}, S_{xz}$ : erori de perpendicularitate între axe;
- $\Delta x_t, \Delta y_t, \Delta z_t$ : erori termice, pe cele trei direcții;
- $\Delta S_x, \Delta S_y, \Delta S_z$ : deplasările axiale ale originii mașinii-unelte;
- $\varepsilon_{xs}, \varepsilon_{ys}$ -deplasările axei sculei în lungul axelor X și Y;
- $\Delta y x_x, \Delta y x_y, \Delta y x_z$ -deplasările termice ale originii axei Ox față de originea axei Oy, în cele trei direcții;
- $\Delta y z_x, \Delta y z_y, \Delta y z_z$ : deplasările termice ale originii axei Oz față de originea axei Oy, în cele trei direcții;
- $T_x, T_y, T_z$ : coordonatele sculei de lungime standard, în sistemul de referință D (vezi fig. 1.1.6);
- L: deplasarea sculei după modificarea lungimii acesteia;
- x,y,z: distanțele parcurse pe direcțiile celor trei axe.

Modelul simplificat pentru estimarea erorii parțiale presupune un număr limitat de măsurători, care permit estimarea coeficienților ecuației, care exprimă erori spațiale, neglijând erorile datorate efectului termic.

În acest fel, se poate estima noua origine a sistemului, de la care se măsoară coordonatele – aceasta constituind modalitatea de compensare.

Aplicarea modelului reduce eroarea pentru cazurile analizate cu până la 90%, **Error! Reference source not found.**

Predicția erorii poziției sculei, ca factor principal în estimarea piesei prelucrate, este abordată [6] și în forma unui model cinematic al sistemului arborelui sculei.

Poziția este definită prin secvențe succesive de matrice de transformare ortogonală, care descriu poziția sistemelor de referință atașate ( $T_1, T_2, T_3, T_4$ ).

Poziția relativă a sistemului de referință “i”, solidar cu elementul considerat rigid (nedeformabil) al mașinii-unelte, față de sistemul de referință  $i-1$ , este determinată de transformarea

$${}^{i-1}T_i = P \cdot R_x \cdot R_y \cdot R_z \quad (0.5)$$

în care:

P – este matricea care reprezintă translația originii sistemului de referință

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & P_x \\ 0 & 1 & 0 & P_y \\ 0 & 0 & 1 & P_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (0.6)$$

$R_x$  – reprezintă rotația în jurul axei X

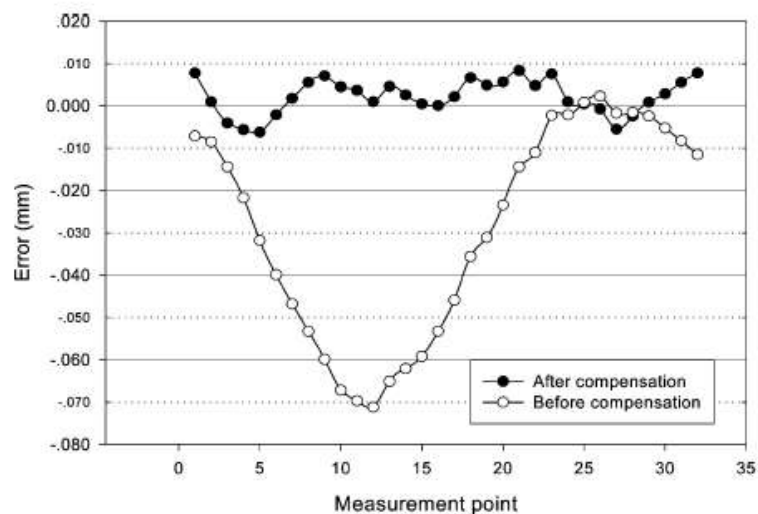


Figura 1. 7. Schema de măsurare a erorii spațiale,[45]



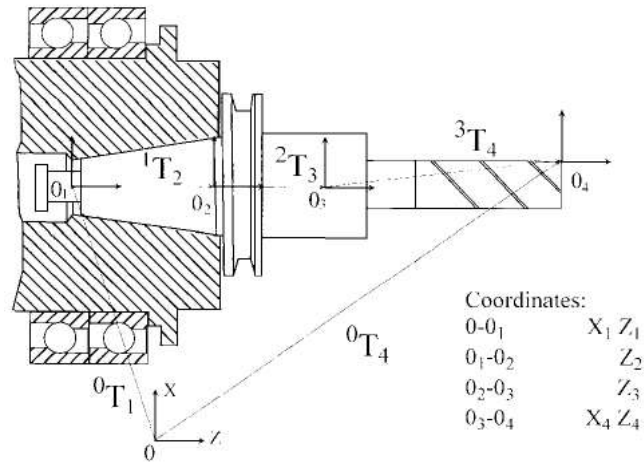


Figura 1. 8. Modelul cinematic al sistemului arborelui sculei

$$R_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (0.7)$$

$R_y$  - reprezintă rotația în jurul axei Y,

$$R_y = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (0.8)$$

$R_z$  - reprezintă rotația în jurul axei Z,

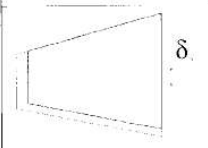
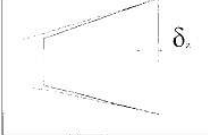

$$R_z = \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (0.9)$$

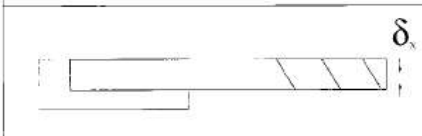

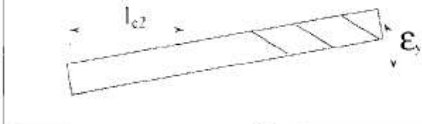
Deoarece există o eroare, noile coordonate se exprimă prin transformarea

$${}^{i-1}T_i^{err} = {}^{i-1}T \cdot E_i \quad (0.10)$$

unde  $E_i$  se determină din matricea

$$EI = \begin{bmatrix} 1 & -\varepsilon_z & \varepsilon_y & \delta_x \\ \varepsilon_z & 1 & -\varepsilon_x & \delta_y \\ -\varepsilon_y & \varepsilon_x & 1 & \delta_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (0.11)$$

Contact configuration	Error
	$\delta_x = \frac{T_n + T_h}{2 \cdot \tan \theta}$
	$\delta_z = \frac{T_n + T_h}{2 \cdot \tan \theta}$
	$\epsilon_y = \frac{T_n}{l_{cl}} \cdot \cos \theta + \frac{T_h}{l_{cl}} \cdot \cos \theta$

Contact configuration	Error
	$\delta_x = \frac{T_{ci} + T_s}{2}$
	$\delta_z = T_p$
	$\epsilon_y = \frac{T_{ci} + T_s}{l_{c2}}$

a).

b).

Tabelul 1. 1. Erori de așezare ale suprafețelor de prindere a sculelor în alezajele arborelui mașinii-unelte (a-suprafață conică, b-suprafață cilindrică)

Modelul cinematic se bazează pe acceptarea erorilor de contact între suprafețele de așezare ale sculei și arborele mașinii (tabelul 1. 1), care conduc la o exprimare matriceală a erorii în forma

$${}^0T_4^{err} = {}^0T_1 \cdot E_1 \cdot {}^1T_2 \cdot E_2 \cdot {}^2T_3 \cdot E_3 \cdot {}^3T_4 \cdot E_4, \quad (0.12)$$

în care:

$${}^0T_1 \cdot E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \epsilon_{y1} & X_1 + \delta_{x3} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\epsilon_{y1} & 0 & 1 & Z_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (0.13)$$

$${}^1T_2 \cdot E_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \epsilon_{y2} & \delta_{x2} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\epsilon_{y2} & 0 & 1 & Z_2 + \delta_{z2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (0.14)$$

$${}^2T_3 \cdot E_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \varepsilon_{y3} & \delta_{x3} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\varepsilon_{y3} & 0 & 1 & Z_3 + \delta_{z3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \quad (0.15)$$

$${}^3T_4 \cdot E_4 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & X_4 + \delta_{x4} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & Z_4 + \delta_{z4} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (0.16)$$

sunt matrice care exprimă o modelare a influenței toleranțelor de excentricitate a elementelor arborelui principal, în prestabilirea poziției și orientării sculei așchietoare.

În același scop, al compensării erorilor la mașinile cu comandă numerică cu masă rotativă, include, după [42], etapele:

- elaborarea unui model geometric al erorii;
- sinteza unei metode pentru compensarea erorii prin conducerea CNC;
- procedură de măsurare și verificare experimentală, figura 1. 9.

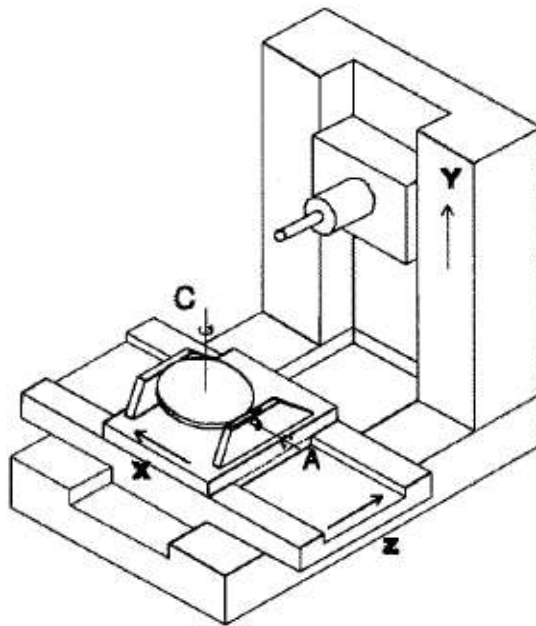


Figura 1. 9. Mașina de frezat orizontală cu cinci axe

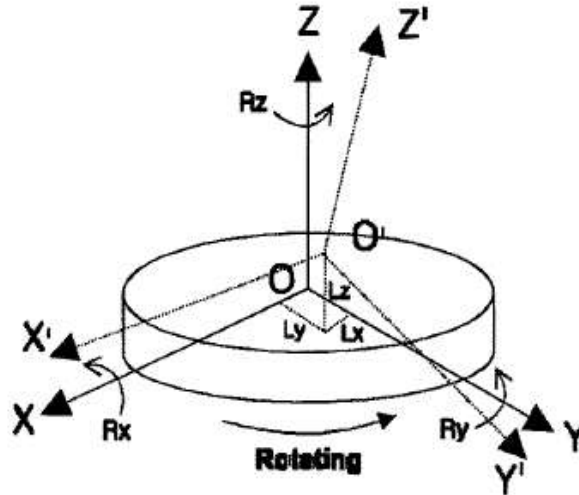


Figura 1. 10. Componente ale erorii mesei rotative

Modelul de eroare al mesei rotative, figura 1. 10, include:

- trei erori de translație,  $L_x, L_y, L_z$ ;
- două erori de rotație,  $R_x, R_y$ ;
- o eroare de poziționare unghiulară în jurul axei de rotație  $R_z$ .

Astfel, matricea de transformare între cele două sisteme de referință, pentru o masă rotativă, este, acceptând aproximațiile geometrice ale unghiurilor mici ( $\sin \varepsilon \approx \varepsilon$  și  $\cos \varepsilon \approx 1$ )

$$T_C(\theta_z) = \begin{bmatrix} 1 & -R_z(\theta_z) & R_y(\theta_z) & L_x(\theta_z) \\ R_z(\theta_z) & 1 & -R_x(\theta_z) & L_y(\theta_z) \\ -R_y(\theta_z) & R_x(\theta_z) & 1 & L_z(\theta_z) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (0.17)$$

$$T_A(\theta_x) = \begin{bmatrix} 1 & -R_z(\theta_x) & R_y(\theta_x) & L_x(\theta_x) \\ R_z(\theta_x) & 1 & -R_x(\theta_x) & L_y(\theta_x) \\ -R_y(\theta_x) & R_x(\theta_x) & 1 & L_z(\theta_x) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (0.18)$$

Vectorul eroare, în funcție de unghiul  $\theta$ , este definit ca diferența  $\{P'(\theta) - P(\theta)\}$  în care  $P$  și  $P'$  sunt pozițiile “comandată” și “realizată” ale vectorului de poziție.

În modelul propus [42], eroarea se definește astfel

$$E(C, A) = E(\theta_z, \theta_x) = [e_x, e_y, e_z, 1]^T = T_C(\theta_z) \cdot T_A(\theta_x) P - P \quad (0.19)$$

#### Algoritm de compensare

Se acceptă că  $P_{a,b}$  și  $P'_{a,b}$  sunt proiecții ale vectorilor  $P$  și  $P'$  pe planul  $a,b$  ( $xz, yz, etc$ ).

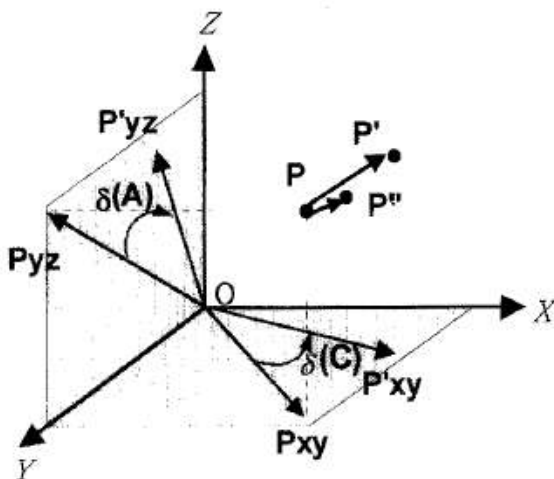


Figura 1. 11. Compensarea erorilor

Atunci, poziția de compensare  $P''$  se determină dacă,  $\delta(C)$  și  $\delta(A)$  (unghiurile între  $P$  și  $P'$  în planele  $XY$  și  $YZ$ ) s-au determinat. Procedura de corecție cuprinde șase pași:

1. se citește în poziția nominală  $[X, Y, Z, C, A] = [0, 0, 0, \theta_z, \theta_x]$ ;
2. se găsește  $P' = T_C(\theta_z) \cdot T_A(\theta_x) \cdot P$ ;
3. se calculează  $\delta(C)$  și  $\delta(A)$  (de exemplu  $\delta C = \angle(P_{xy}, O, P'_{xy})$ );
4. se determină  $P'' = T_C(\theta_z - \delta(C)) \cdot T_A(\theta_x - \delta(A)) \cdot P'$ ;
5. se calculează rezidul  $\varepsilon = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z] = P'' - P$ ;
6. dacă  $|\varepsilon| \leq$  toleranța admisibilă – exit;

dacă nu – se întoarce la poziția compensată

$$[X, Y, Z, C, A] = [-\varepsilon_x, -\varepsilon_y, -\varepsilon_z, \theta_z - \delta(C), \theta_x - \delta(A)].$$

## CONCLUZII

Există o preocupare din ce în ce mai evidentă pentru predicția și compensarea erorilor de generare. Existența mașinilor cu comandă numerică și posibilitatea compensării soft a erorilor, deschide calea creșterii preciziei de generare a suprafețelor.

- Sistemele de proiectare, prelucrare și măsurare (CAD/CAM/CAI) integrate favorizează dezvoltarea unor procese de generare a suprafețelor cu erori din ce în ce mai mici.

- Simulatoare ale proceselor de prelucrare, inclusiv ale proceselor fizice de așchiere, permit optimizări ale proceselor de prelucrare, care se bazează pe transmiterea de informații în cod numeric lanțurilor cinemateice ale mașinilor-unelte.

- De asemenea, pe baza teoriei suprafețelor conjugate, pentru suprafețe exprimate în formă discretă (DGTS – digital gear tooth surfaces), atât în spațiul cu două cât și în cel cu trei dimensiuni, s-au stabilit strategii de compensare a erorilor fie prin modificarea traiectoriilor sculelor așchietoare, fie prin modificarea profilului acestora.

- Pentru mașinile cu multe axe, se definesc algoritmi de măsurare a erorilor spațiale, stabilindu-se modele analitice ale acestor erori, și sisteme de compensare a acestora, bazate pe un număr limitat de

măsurători, care permit identificarea coeficienților ecuațiilor ce exprimă modelele de eroare. De asemenea, s-au modelat influența toleranțelor de execuție ale diferitelor componente ale mașinilor-unelte cu comandă numerică, arborele principal, mese rotative, săni în translație, în scopul realizării unor proceduri și algoritmi de corecție, în condițiile luării în considerare unui număr cât mai redus de mărimi considerate ca fiind determinante.

- În mod similar, există tendința utilizării de modelări pe bază de algoritmi genetici și a metodelor bazate pe rețele neuronale polinomiale (polynomial neural network-PNN), utilizând sisteme de măsurare ale mașinilor-unelte (on-machine-measurement - OMM). Sunt modelate interactiv 2D/3D curbe și suprafețe care sunt approximate prin metode de interpolare, în scopul reconstrucției formei suprafeței. La generarea suprafețelor prin înfășurare, problema corecției formei sculei în funcție de rezultatul generării poate fi făcută prin folosirea metodologiilor din modelarea geometrică, care au la bază metodele pentru studiul suprafețelor reciproc înfășurătoare (GOHMAN, WILLIS (metoda normalelor), distanța minimă, familia de cercuri de substituire, traiectoriile plane de generare, modelarea solidă).

În programul de față, se urmărește a se dezvolta o algoritmică, în scopul realizării unui produs soft specializat, pentru profilarea de corecție a sculelor care generează prin metoda înfășurării suprafețelor. Aceasta presupune:

- elaborarea unor modalități de reprezentare discretă a suprafețelor cilindrice și elicoidale, în speță metoda tangentelor, ca o primă aproximație a suprafețelor, metoda de reprezentare poliedrală, ca metodă de descriere a unei suprafețe prin mărimi numerice ce pot constitui date al măsurării (inspecției) suprafeței.

- crearea unor algoritmi pentru modelarea erorilor geometrice la generarea suprafețelor elicoidale și a suprafețelor cilindrice generate prin înfășurare.

- sinteza unor algoritmi capabili a estima riguros și rapid condițiile de înfășurare exprimate în formă discretă, în vederea determinării profilurilor sculelor.

- elaborarea unor algoritmi de profilare de corecție a sculelor generatoare a suprafețelor (profilurilor) asociate unor axoide în rulare.

- sinteza unor algoritmi pentru profilarea corectivă a sculelor mărginite de suprafețe periferice primare de revoluție, care generează prin înfășurare suprafețe elicoidale cilindrice și de pas constant.

- elaborarea unui soft specializat pentru profilarea corectivă a sculelor generatoare a suprafețelor elicoidale.

## Bibliografie

1. Ahn, K.-G., Min, B.-K., Pasek, Z.J., *Modeling And Compensation Of Geometric Errors In Simultaneous Cutting Using A Multi-Spindle Machine Tool*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 29, 2006, pag. 929–939.
2. Argyris, J., Fuentes, A., Litvin, F. L., *Computerized Integrated Approach For Design And Stress Analysis Of Spiral Bevel Gears*, Computational Methods for Applied Mechanical Engineering, 191, 2002, pag. 1057-1095.
3. Chang, P.-C., Wang, F.-S., Hwang, J.-H., Chen, W.-F., *Research On The Design And Manufacturing Of An Outer Cycloid Slotting Cutter*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 27, 2005, pag. 248–253.

4. Chen, W.-F., Lai, H.-I., Chen, C.-K., *Design And NC Machining Of Concave-Arc Ball-End Milling Cutters*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 20, 2002, pag. 169–179.
5. Cho, M.-W., Kim, G.-H., Seo, T.-I., Hong, Y.-C., Cheng, H.-H., *Integrated Machining Error Compensation Method Using OMM Data And Modified PNN Algorithm*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 43, 2006, pag. 1417-1427.
6. Crichigno, F.J.M., Teixeira, C.R., Schroeter, R.B., *Prediction Of The Cutting Tool Edge Position And Orientation Accuracy Through Error Synthesis Of Spindle Elements*, ProQuest Science Journals, 219, 2005, pag. 477-482.
7. Croitoru, S.M., Minciu, C., Constantin, G., Bălan, E., *Modeling And Simulation Of Oil Pump Valve Static Behaviour*, International Conference On Manufacturing Systems, Bucharest, Published by Editura Academiei Române, ISSN 0035-4074, 2004, pag. 571-574.
8. Frumușanu, G., *Algorithm And Soft To Evaluate The Errors Between Profiles Given Through Points*, Buletinul Institutului Politehnic din Iași, Publicat de Universitatea Tehnică „Gh. Asachi”, Iași, Tomul LII (LVI), fasc.5A, 2006, pag. 119-123
9. Fulin, W., Chuanyun, Y., Tao, W., Yang, S., Zhao, G., *A Generating Method For Digital Gear Tooth Surfaces*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 28, 2006, pag. 474–485.
10. Fung, E.H.K., Chan, J.C.K., *Modelling And Compensation Of Roundness Errors In Taper Turning*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 16, pag. 404–412, 2000
11. Gunay, M., Seker, U., Sur, G., *Design And Construction Of A Dynamometer To Evaluate The Influence Of Cutting Tool Rake Angle On Cutting Forces*, Materials&Designs, 27, 2006, pag. 1097-1101.
12. Ispas, C., Pătrașcu, G., *Prediction Of Shear Angle And Cutting Force In Milling Using 2D Simulation*, International Conference On Manufacturing Systems, Bucharest, Published by Editura Academiei Române, ISSN 0035-4074, 2004, pag. 257-260.
13. Jian, L., Hongxing, L., *Modeling System Error In Batch Machining Based On Genetic Algorithms*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 43, 2003, pag. 599-604.
14. Jung, T.-S., Yang, M.-Y., Lee, K.-L., *A New Approach To Analysing Machined Surfaces By Ball-End Milling, Part I: Formulation Of Characteristic Lines Of Cut Remainder*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 25, 2005, pag. 833–840.
15. Kurnadi, M.S., *Workholding Optimization For Turning Of Ring Shaped Parts*, Master's Thesis, Georgia Institute of Technology, 2005
16. Lai, H.-Y., *A High-Precision Surface Grinding Model For General Ball-End Milling Cutters*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 19, 2002, pag. 393–402.
17. Lee, C.-K., Chen, C.-K., *Mathematical Models, Meshing Analysis And Transmission Design For A Robust Cylindrical Gear Set Generated By Two Blade-Discs With Parabolic Cutting Edge*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, C12, 2004, pag. 1539–1553.
18. Lee, J.H., Liu, Y., Yang, S.H., *Accuracy Improvement Of Miniaturizing Machine Tool: Geometric Error Modeling And Compensation*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 46, 2006, pag. 1508-1516.
19. Lee, T.S., Lin, Y.J., *An Improved Sculptured Part Surface Design Method With Jerk Continuity Consideration For Smooth Machining*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 15, pag. 640–648, 1999
20. Li, C., Mann, S., Bedi, S., *Error Measurement For Flank Milling*, Computer-Aided Design, 37, 2005, pag. 1459-1468.
21. Li, Y., Liang, S.Y., Petrof, R.C., Seth, B.B., *Force Modelling For Cylindrical Plunge Cutting*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 16, 2000, pag. 863–870.
22. Lin, J.C., Tai, C.C., *Accuracy Optimisation For Mould Surface Profile Milling*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 15, 1999, pag. 15–25.
23. Lin, S.-W., *Contour Quality Evaluation Of The Toroidal Cutter*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 18, 2001, pag. 778–783.
24. Litvin, F.L., Fuentes, A., Fan, Q., Handschuh, R.F., *Computerized Design, Simulation Of Meshing And Contact And Stress Analysis Of Face-Milled Formate Generated Spiral Bevel Gears*, Mechanism and Machine Theory, 37, 2002, pag. 441-459.
25. Litvin, F.L., Wang, A.G., Handschuh, R.F., *Computerized Generation And Simulation Of Meshing And Contact Of Spiral Bevel Gears With Improved Geometry*, Computational Methods for Applied Mechanical Engineering, 158, 1998, pag. 35-64.
26. Litvin, F.L., Fuentes, A., Mullins, B.R., Woods, R., *Computerized Design, Generation, Simulation Of Meshing And Contact, And Stress Analysis Of Formate Cut Spiral Bevel Gear Drives*, NASA/CR—2003-212336, ARL—CR—525, 2003.
27. Litvin, F.L., Wang, A.G., and Handschuh R.F., *Computerized Design And Analysis Of Face-Milled, Uniform Tooth Height Spiral Bevel Gear Drives*, Journal of Mechanical Design, Vol. 118, 1996, pag. 573-579.

28. Litvin, F.L., Zhang, Y., *Local Synthesis And Tooth Contact Analysis Of Face-Milled Spiral Bevel Gears*, NASA Contractor Report 4342, AVSCOM Technical Report 90-C-028, 1991
29. Minciu, C., Croitoru, S.M., Ilie, S., *Numeric Applications Regarding Determination Of The Complementary Profiles In Gear Hobbing*, Proceedings of the 15th International Conference on Manufacturing Systems – ICMaS, Published by Editura Academiei Române, 2006, ISSN 1842-3183, pag. 315-318.
30. Mounayri, H.-E., Elbestawi, M.A., Spence, A.D., Bedi, S., *General Geometric Modelling Approach For Machining Process Simulation*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 13, 1997, pag. 237-247.
31. Mu, Y.H., Hung, N.P., Ngoi, K.A., *Monitoring A Sub-Newton Cutting Force For Ultra-Precision Machining*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 16, 2000, pag. 229–232.
32. Nardin A., Zavarise, G., Schrefler, B.A., *Modelling Of Cutting Tool – Soil Interaction – Part I: Contact Behaviour*, Computational Mechanics 3, 2003, pag. 327–339.
33. Rao, V. S., Yoon, K.Y., *Minimization Of Transmission Error In Helical Gears*. În: Journal of Mechanical Engineering, Proc. Instn. Mech. Engrs., Vol. 215, Part. C, 2001, pag. 447-459.
34. Rao, V.S., Rao, P.V.M., *Tool Deflection Compensation In Peripheral Milling Of Curved Geometries*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 46, 2006, pag. 2036-2043.
35. Ratchev, S., Liu, S., Huang, W., Becker, A.A., *An Advanced FEA Based Force Induced Error Compensation Strategy Inmilling*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 46, 2006, pag. 542-551.
36. Ratchev, S., Liu, S., Huang, W., Becker, A.A., *Error Compensation Strategy In Milling Flexible Thin-Wall Parts*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 162-163, 2005, pag. 673-681.
37. Ratchev, S., Liu, S., Huang, W., Becker, A.A., *Milling Error Prediction And Compensation In Machining Of Low-Rigidity Parts*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 44, 2004, pag. 1629-1641.
38. Sabri, T.E., Can, C., *A Cutting Force Induced Error Elimination Method For Turning Operations*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 170, 2005, pag. 192-203.
39. Schmitz, T.L., Mann B.P., *Closed-Form Solution For Surface Location Error In Milling*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 46, 2006, pag. 1369-1377.
40. Shi, M., Zhang, Y.F., Loh, H.T., Bradley, C., Wong, Y.S., *Triangular Mesh Generation Employing A Boundary Expansion Technique*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 30, 2006, pag. 54–60.
41. Suh, S.-H., Lee, E.-S., Jung, S.-Y., *Error Modelling And Measurement For The Rotary Table Of Five-Axis Machine Tools*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 14, 1998, pag. 656-663.
42. Takahashi, S., *Variational design of curves and surfaces using multiresolution constraints*, The Visual Computer, 14, 1988, pag. 208-227.
43. Tsai, M.K., Lee, B.Y., Yu, S.F., *A Predicted Modelling Of Tool Life Of High-Speed Milling For SKD61 Tool Steel*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 26, 2005, pag. 711–717.
44. Yang, S., Yuan, J., Ni, J., *Accuracy Enhancement Of A Horizontal Machining Center By Real-Time Error Compensation*, Journal of Manufacturing Systems, 2, 1996, pag. 113-118.
45. Yang, S.-C., *Mathematical Model Of A Helical Gear With Asymmetric Involute Teeth And Its Analysis*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 26, 2005, pag. 448–456.
46. Yang, S.-H., Kim, K.-H., Park, Y.K., Lee, S.-G., *Error Analysis And Compensation For The Volumetric Errors Of A Vertical Machining Centre Using A Hemispherical Helix Ball Bar Test*, International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 23, 2004, pag. 495–500.

## 1.2. ELABORAREA DE MODELE PENTRU DESCRIEREA ÎN FORMĂ DISCRETĂ A SUPRAFETELOR

### 1.2.1. Metoda tangentelor pentru reprezentarea generatoarelor suprafețelor cilindrice și elicoidale

Se propun modalități de reprezentare discretă a suprafețelor în legătură cu posibilitățile legate de măsurarea acestor suprafețe utilizând proprietăți ale sistemelor CAI, în vederea abordării unor probleme de înfășurare.

Acestea sunt impuse de necesitatea modelării suprafețelor “efectiv generate” de către sculele reale ale căror profiluri, cunoscute prin măsurare, conduc la exprimări



specifice ale suprafețelor generate de tășurile sculelor (suprafețe de revoluție, cilindrice sau suprafețe elicoidale), în mișcarea de așchiere.

Cunoașterea normalei la suprafețele, astfel exprimate, face posibilă utilizarea teoremelor Gohman, Novicov sau Willis, în rezolvarea problemelor de înfășurare.

Soluțiile prezentate constituie modele care, în anumite condiții, pot deveni deosebit de utile în modelarea generării suprafețelor semifabricatelor prelucrate și a profilării sculelor generatoare a acestora.

Se propune, în cele ce urmează, o metodologie de reprezentare în formă discretă a suprafețelor cilindrice, de revoluție și elicoidale într-o formă particulară, care să permită scrierea ușoară a normalei la aceste suprafețe. Așa cum este cunoscut, cunoașterea normalei la suprafață este indispensabilă în scrierea condiției de înfășurare prin metodele clasice.

În acest sens, cunoscând pe suprafață dată două curbe, directoarea și generatoarea, dintre care una se consideră a fi reprezentată discret, se poate accepta că, normala, în punctul curent al suprafeței, este produsul vectorial al tangentelor  $\vec{T}_D$  și  $\vec{S}_G$ , figura 1.12,

$$\vec{N}_\Sigma = \vec{T}_D \times \vec{S}_G. \quad (0.20)$$

Tangenta la curba directoare este definită analitic iar tangenta la generatoarea în formă discretă este aproximată ca fiind direcția segmentului  $M_i M_{i+1}$ , când punctele  $M_i$  și  $M_{i+1}$  sunt suficient de apropiate, figura 1.12.

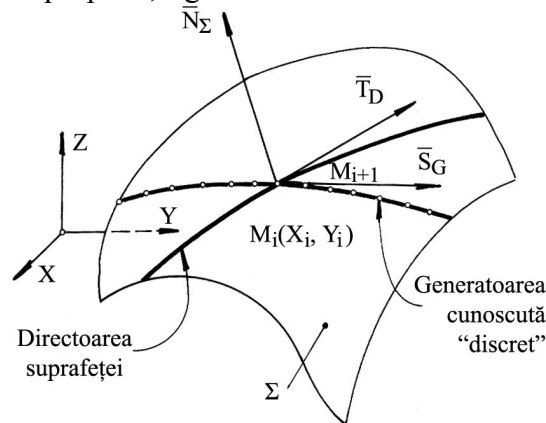


Figura 1. 12. Normala la suprafața  $\Sigma$  în punctul  $M_i$

În acest mod de reprezentare, în care generatoarea suprafeței este cunoscută în forma discretă, suprafața  $\Sigma$  rezultă ca fiind formată din fâșii elementare.

### 1.2.1.1. Metoda tangentelor pentru exprimarea discretă a suprafețelor elicoidale cilindrice și de pas constant

Exprimarea în formă discretă a suprafețelor elicoidale, având în vedere cinematica generării acestora, se poate face pornind de la cunoașterea numerică (prin puncte) a generatoarei suprafeței.

Ca generatoare a suprafețelor elicoidale, cel mai adesea, poate fi utilizată o curbă plană, într-un plan perpendicular pe axa elicoidului, reprezentând secțiunea transversală a acesteia, definită în formă discretă printr-un număr finit de puncte, ca o matrice de forma (1.2.1), vezi și figura 1. 13,

$$S_T = \begin{pmatrix} X_1 & Y_1 \\ X_2 & Y_2 \\ \vdots & \vdots \\ X_i & Y_i \\ \vdots & \vdots \\ X_n & Y_n \end{pmatrix}. \quad (0.21)$$

Prin mișcarea elicoidală a generatoarei  $S_T$  în jurul axei  $\vec{V}$  și de parametru elicoidal  $p$ , se modelează numeric suprafața elicoidală.

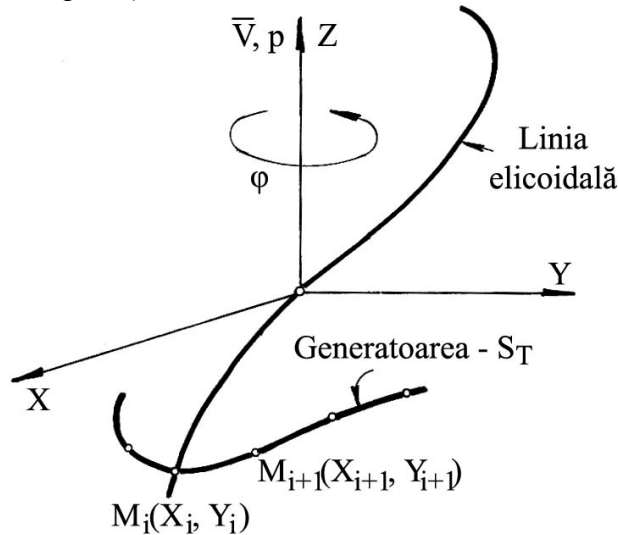


Figura 1. 13. Generatoarea suprafeței elicoidale

În rezolvarea problemei determinării înfășurătoarei unei suprafețe elicoidale (de altfel, pentru orice alt tip de suprafață), așa cum este cunoscut din teoremele fundamentale ale înfășurării suprafețelor, este necesar a determina normala la această suprafață.

În cazul particular al suprafeței elicoidale (cazul cel mai frecvent - suprafața elicoidală cilindrică de pas constant) normala poate fi definită ca produsul vectorial

$$\vec{N}_\Sigma = \vec{T}_E \times \vec{T}_{ST}, \quad (0.22)$$

în care:

$\vec{T}_E$  este vectorul tangent la linia elicoidală în punctul considerat, fie  $M_i(X_i, Y_i)$  acesta (punct pe directoarea suprafeței);

$\vec{T}_{ST}$  - tangenta în punctul  $M_i$  la generatoarea (secțiunea transversală), în formă discretă, a suprafeței elicoidale, deplasată în lungul liniei elicoidale, până în punctul curent al liniei elicoidale considerat.

Dacă elicea punctului curent de pe suprafața elicoidală cilindrică și de pas constant se generează în mișcarea

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_i \\ Y_i \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ p\varphi \end{pmatrix}, (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (0.23)$$

cu  $\varphi$  - parametru variabil și  $p$  parametru elicoidal, conducând la ecuații de forma:

$$\begin{cases} X = X_i \cos \varphi - Y_i \sin \varphi; \\ Y = X_i \sin \varphi + Y_i \cos \varphi; \\ Z = p\varphi, \end{cases} \quad (0.24)$$

vectorul tangentei la elicea (0.24) este

$$\vec{T}_E = \frac{\partial X}{\partial \varphi} \vec{i} + \frac{\partial Y}{\partial \varphi} \vec{j} + \frac{\partial Z}{\partial \varphi} \vec{k} \quad (0.25)$$

sau, după înlocuire,

$$\vec{T}_E = [-X_i \sin \varphi - Y_i \cos \varphi] \vec{i} + [X_i \cos \varphi - Y_i \sin \varphi] \vec{j} + p \vec{k}. \quad (0.26)$$

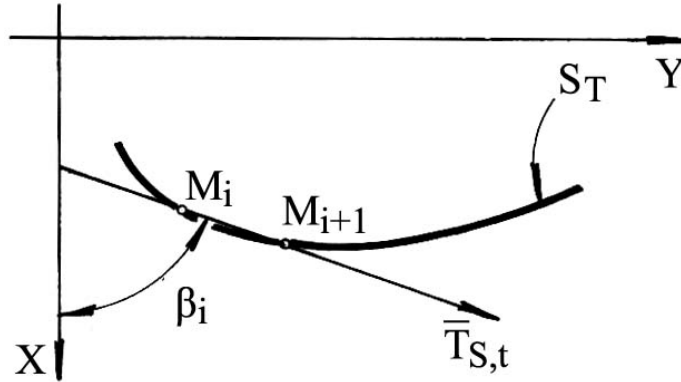


Figura 1. 14. Tangenta la profilul secțiunii transversale a suprafețelor elicoidale

Parametrii directori ai tangentei la profilul secțiunii transversale, figura 1. 14, având în vedere definirea unghiului

$$\beta_i = \arctg \frac{|Y_{i+1} - Y_i|}{|X_{i+1} - X_i|}, \quad (0.27)$$

se exprimă prin

$$\vec{T}_{S,t} = \cos \beta_i \vec{i} + \sin \beta_i \vec{j}. \quad (0.28)$$

Deplasarea vectorului (0.28) în lungul liniei elicoidale determină vectorul tangentei la profilul secțiunii transversale, în punctul curent al liniei elicoidale,

$$\begin{pmatrix} T_{S,t,X} \\ T_{S,t,Y} \\ T_{S,t,Z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \beta_i \\ \sin \beta_i \\ 0 \end{pmatrix} \quad (0.29)$$

sau, după dezvoltare:

$$\begin{cases} T_{ST,X} = \cos \beta_i \cos \varphi - \sin \beta_i \sin \varphi; \\ T_{ST,Y} = \cos \beta_i \sin \varphi + \sin \beta_i \cos \varphi. \end{cases} \quad (0.30)$$

Există, acum, posibilitatea de a determina normala în punctul curent al suprafeței  $\Sigma$ ,

$$\vec{N}_\Sigma = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -X_i \sin \varphi - Y_i \cos \varphi & X_i \cos \varphi - Y_i \sin \varphi & p \\ \cos \beta_i \cos \varphi - \sin \beta_i \sin \varphi & \cos \beta_i \sin \varphi + \sin \beta_i \cos \varphi & 0 \end{vmatrix}. \quad (0.31)$$

Rezultă parametrii directori ai normalei la suprafața  $\Sigma$ :

$$\begin{cases} N_x = p[\cos \beta_i \sin \varphi + \sin \beta_i \cos \varphi]; \\ N_y = -p[\cos \beta_i \cos \varphi - \sin \beta_i \sin \varphi]; \\ N_z = -X_i \cos \beta_i - Y_i \sin \beta_i. \end{cases} \quad (0.32)$$

### 1.2.1.2. Metoda tangentelor pentru exprimarea în formă discretă a suprafețelor de revoluție

Într-o manieră asemănătoare, se poate defini normala și la o suprafață de revoluție, figura 1. 15

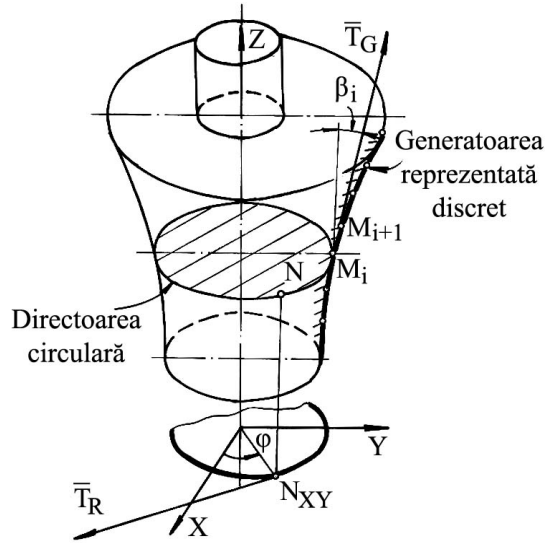


Figura 1. 15. Tangente la generatoarea și directoarea suprafeței de revoluție

Directoarea suprafeței de revoluție este de formă circulară. Tangenta în punctul curent al acesteia are forma

$$\vec{T}_R = \sin \varphi \vec{i} - \cos \varphi \vec{j}. \quad (0.33)$$

Tangenta în punctul curent al generatoarei, în planul ZY, este

$$\vec{T}_G = \sin \beta_i \vec{j} + \cos \beta_i \vec{k}, \quad (0.34)$$

în care

$$\operatorname{tg} \beta_i = \frac{|Y_{i+1} - Y_i|}{|Z_{i+1} - Z_i|}. \quad (0.35)$$

Deplasarea vectorului (0.35) în lungul directoarei circulare, prin transformarea

$$\begin{pmatrix} T_{GX} \\ T_{GY} \\ T_{GZ} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sin \beta_i \\ 0 \\ \cos \beta_i \end{pmatrix}, \text{ cu } \varphi \text{ variabilă continuă,} \quad (0.36)$$

conduce la determinarea parametrilor directori ai acestuia:

$$\begin{cases} T_{GX} = \sin \beta_i \cos \varphi; \\ T_{GY} = \sin \beta_i \sin \varphi; \\ T_{GZ} = \cos \beta_i. \end{cases} \quad (0.37)$$

Se definește, acum, normala la suprafața de revoluție

$$\vec{N}_\Sigma = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \sin \varphi & -\cos \varphi & 0 \\ \sin \beta_i \cos \varphi & \sin \beta_i \sin \varphi & \cos \beta_i \end{vmatrix}, \quad (0.38)$$

care are parametrii directori:

$$\begin{cases} N_x = \cos \beta_i \cos \varphi; \\ N_y = \cos \beta_i \sin \varphi; \\ N_z = -\sin \beta_i. \end{cases} \quad (0.39)$$

În (0.39), mărimea  $\beta_i$  este o variabilă cunoscută în formă discretă (vezi (0.35)).

### 1.2.1.3. Metoda tangentelor pentru exprimarea în formă discretă a suprafețelor cilindrice

În conformitate cu cele de mai sus, modalitatea de exprimare, în acest fel, a normalei poate fi utilizată și în cazul suprafețelor cilindrice, figura 1. 16

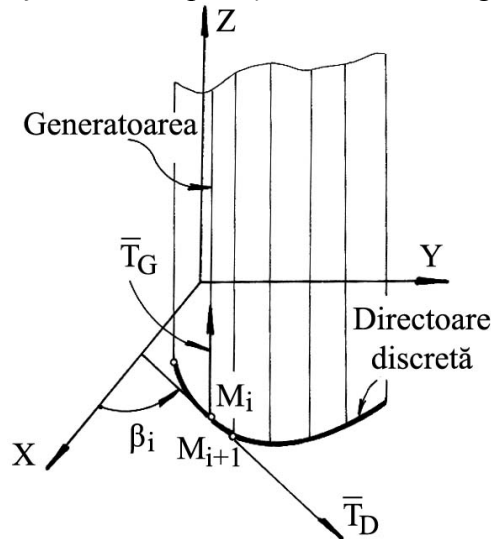


Figura 1. 16. Normala la o suprafață cilindrică

Versorul generatoarei suprafeței cilindrice este

$$\vec{T}_G = \vec{k}, \quad (0.40)$$

pentru cazul din figura 1. 16

De asemenea, tangenta la directoarea exprimată în formă discretă are forma

$$\vec{T}_D = \cos \beta_i \vec{i} + \sin \beta_i \vec{j} \quad (0.41)$$

în care

$$\operatorname{tg} \beta_i = \left\{ \frac{|Y_{i+1} - Y_i|}{|X_{i+1} - X_i|} \right\}. \quad (0.42)$$

Normala la suprafața cilindrică, în punctul curent al acesteia, este

$$\vec{N}_\Sigma = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 0 & 0 & 1 \\ \cos \beta_i & \sin \beta_i & 0 \end{vmatrix} \quad (0.43)$$

și are parametrii directori:

$$\begin{cases} N_x = \sin \beta_i; \\ N_y = -\cos \beta_i. \end{cases} \quad (0.44)$$

De asemenea, facem observația că forma  $\beta_i$  reprezintă o variabilă exprimată în formă discretă.

### 1.2.3.1. Modelarea generării suprafeței elicoidale cu scula-disc

Modelul de reprezentare a suprafețelor de revoluție, anterior examinat, poate fi utilizat și pentru modelarea generării suprafețelor, în scopul evaluării erorii de generare sau a corecției profilului sculei.

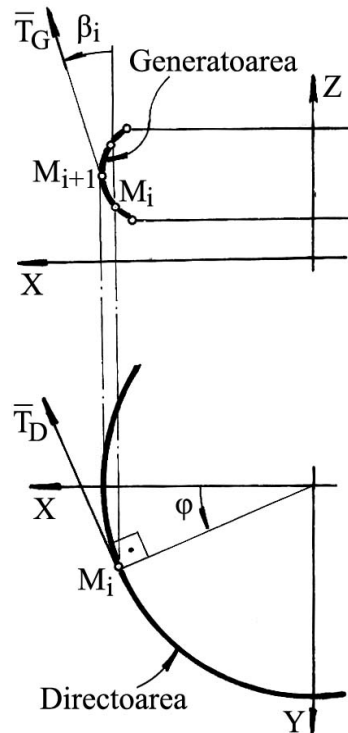


Figura 1. 17. Scula-disc

Cunoscută fiind scula-disc, figura 1. 17, prin coordonatele secțiunii axiale a acesteia, în forma matricii

$$S_A = \begin{Bmatrix} X_1 & Z_1 \\ X_2 & Z_2 \\ \vdots & \vdots \\ X_n & Z_n \end{Bmatrix}, \quad (0.45)$$

se definesc:

- tangenta la generatoarea suprafeței de revoluție (secțiunea axială (0.45)),

$$\vec{T}_G = \sin \beta_i \vec{i} + \cos \beta_i \vec{k}, \quad (0.46)$$

cu

$$\operatorname{tg} \beta_i = \frac{|X_{(i+1)} - X_i|}{|Z_{(i+1)} - Z_i|}; \quad (0.47)$$

- tangenta la directoarea suprafeței, în punctul curent,

$$\vec{T}_D = \sin \varphi \vec{i} - \cos \varphi \vec{j}, \quad (0.48)$$

cu  $\varphi$  - parametru unghiular variabil.

Dacă, acum, se redefinește tangenta la generatoarea suprafeței, prin deplasarea acesteia în lungul directoarei, prin transformarea

$$\begin{pmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sin \beta_i \\ 0 \\ \cos \beta_i \end{pmatrix}, \quad (0.49)$$

rezultă parametrii directori ai tangentei la generatoare în punctual current M:

$$T_G \begin{cases} T_X = \sin \beta_i \cdot \cos \varphi; \\ T_Y = \sin \beta_i \cdot \sin \varphi; \\ T_Z = \cos \beta_i. \end{cases} \quad (0.50)$$

Din (0.49) și (0.50), rezultă vectorul normal la suprafața de revoluție

$$\vec{N}_S = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \sin \varphi & -\cos \varphi & 0 \\ -\sin \beta_i \cos \varphi & -\sin \beta_i \sin \varphi & \cos \beta_i \end{vmatrix} = \cos \varphi \vec{i} + \sin \varphi \vec{j} + \operatorname{tg} \beta_i \vec{k}. \quad (0.51)$$

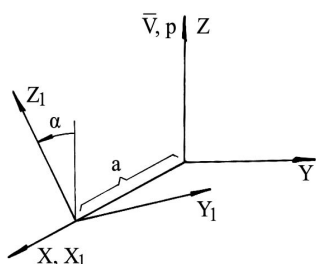


Figura 1. 18. Sisteme de referință

Sunt cunoscute poziția relativă a sculei-disc față de suprafața elicoidală generată, figura 1. 18, și ecuațiile familiei de cercuri reprezentând suprafața periferică efectivă a sculei-disc:

$$S \begin{cases} X_1 = X_i \cos \varphi; \\ Y_1 = Y_i \sin \varphi; \\ Z_1 = Z_i, \quad (i=1,2,3,\dots,n), \end{cases} \quad (0.52)$$

în care coordonatele  $X_i, Y_i, Z_i$  sunt date de (0.45) și axa  $\vec{A}$  - axa sculei-disc.

În mișcarea elicoidală, de axă  $\vec{V}$  și parametru elicoidal  $p$ , a sistemului  $X_1 Y_1 Z_1$  și, odată cu aceasta, a suprafeței  $S$ ,

$$(S)_\theta \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_i \cos \varphi - a \\ Y_i \sin \varphi \\ Z_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ p\theta \end{pmatrix}, \quad (0.53)$$

se generează familia de suprafețe  $(S)_\theta$ :

$$(S)_\theta \begin{cases} X = [X_i \cos \varphi - a] \cos \theta - [Y_i \sin \varphi \cos \alpha + Z_i \cos \alpha] \sin \theta; \\ Y = [X_i \cos \varphi - a] \sin \theta + [Y_i \sin \varphi \cos \alpha + Z_i \cos \alpha] \cos \theta; \\ Z = -Y_i \sin \varphi \sin \alpha + Z_i \cos \alpha + p\theta. \end{cases} \quad (0.54)$$

Caracteristica suprafeței  $S$ , în această mișcare, se determină asociind ecuațiilor (0.54) condiția de înfășurare, în forma GOHMAN,

$$\vec{N}_S \cdot \vec{R}_\theta = 0, \quad (0.55)$$

în care,  $\vec{N}_S$  este dat de (0.51).

Se calculează  $R_\theta$ , din (0.54), cu definiția

$$R_\theta = \frac{dX}{d\theta} = \begin{vmatrix} -\sin \theta & -\cos \theta & 0 \\ \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} X_i \sin \varphi - a \\ Y_i \sin \varphi \cos \alpha + Z_i \sin \alpha \\ -Y_i \sin \varphi \sin \alpha + Z_i \cos \alpha \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ p \end{vmatrix} \quad (0.56)$$

care, pentru  $\theta=0$ , capătă forma

$$R_{\theta=0} = \begin{vmatrix} -(Y_i \sin \varphi \cos \alpha + Z_i \sin \alpha) \\ X_i \cos \varphi - a \\ p \end{vmatrix}. \quad (0.57)$$

Condiția de determinare a curbei caracteristice (vezi și (0.52)), ținând seama de (0.54), (0.52) și (0.57) rezultă în forma

$$-(Y_i \cdot \sin \varphi \cdot \cos \alpha + Z_i \cdot \sin \alpha) \cdot \cos \varphi + (X_i \cdot \cos \varphi - a) \cdot \sin \varphi + p \cdot \operatorname{tg} \beta_i = 0, \quad (i=1,2,\dots,n). \quad (0.58)$$

Ansamblul ecuațiilor (0.51) și (0.58) reprezintă curba caracteristică a suprafeței elicoidale modelate. În mișcarea elicoidală de axa  $\vec{V}$  și parametru  $p$ , se obțin ecuațiile (familia de curbe caracteristice exprimată în formă discretă) reprezentând suprafața elicoidală modelată.

### 1.2.3.2. Modelarea generării suprafeței elicoidale cu scula cilindro frontală

Similar cu cele de mai sus, se rezolvă problema modelării generării suprafeței elicoidale cu o sculă cilindro frontală, figura 1.19.

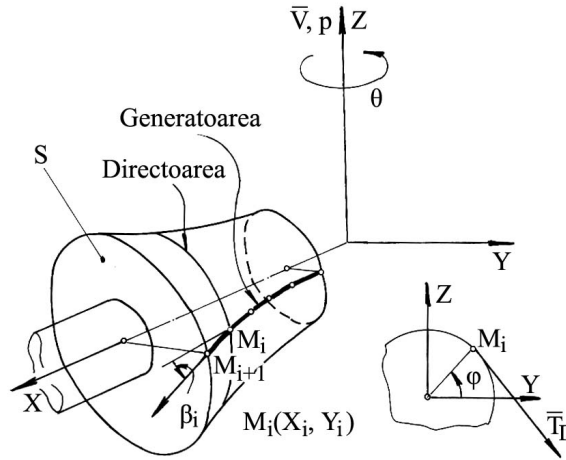


Figura 1. 19. Scula cilindro frontală

Tangenta la generatoarea exprimată în formă discretă având parametrii directori

$$\vec{T}_G = \cos \beta_i \vec{i} + \sin \beta_i \vec{j}, \quad (0.59)$$

cu  $\operatorname{tg} \beta_i = \frac{|Y_{i+1} - Y_i|}{|X_{i+1} - X_i|}$ ;

prin deplasarea pe directoare, poate fi adusă la forma

$$\vec{T}_G = \cos \beta_i \vec{i} + \sin \beta_i \cos \varphi \vec{j} - \sin \beta_i \sin \varphi \vec{k}. \quad (0.60)$$

Tangenta la curba directoare este de forma

$$\vec{T}_D = \sin \varphi \vec{j} - \cos \varphi \vec{k}. \quad (0.61)$$

Normala la suprafața de rotație  $S$  rezultă din produsul vectorial



$$\vec{N}_S = \vec{T}_G \times \vec{T}_D \quad (0.62)$$

și se exprimă prin vectorul

$$\vec{N}_S = -\sin \beta_i \vec{i} + \cos \beta_i \cos \varphi \vec{j} + \cos \beta_i \sin \varphi \vec{k}. \quad (0.63)$$

Suprafața  $S$  are ecuațiile:

$$S \begin{cases} X = X_i; \\ Y = Y_i \cos \varphi; \\ Z = Z_i \sin \varphi, \quad (i=1,2,\dots,n), \end{cases} \quad (0.64)$$

( $X_i, Y_i$  - coordonatele punctului curent (discret) pe generatoare).

Mișcarea elicoidală a suprafeței  $S$ , mișcare de axă  $\vec{V}$  și parametru elicoidal  $p$ , cu  $\theta$  parametru variabil, permite determinarea vectorului viteză  $R_\theta$ ,

$$R_\theta = \frac{dX}{d\theta} = \begin{vmatrix} -\sin \theta & -\cos \theta & 0 \\ \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} X_i \\ Y_i \cos \varphi \\ Y_i \sin \varphi \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ p \end{vmatrix}, \quad (0.65)$$

pentru  $\theta=0$ , poate fi adusă la forma:

$$\vec{R}_\theta = -Y_i \cos \varphi \vec{i} + X_i \vec{j} + p \vec{k}. \quad (0.66)$$

Din (0.54), (0.62) și (0.66) rezultă condiția de înfășurare specifică.

## 1.2.2. Metoda reprezentării poliedrale

Suprafețele (elicoidală, cilindrică sau de revoluție) așa cum rezultă în urma măsurării, prin explorare cu un sistem de palpare, care determină coordonatele succesive ale punctelor acestora, figura 1.20, pot fi privite ca fiind formate dintr-o rețea de puncte distincte în lungul liniilor de măsurare.

Facem observația că distribuția punctelor măsurate în lungul generatoarelor efective trebuie a fi suficient de densă pentru a descrie suprafața în limitele unei anumite precizii de măsurare, acceptată ca riguroasă din punct de vedere tehnic.

Deși rețeaua de puncte formată pe suprafața efectiv măsurată nu este o rețea cu elemente uniforme, algoritmul pentru determinarea normalei la suprafață nu este afectat, dacă numărul de puncte este suficient de mare.

În sensul prezentat anterior, o generatoare efectivă "j" a suprafeței poate fi reprezentată printr-o matrice de forma

$$G = \begin{vmatrix} X_{1,j} & X_{2,j} & X_{3,j} & \dots & X_{k,j} \\ Y_{1,j} & Y_{2,j} & Y_{3,j} & \dots & Y_{k,j} \\ Z_{1,j} & Z_{2,j} & Z_{3,j} & \dots & Z_{k,j} \end{vmatrix}^T. \quad (0.67)$$

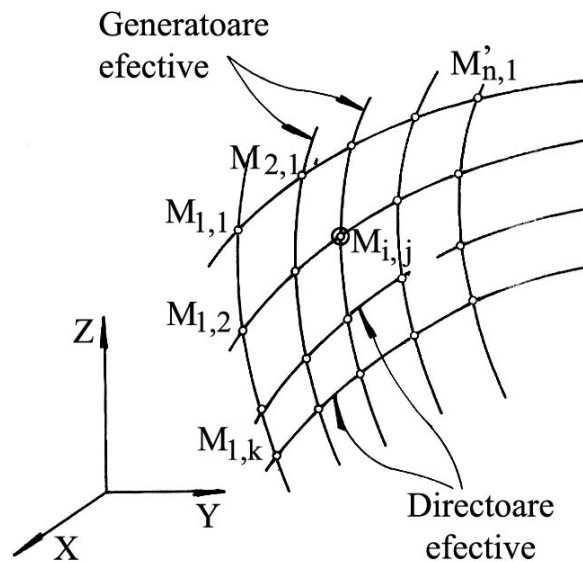


Figura 1. 20. Suprafața efectivă

Ținând seama de (0.67), pentru rețeaua de puncte reprezentând întreaga suprafață, se acceptă exprimarea

$$\Sigma_{efectiv} = \left\{ \left\| \begin{matrix} X_{1,j} & X_{2,j} & \dots & X_{k,j} \\ Y_{1,j} & Y_{2,j} & \dots & Y_{k,j} \\ Z_{1,j} & Z_{2,j} & \dots & Z_{k,j} \end{matrix} \right\| \right\}_i^T ; \quad i = 1, 2, \dots, j, \dots, m. \quad (0.68)$$

Normala într-un punct oarecare al suprafeței efective (0.67), fie  $M_{i,j}$ ; acesta, figura 1.21, se definește ca fiind normala la una dintre fețele “poliedrului” determinat de punctele :  $M_{i,j}$ ;  $M_{i,j-1}$ ;  $M_{i+1,j}$  etc.

Este evident că, în punctul considerat,  $M_{i,j}$ , se pot defini patru normale, câte una la fiecare din cele patru fețe ale poliedrului având ca vârf punctul considerat.

De exemplu, definind vectorii:

$$M_{i,j-1} = \left\| \begin{matrix} X_{i,(j-1)} \\ Y_{i,(j-1)} \\ Z_{i,(j-1)} \end{matrix} \right\| ; \quad (0.69)$$

$$M_{i,j} = \left\| \begin{matrix} X_{i,j} \\ Y_{i,j} \\ Z_{i,j} \end{matrix} \right\| ; \quad (0.70)$$

$$M_{(i+1),j} = \left\| \begin{matrix} X_{(i+1),j} \\ Y_{(i+1),j} \\ Z_{(i+1),j} \end{matrix} \right\| , \quad (0.71)$$

normala la suprafața plană determinată de aceste puncte este

$$\vec{N}_{i,j}^{(i+1),(j-1)} = \overrightarrow{M_{i,(j-1)}M_{i,j}} \times \overrightarrow{M_{i,j}M_{(i+1),j}} \quad (0.72)$$

sau, sub formă de determinant,

$$\vec{N}_{i,j}^{(i+1),(j-1)} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ (X_{i,(j-1)} - X_{i,j}) & (Y_{i,(j-1)} - Y_{i,j}) & (Z_{i,(j-1)} - Z_{i,j}) \\ (X_{(i+1),j} - X_{i,j}) & (Y_{(i+1),j} - Y_{i,j}) & (Z_{(i+1),j} - Z_{i,j}) \end{vmatrix} . \quad (0.73)$$

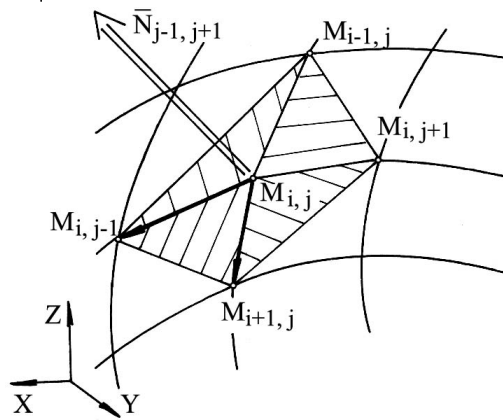


Figura 1. 21. Normala la suprafața poliedrală

În mod similar, se definesc normalele și la celelalte suprafețe ale poliedrului cu vârful în  $M_{i,j}$ .

### 1.2.3.1. Condiția de determinare a curbei caracteristice a suprafeței de revoluție conjugată suprafeței elicoidale, exprimată în formă discretă

În figura 1. 22, sunt prezentate sistemele de referință și poziția axelor sculei-disc și a suprafeței elicoidale.

Conform teoremei Novicov, condiția ca punctul  $M_{i,j}$  de pe suprafața  $\Sigma$  să aparțină curbei caracteristice este determinată de intersecția normalei la  $\Sigma$ , în acest punct, cu axa sculei-disc.

Cunoscute fiind:

- poziția axei sculei-disc,

$$\vec{A} = -\sin \alpha \vec{j} + \cos \alpha \vec{k} \text{ și } OO_1 = a; \quad (0.74)$$

- vectorul de poziție  $\vec{r}_1$ , care unește punctul  $O_1$  cu  $M_{i,j}$ ,

$$\vec{r}_1 = (X_{i,j} - a)\vec{i} + Y_{i,j}\vec{j} + Z_{i,j}\vec{k}, \quad (0.75)$$

în care  $X_{i,j}$ ,  $Y_{i,j}$ ,  $Z_{i,j}$  sunt date de (0.68), condiția de înfășurare, în sensul Nikolaev, capătă forma

$$\left| \left( \vec{A}, \vec{r}_1, \vec{N}_{\Sigma_j} \right) \right| \leq \varepsilon \quad (0.76)$$

în care,  $\varepsilon$  este o valoare pozitivă, suficient de mică.

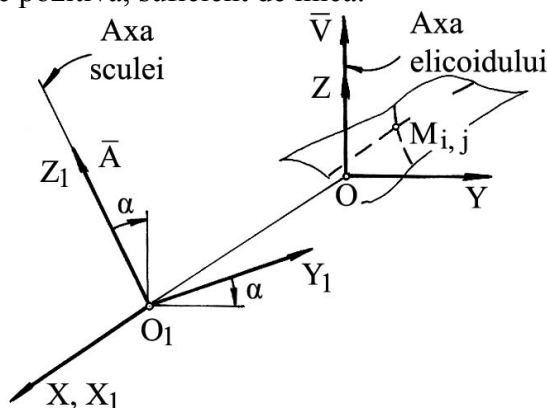


Figura 1. 22. Sisteme de referință

Condiția (0.76) trebuie testată pentru toate cele patru fețe laterale ale poliedrului cu vârful în punctul  $M_{i,j}$ . Evident, se acceptă acea normală, pentru care condiția (0.76) este cea mai mică.

În acest fel, stabilindu-se “fața” poliedrului care corespunde, cel mai îndeaproape, condiției de înfășurare, se decide “avansul” pentru testarea următorului punct în definirea curbei caracteristice.

Ansamblul punctelor  $M_{i,j}$  care satisfac condiția de infasurare reprezintă caracteristica suprafeței elicoidale reprezentată în formă discretă și, implicit, caracteristica suprafeței de revoluție care constituie suprafața periferică primară a sculei-disc.

În principiu, caracteristica  $C_S$ , astfel determinată, poate căpăta o reprezentare de forma

$$C_S = \left\{ \left\| \begin{matrix} X_{i,j} \\ Y_{i,j} \\ Z_{i,j} \end{matrix} \right\|^T \right\}, \quad (i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, m). \quad (0.77)$$

Suprafața periferică primară a sculei-disc se obține prin rotirea curbei caracteristice (0.77) în jurul axei  $\vec{A}$  - axa sculei-disc.

Pentru situația în care suprafața de revoluție căutată este suprafața periferică primară a unei scule cilindro-frontală, figura 1.23, cu  $\vec{A}$  axa sculei, condiția pentru determinarea curbei caracteristice se modifică în

$$\left| \left( (\vec{N}_{\Sigma})_{i,j}, \vec{r}_{i,j}, \vec{A} \right) \right| < \varepsilon, \quad (0.78)$$

în care  $\vec{r}$  este vectorul

$$\vec{r}_{i,j} = X_{i,j} \vec{i} + Y_{i,j} \vec{j} + Z_{i,j} \vec{k} \quad \text{și} \quad \vec{A} = \vec{i} \quad (0.79)$$

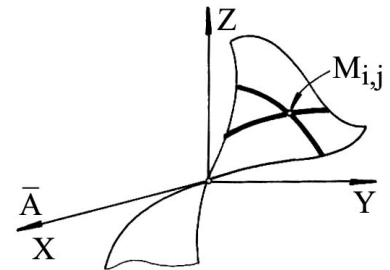


Figura 1. 23. Axa sculei cilindro-frontale

### 1.3. APLICAREA METODOLOGIEI DE REPREZENTARE DISCRETA A SUPRAFETELOR

Se prezintă, în cele ce urmează, aplicații privind profilarea sculelor mărginite de suprafețe periferice primare de revoluție pentru generarea suprafețelor elicoidale, exprimate în formă discretă, prin metoda reprezentării poliedrale.

Aplicațiile au fost realizate prin „modelarea” numerică a generatoarei suprafeței elicoidale și, în acest scop, s-a realizat un model analitic al generatoarei pe baza căreia s-a „modelat” numeric „generatoarea efectivă” a suprafeței, matricea de forma, vezi tabelul tabelul 1. 1, profilarea sculei urmărind algoritmul cunoscut al profilării sculelor mărginite de suprafețe de revoluție reciproc înfășurătoare suprafețelor elicoidale cilindrice și de pas constant – metoda Nikolaev, cu particularizările definirii normalei la suprafața în exprimare poliedrală, vezi (0.73) și condiția de înfășurare, vezi (0.78).

S-au identificat modele în forma discretă ale generatoarelor elementare ale canalului elicoidal al burghiului, pentru care s-au aplicat metode de profilare a sculelor generatoare (scula-disc), în vederea obținerii profilului sculei reciproc înfășurătoare a acestuia, în vederea generării canalului (generatoare circulară în plan frontal, generatoare circulară în plan axial, generatoare rectilinie). În baza unui produs soft dedicat, s-au reprezentat formele profilurilor curbilor caracteristice la generarea cu o scula corp de revoluție (scula disc).

- **Generatoare circulară în planul frontal al suprafeței elicoidale**

Se propune modelul generatoarei în forma:

$$\begin{cases} X = R - r \cdot \cos v, \\ Y = r \cdot \sin v, \\ Z = 0, \end{cases} \quad (0.80)$$

unde  $v$  este unghiul profilului, vezi și figura 1.24, în baza căreia se definește generatoarea efectivă în forma, vezi tabelul 1.2, pentru:  $r = 10$  mm,  $R = 50$  mm,  $v = 0^\circ$  ....  $30^\circ$ ,  $p = 50$  mm,  $\varphi = -5^\circ$  ....  $+5^\circ$ .

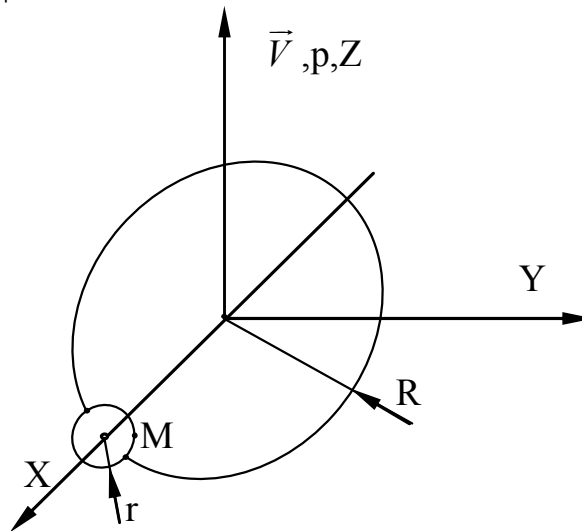


Figura 1. 24. Modelul generatoarei efective

Tabelul 1. 2. Modelul numeric al generatoarei efective

Nr. crt.	$X_k$ [mm]	$X_k$ [mm]	$X_k$ [mm]
1.	40.00000	0.00000	0.00000
2.	40.00002	0.01751	0.00000
3.	40.00006	0.03502	0.00000
4.	40.00014	0.05253	0.00000
5.	40.00025	0.07005	0.00000
6.	40.00038	0.08756	0.00000
7.	40.00055	0.10507	0.00000
8.	40.00075	0.12258	0.00000
...	.....	.....	.....
293.	41.27055	4.87819	0.00000
294.	41.27911	4.89347	0.00000
295.	41.28769	4.90873	0.00000
296.	41.29630	4.92398	0.00000
297.	41.30494	4.93922	0.00000
298.	41.31360	4.95443	0.00000
299.	41.32229	4.96964	0.00000
300.	41.33100	4.98483	0.00000

Pornind de la modelul numeric al generatoarei efective (vezi tabelul 1. 2) pentru o variație incrementală a parametrului „ $\varphi$ ”, în mișcarea

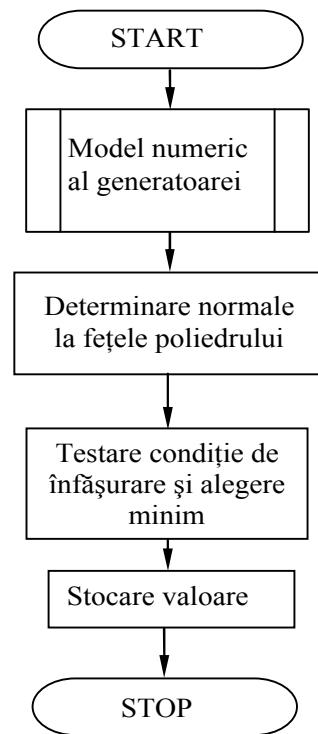
$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(j\varphi) & -\sin(j\varphi) & 0 \\ \sin(j\varphi) & \cos(j\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_k \\ Y_k \\ Z_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ p(j\varphi) \end{pmatrix} \quad (0.81)$$

unde  $k = 1, \dots, n$ ;  $j = 1, \dots, m$ ,

se generează „modelul” poliedral al suprafeței elicoidale cilindrice și de pas constant ( $p$  și  $\varphi$  sunt parametrii în mișcarea elicoidală).

Aplicația referitoare la profilarea sculei cilindro-frontale a fost realizată sub forma unui applet java, în baza unei scheme logice, prezentată alăturat.

În figura 1. și tabelul 1. 3, sunt prezentate rezultatele rulării aplicației.



Schema logică

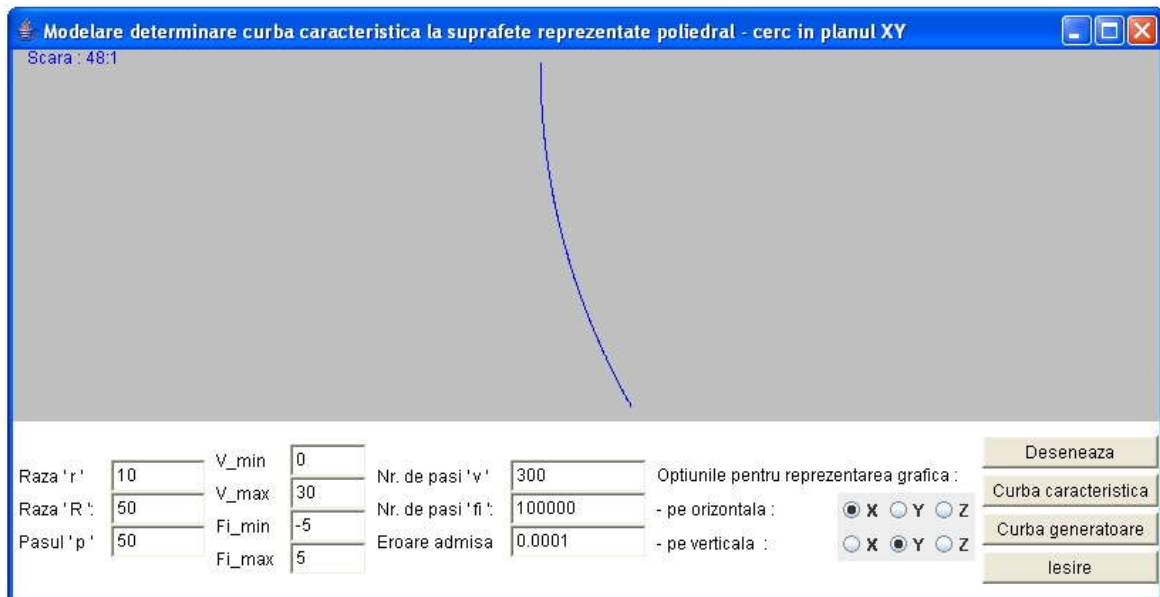


Figura 1. 25 Applet: profil circular in planul XY, curba caracteristică (metoda poliedrala)

Applet-ul este interactiv, permițând modificarea valorilor pentru raza „ $r$ ” a generatoarei suprafeței elicoidale, raza „ $R$ ” a centrului generatoarei, parametrul elicoidal „ $p$ ”, limitele „ $v_{min}$ ” și „ $v_{max}$ ” ale profilului de generat, numărul de incrementări în lungul liniei elicoidale „ $j$ ”, numărul de pași în care este împărțit unghiul „ $\varphi$ ” și mărimea erorii acceptabile pentru îndeplinirea condiției de înfășurare. De asemenea, există mai multe opțiuni pentru reprezentarea grafică a curbei caracteristice.

Tabelul 1. 3. Coordonatele curbei caracteristice, profil circular în planul XY

<b>X [mm]</b>	<b>Y [mm]</b>	<b>Z [mm]</b>	<b>V [grd]</b>	<b>f[grd]</b>
40.00000	0.00003	0.00004	0.00000	0.00000
40.00002	0.01762	0.00013	0.00175	0.00000
40.00006	0.03520	0.00022	0.00350	0.00000
40.00014	0.05278	0.00031	0.00525	0.00001
40.00024	0.07036	0.00039	0.00700	0.00001
40.00038	0.08794	0.00048	0.00876	0.00001
40.00055	0.10552	0.00057	0.01051	0.00001
40.00075	0.12310	0.00065	0.01226	0.00001
40.00098	0.14068	0.00074	0.01401	0.00001
40.00124	0.15826	0.00083	0.01576	0.00002
.....	.....	.....	.....	.....
41.25107	4.86843	0.02526	0.50434	0.00050
41.25955	4.88381	0.02535	0.50609	0.00051
41.26806	4.89919	0.02544	0.50784	0.00051
41.27660	4.91454	0.02553	0.50959	0.00051
41.28517	4.92988	0.02561	0.51134	0.00051
41.29376	4.94521	0.02570	0.51309	0.00051
41.30238	4.96052	0.02579	0.51484	0.00051
41.31103	4.97581	0.02587	0.51659	0.00052
41.31970	4.99109	0.02596	0.51835	0.00052
41.32840	5.00636	0.02605	0.52010	0.00052
41.25107	4.86843	0.02526	0.52185	0.00052

• **Generatoare circulară în planul axial - XZ**

Ecuatiile modelului curbei generatoare sunt:

$$\begin{cases} X = R - r \cdot \cos v; \\ Y = 0; \\ Z = r \cdot \sin v. \end{cases} \quad (0.82)$$

Pentru un profil cu aceleași caracteristici dimensionale, în figura 1. 25 și tabelul 1. 4, se prezintă rezultatele rulării applet-ului *java* dedicat.

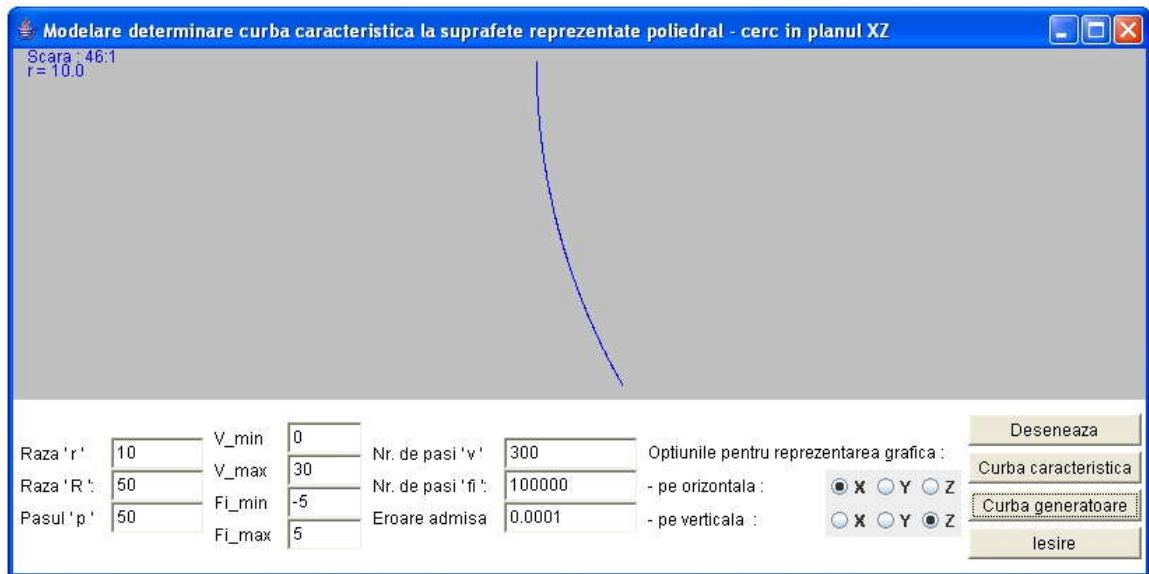


Figura 1. 25. Applet: profil circular in planul XZ, curba caracteristică( metoda poliedrala)

Tabelul 1. 4. Coordonatele curbei caracteristice, profil circular în planul XZ

X [mm]	Y [mm]	Z [mm]	V [grd]	f[grd]
40.00000	0.00003	0.00004	0.00000	0.00000
40.00002	0.00010	0.01764	0.00175	0.00000
40.00006	0.00017	0.03524	0.00350	0.00000
40.00014	0.00024	0.05284	0.00525	0.00001
40.00025	0.00031	0.07044	0.00700	0.00001
40.00038	0.00038	0.08804	0.00876	0.00001
40.00055	0.00045	0.10564	0.01051	0.00001
.....	.....	.....	.....	.....
41.25351	0.02084	4.87285	0.50784	0.00051
41.26202	0.02092	4.88825	0.50959	0.00051
41.27055	0.02100	4.90363	0.51134	0.00051
41.27910	0.02107	4.91899	0.51309	0.00051
41.28768	0.02115	4.93435	0.51484	0.00051
41.29629	0.02123	4.94968	0.51659	0.00052
41.30493	0.02130	4.96500	0.51835	0.00052
41.31359	0.02138	4.98031	0.52010	0.00052
41.32228	0.02146	4.99560	0.52185	0.00052

- **Generatoarea rectilinie**

Modelul curbei generatoare este de forma (1.83),

$$\begin{cases} X = X_A + l \cdot v; \\ Y = X_A + m \cdot v; \\ Z = X_A + n \cdot v, \end{cases} \quad (1.83)$$

în care  $l, m$  și  $n$  sunt cosinuşii directori, daţi de relaţiile (1.84)



$$\begin{cases} l = (X_B - X_A) / L; \\ m = (Y_B - Y_A) / L; \\ n = (Z_B - Z_A) / L, \end{cases} \quad (0.84)$$

L reprezintă lungimea segmentului de dreaptă AB,

$$L = \sqrt{(X_A - X_B)^2 + (Y_A - Y_B)^2 + (Z_A - Z_B)^2}. \quad (0.85)$$

Pentru segmentul determinat de

$$\begin{aligned} X_A &= -20 \text{ mm}; Y_A = 10 \text{ mm}; Z_A = 0 \text{ mm}; \\ X_B &= 20 \text{ mm}; Y_B = 10 \text{ mm}; Z_B = 0 \text{ mm}; \\ p &= 50 \text{ mm}, \end{aligned} \quad (0.86)$$

modelul numeric al generatoarei efective este prezentat în tabelul 1.5.

*Tabelul 1. 5. Modelul numeric al generatoarei efective*

<i>Nr. Crt.</i>	<i>X<sub>k</sub> [mm]</i>	<i>X<sub>k</sub> [mm]</i>	<i>X<sub>k</sub> [mm]</i>
1	-20.00000	10.00000	0.00000
2	-19.98666	10.00000	0.00000
3	-19.97332	10.00000	0.00000
4	-19.95999	10.00000	0.00000
5	-19.94665	10.00000	0.00000
6	-19.93331	10.00000	0.00000
7	-19.91997	10.00000	0.00000
8	-19.90664	10.00000	0.00000
	.....		
2993	19.89330	10.00000	0.00000
2994	19.90664	10.00000	0.00000
2995	19.91997	10.00000	0.00000
2996	19.93331	10.00000	0.00000
2997	19.94665	10.00000	0.00000
2998	19.95999	10.00000	0.00000
2999	19.97332	10.00000	0.00000
3000	19.98666	10.00000	0.00000

În figura 1. și tabelul 1. 5 sunt prezentate rezultate ale rulării applet-ului dedicat.

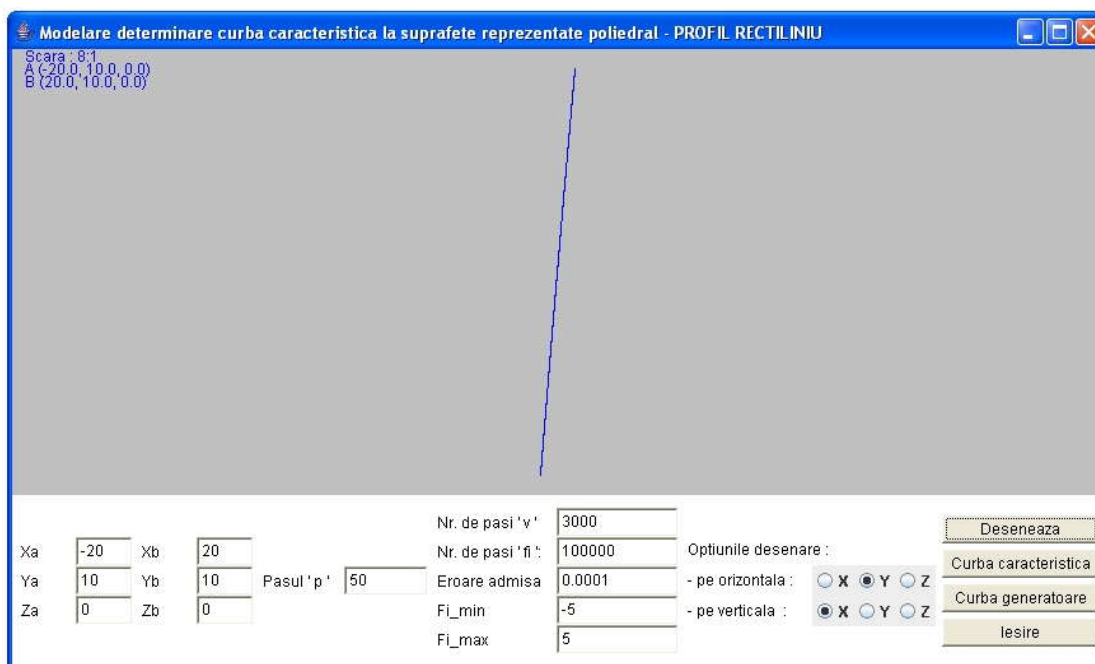


Figura 1.27. Applet: generatoare rectilinie(metoda poliedrală)

Tabelul 1. 6.Coordonatele curbei caracteristice, profil rectiliniu

X [mm]	Y [mm]	Z [mm]	V [grd]	f[grd]
-19.05234	11.70506	-4.36332	0.00000	0.00000
-19.03907	11.70387	-4.36324	0.01334	-0.08726
-19.02580	11.70267	-4.36315	0.02668	-0.08726
-19.01254	11.70147	-4.36306	0.04001	-0.08726
-18.99927	11.70028	-4.36297	0.05335	-0.08726
-18.98600	11.69908	-4.36289	0.06669	-0.08726
-18.97274	11.69789	-4.36280	0.08003	-0.08726
.....	.....	.....	.....	.....
20.63264	8.33708	-4.10239	39.87996	-0.08205
20.64592	8.33602	-4.10231	39.89330	-0.08205
20.65920	8.33497	-4.10222	39.90664	-0.08204
20.67248	8.33391	-4.10213	39.91997	-0.08204
20.68576	8.33285	-4.10204	39.93331	-0.08204
20.69903	8.33180	-4.10196	39.94665	-0.08204
20.71231	8.33074	-4.10187	39.95999	-0.08204
20.72559	8.32968	-4.10178	39.97332	-0.08204
20.73887	8.32863	-4.10170	39.98666	-0.08203
20.75215	8.32757	-4.10161	40.00000	-0.08203

## Concluzii

Metoda reprezentării poliedrale a suprafețelor elicoidale cilindrice și de pas constant este specifică situației în care suprafețele elicoidale sunt cunoscute prin măsurare directă, pe mașini de măsurat.

- S-au elaborat algoritmi specifici pentru reprezentarea suprafețelor poliedrale de substituire a suprafeței elicoidale.
- Aplicarea metodei s-a făcut prin imaginarea unor „modele” analitice ale generatoarei efective a suprafeței elicoidale.
- S-a conceput un produs soft dedicat acestei probleme, cu aplicații sub formă de applet java.
- Metodologia de profilare a sculei cilindro-frontale s-a aplicat pentru profiluri elementare: arc de cerc și segment de dreaptă, finalizată prin reprezentarea curbei caracteristice specifice.
- Metodica prezintă avantajul, că, în baza modelării numerice a unor generatoare efective, permite exprimarea riguroasă a curbei caracteristice în formă numerică, ca linie de contact între suprafața periferică primară a sculei – suprafața de revoluție – și suprafața poliedrală, substitutivă suprafeței elicoidale.
- Appleturile realizate sunt interactive, permițând utilizatorului alegerea coordonatelor generatoarei, numărul de pași de incrementare, stabilirea erorii de determinare a curbei caracteristice, precum și reprezentarea deosebit de riguroasă a profilurilor (curbele caracteristice) astfel determinate.
- Suprafețele elementare prezentate constituie suprafețe elementare din componenta canalului burghiului elicoidal.

**Obiectivul 2. Sinteza unor modalități de reprezentare prin poli a matricelor de coordonate reprezentând generatoare exprimate în formă discretă a suprafețelor generate, ca metoda de apreciere rapidă și riguroasă a formei efective a generatoarei suprafeței.**

## 2.1. Forme de reprezentare prin poli a generatoarei suprafeței cilindrice

### 2.1.1. Definirea curbilor prin poli

Definirea curbilor prin puncte are la bază teoria baricentrelor. Curba generată de deplasarea centrului de greutate a unui sistem de puncte materiale este de formă polinomială.

### 2.1.2. Curbe definite prin doi poli

Fie două puncte A și B de mase respectiv 5 și 2. Centrul de greutate P se află la distanțe L1 și L2 date de relația:

$$L1 \times 5 = L2 \times 2 \quad (2.1)$$

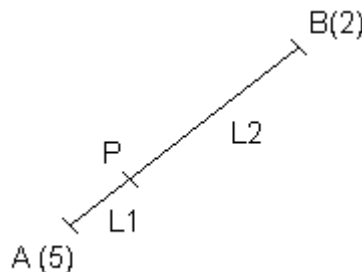


Figura 2. 1. Centrul de greutate a două puncte

În scriere vectorială se poate scrie:

$$\vec{AP} \times 5 = \vec{PB} \times 2 \quad (2.2)$$

$$(\vec{OA} - \vec{OP}) \cdot 5 = (\vec{OP} - \vec{OB}) \cdot 2 \quad (2.3)$$

de unde rezultă:

$$\vec{OP} = \frac{5 \cdot \vec{OA} + 2 \cdot \vec{OB}}{7} \quad (2.4)$$

Dacă notăm cu  $\lambda$  și  $\mu$  masele punctelor A și B, rezultă:

$$\vec{OP} = \frac{\lambda \cdot \vec{OA} + \mu \cdot \vec{OB}}{\lambda + \mu} \quad (2.5)$$

Pentru simplificare se noteaza  $\lambda + \mu = 1$ ,  $\vec{OP} = P$ ,  $\vec{OA} = A$ ,  $\vec{OB} = B$  și relația (2.5) va deveni:

$$P = \lambda \cdot A + \mu \cdot B. \quad (2.6)$$

Pentru  $\mu=0$ , P coincide cu A, pentru  $\mu=1$  P coincide cu B, când  $\mu$  variază între 0 și 1 P descrie segmentul AB. A și B sunt punctele unei curbe de gradul I.

### 2.1.3. Curbe definite prin trei poli

Fie trei puncte A, B, C și două puncte I și J centrele de greutate a punctelor AB și BC (vezi fig. 2.2).



Figura 2. 2. Curba de gradul 2 exprimată prin poli

Aplicând teoria de la centrele de greutate a două puncte vom avea pozițiile punctelor I și J, definite astfel:

$$I = \lambda \cdot A + \mu \cdot B; \quad (2.7)$$

$$J = \lambda \cdot A + \mu \cdot B. \quad (2.8)$$

Putem defini punctul P în funcție de I și J în același mod:

$$P = \lambda \cdot I + \mu \cdot J. \quad (2.9)$$

și înlocuind pe I și J cu valorile lor va rezulta:

$$P = \lambda \cdot (\lambda \cdot A + \mu \cdot B) + \mu \cdot (\lambda \cdot B + \mu \cdot C); \quad (2.10)$$

$$P = \lambda^2 \cdot A + 2 \cdot \lambda \cdot \mu \cdot B + \mu^2 \cdot C. \quad (2.11)$$

Când valoarea parametrului  $\mu$  variază de la 0 la 1, punctul P descrie un arc de curbă de gradul 2 în care punctele ce o definesc sunt A, B, C.

Poziția punctului P pentru  $\mu=0,5$  permite recunoașterea proprietăților unei parabole.

### 2.1.4. Curbe definite prin n poli

Se generalizeaza formele de mai sus. Printr-un raționament asemănător, pentru 4 puncte se poate deduce formula

$$P = \lambda^3 \cdot A + 2 \cdot \lambda^2 \cdot \mu \cdot B + 2 \cdot \lambda \cdot \mu^2 \cdot C + \mu^3 \cdot D, \quad (2.12)$$

iar pentru 5 puncte vom avea forma

$$P = \lambda^4 \cdot A + 4 \cdot \lambda^3 \cdot \mu \cdot B + 6 \cdot \lambda^2 \cdot \mu^2 \cdot C + 4 \cdot \lambda \cdot \mu^3 \cdot D + \mu^4 \cdot E. \quad (2.13)$$

Se generalizeaza cazurile de mai sus prezentind o formulă generală, pornind de la asemănarea funcțiilor de mai sus cu binomul lui Newton.

Fie  $n$  puncte notate cu  $P_1, P_2, \dots, P_n$  și  $P(n)$  centrul de greutate al acestui sistem de puncte. Centrul de greutate  $P(n)$  este dat de formula

$$P(n) = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(n-1)!}{k! \cdot (n-k-1)!} \cdot \lambda^{n-k-1} \cdot \mu^k \cdot P_{k+1}. \quad (2.14)$$

### 2.1.5. Tangenta unei curbe definite prin puncte

Aflarea tangentei grafic se poate face ca în exemplul de mai jos în cazul pentru 4 puncte:

$$P' = 3\lambda^2 A + 6\lambda\mu B + 3\mu^2 C - 3\lambda^2 B - 6\lambda\mu C - 3\mu^2 D; \quad (2.15)$$

$$P' = 3\left[\lambda^2 A + 2\lambda\mu B + \mu^2 C\right] - \left[\lambda^2 B + 2\lambda\mu C + \mu^2 D\right]. \quad (2.16)$$

Regăsim expresia centrelor de greutate I și J de pe LM și MN (vezi figura 2. 3)

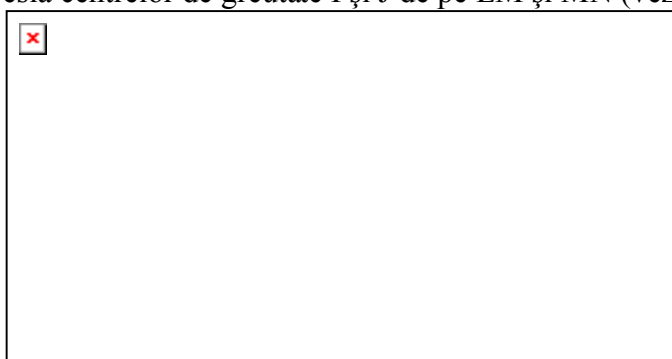


Figura 2. 3. Tangenta la o curbă definită prin puncte

$$P' = 3(I - J) = 3\vec{IJ} \quad (2.17)$$

IJ este tangenta la curbă în punctul P.

În punctul A,  $\lambda=1$  și  $\mu=0$ , derivata va deveni  $P' = 3A - 3B = 3\vec{BA}$ . Tangenta în punctul A este BA, la fel și tangenta punctului D este CD. Prima și ultima linie folosite în unirea punctelor sunt, prin urmare, tangente la curbă, în extremitățile acesteia.

Pentru simplificare, în cazul general, avind in vedere relația

$$\lambda + \mu = 1 \quad (2.18)$$

se obține o funcție de o variabilă. În acest mod, formula (2.14) devine:

$$P(n) = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(n-1)!}{k! \cdot (n-k-1)!} \cdot \lambda^{n-k-1} \cdot (1-\lambda)^k \cdot P_{k+1}. \quad (2.19)$$

Derivarea formulei (2.19) va duce la

$$P'(n) = \sum_{k=0}^{n-1} \left( (n-k-1) \cdot \lambda^{n-k-2} \cdot (1-\lambda)^k - k \cdot \lambda^{n-k-1} \cdot (1-\lambda)^{k-1} \right) \cdot \frac{(n-1)!}{k! \cdot (n-k-1)!} \cdot P_{k+1} \quad (2.20)$$

$$P'(n) = \sum_{k=0}^{n-1} \left( (n-k-1) \cdot (1-\lambda) - k \cdot \lambda \right) \cdot \frac{(n-1)!}{k! \cdot (n-k-1)!} \cdot \lambda^{n-k-2} \cdot (1-\lambda)^{k-1} P_{k+1} \quad (2.21)$$

$$P'(n) = \sum_{k=0}^{n-1} (n-k-1-n\lambda+\lambda) \frac{(n-1)!}{k! \cdot (n-k-1)!} \cdot \lambda^{n-k-2} \cdot (1-\lambda)^{k-1} P_{k+1} \quad (2.22)$$

$$P'(n) = \sum_{k=0}^{n-1} ((n-1) \cdot (1-\lambda) - k) \frac{(n-1)!}{k! \cdot (n-k-1)!} \cdot \lambda^{n-k-2} \cdot (1-\lambda)^{k-1} P_{k+1} \quad (2.23)$$

$$P'(n) = \sum_{k=0}^{n-1} \left[ \frac{(n-1)(n-1)!}{k! \cdot (n-k-1)!} \cdot \lambda^{n-k-2} \cdot \mu^k - \frac{(n-1)!}{(k-1)! \cdot (n-k-1)!} \right] \cdot \lambda^{n-k-2} \cdot \mu^{k-1} P_{k+1} \quad (2.24)$$

$$P'(n) = \sum_{k=0}^{n-1} \left[ \frac{n-1}{k} \cdot \mu - 1 \right] \cdot \frac{(n-1)!}{(k-1)! \cdot (n-k-1)!} \cdot \lambda^{n-k-2} \cdot \mu^{k-1} \cdot P_{k+1} \quad (2.25)$$

Ecuatia tangentei la o curbă definită prin puncte

$$Y(n) = P(n) + P'(n) \cdot \tau$$

$$Y(n) = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(n-1)!}{k! \cdot (n-k-1)!} \cdot \lambda^{n-k-1} \cdot \mu^k \cdot P_{k+1} + \sum_{k=0}^{n-1} \left[ \frac{(n-1)(n-1)!}{k! \cdot (n-k-1)!} \cdot \lambda^{n-k-2} \cdot \mu^k P_{k+1} - \frac{(n-1)!}{(k-1)! \cdot (n-k-1)!} \cdot \lambda^{n-k-2} \cdot \mu^{k-1} P_{k+1} \right] \cdot \tau \quad (2.26)$$

Desi formula generala pare a fi extrem de complicată, în marea majoritate a cazurilor se folosesc doar câteva puncte pentru a defini cu suficient de bună precizie o curbă, ceea ce conduce la calcule simple.

O rezolvare a problemei este dată chiar de modul de definire a curbei prin formula (2.14), pentru cazul a 3 puncte. În figura 2. 2., se poate observa că tangenta la curbă este dată de punctele I și J, descrise prin ecuațiile (2.17) și (2.18) ceea ce duce la următoarea relație (ecuația dreptei definită prin 2 puncte):

$$\frac{y - I_y}{x - I_x} = \frac{J_y - I_y}{J_x - I_x} \quad (2.27)$$

Pentru cazurile cu un număr mai mare de puncte, analog cu deducerea formulei (2.14) se obțin ecuațiile generale a punctelor I și J din exemplul anterior:

$$I(n) = \sum_{k=0}^{n-2} \frac{(n-2)!}{k! \cdot (n-k-2)!} \cdot \lambda^{n-k-2} \cdot \mu^k \cdot P_{k+1} \quad (2.28)$$

$$J(n) = \sum_{k=1}^{n-1} \frac{(n-2)!}{k! \cdot (n-k-2)!} \cdot \lambda^{n-k-2} \cdot \mu^k \cdot P_{k+1}$$

unde  $n \geq 3$  ..

### 2.1.6. Familii de curbe tangente

Dacă în geometria diferențială ecuația familiei curbelor tangente la o curbă plană dată se află rezolvând simultan ecuațiile:

$$f(x, y, p) = 0 \quad (2.29)$$

$$\frac{\partial}{\partial p} f(x, y, p) = 0 \quad (2.30)$$

cu ajutorul noii descrieri a curbelor familia de curbe tangente într-un punct se rezuma, din nou, la formula (2.14).

Fie  $\Pi$  punctul de tangență al familiei de curbe  $\Sigma$ . Presupunem că fiecare curbă din familia  $\Sigma$  este definită prin același număr de puncte  $n$  ( $n \geq 3$ ). În acest caz, toate curbele familiei vor avea aceeași tangență definită de punctele  $I(n)$ ,  $J(n)$ , toate vor avea aceeași ecuație definită de relația (2.14) și, mai mult, ele vor fi definite numai prin punctele care satisfac condiția

$$\Pi = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(n-1)!}{k! \cdot (n-k-1)!} \cdot \lambda^{n-k-1} \cdot \mu^k \cdot P_{k+1}. \quad (2.31)$$

### 2.1.7. Normala unei curbe definite prin poli

Pentru determinarea planului osculator al curbei este necesară cunoașterea și celei de a doua derivată a curbei. Din formula (2.24) derivată încă o dată, folosind și substituția  $\mu = 1 - \lambda$ , rezulta

$$P'(n) = \sum_{k=0}^{n-1} \left[ \frac{(n-1)(n-1)!}{k! \cdot (n-k-1)!} \cdot \lambda^{n-k-2} \cdot \mu^k P_{k+1} - \frac{(n-1)!}{(k-1)! \cdot (n-k-1)!} \cdot \lambda^{n-k-2} \cdot \mu^{k-1} P_{k+1} \right] \quad (2.32)$$

$$P'(n) = \sum_{k=0}^{n-1} \left[ \frac{(n-1)(n-1)!}{k! \cdot (n-k-1)!} \cdot \lambda^{n-k-2} \cdot (1-\lambda)^k P_{k+1} - \frac{(n-1)!}{(k-1)! \cdot (n-k-1)!} \cdot \lambda^{n-k-2} \cdot (1-\lambda)^{k-1} P_{k+1} \right] \quad (2.33)$$

$$P'(n) = \sum_{k=0}^{n-1} \left[ \frac{(n-1)(n-1)!}{k! \cdot (n-k-1)!} \cdot \lambda^{n-k-2} \cdot P_{k+1} - \frac{(n-1)(n-1)!}{k! \cdot (n-k-1)!} \cdot \lambda^{n-2} P_{k+1} - \frac{(n-1)!}{(k-1)! \cdot (n-k-1)!} \cdot \lambda^{n-k-2} \cdot P_{k+1} + \frac{(n-1)!}{(k-1)! \cdot (n-k-1)!} \cdot \lambda^{n-3} \cdot P_{k+1} \right] \quad (2.34)$$

$$P'(n) = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(n-1)!}{(k-1)! \cdot (n-k-1)!} \cdot P_{k+1} \cdot \left[ \frac{n-1}{k} \cdot \lambda^{n-k-2} - \frac{n-1}{k} \cdot \lambda^{n-2} - \lambda^{n-k-2} + \lambda^{n-3} \right] \quad (2.35)$$

Astfel, a fost adusă prima derivată la o formă ce poate fi ușor prelucrată.

$$P''(n) = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(n-1)!}{(k-1)! \cdot (n-k-1)!} \cdot P_{k+1} \cdot \left[ \frac{(n-1) \cdot (n-k-2)}{k} \cdot \lambda^{n-k-3} - \frac{(n-1) \cdot (n-2)}{k} \cdot \lambda^{n-3} - (n-k-2) \cdot \lambda^{n-k-3} + (n-3) \cdot \lambda^{n-4} \right] \quad (2.36)$$

Simplificând, a doua derivată (2.36) rezultă:



$$P'(n) = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(n-1)!}{k! \cdot (n-k-1)!} \cdot P_{k+1} \cdot [(n-k-2) \cdot (n-k-1) \cdot \lambda^{n-k-3} - (n-1) \cdot (n-2) \cdot \lambda^{n-3} + k \cdot (n-3) \cdot \lambda^{n-4}] \quad (2.37)$$

### 2.1.8. Translația unei curbe definite prin puncte

În mod evident, translația unei curbe astfel definite se reduce la translația punctelor. Luând cazul general din formula (2.14), presupunem efectuarea unei translații a unei curbe oarecare definită prin punctele  $P_1, P_2, \dots, P_n$ .

Fie curba definită prin punctele  $P_1, P_2, \dots, P_n$  a carei ecuație este dată de formula (2.14), în sistemul de coordonate mobil  $O_1x_1y_1z_1$ . Translația curbei definită în sistemului  $O_1x_1y_1z_1$  față de sistemul de referință fix  $Oxyz$ , presupus fix, se rezumă la translația punctelor  $P_1, P_2, \dots, P_n$ .

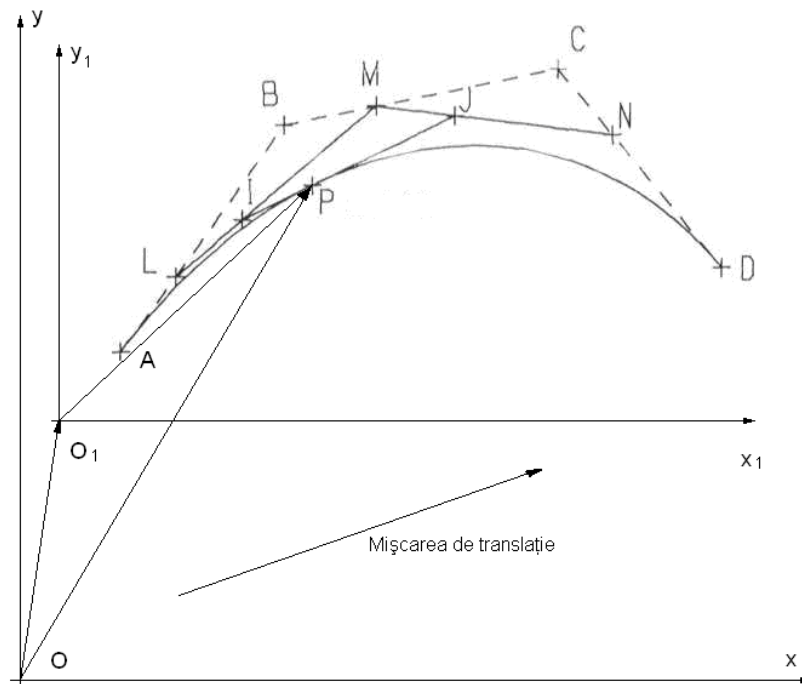


Figura 2. 4 Translația unei curbe definite prin puncte

Demonstrația este evidentă, în condițiile date, formula (2.14) fiind chiar identică și în sistemul de referință fix, singura modificare survine la definirea punctelor care efectuează mișcare de translație.

### 2.1.9. Rotația unei curbe definite prin puncte

Problema rotației unei curbe definite prin puncte este asemănătoare translației

Fie curba definită prin punctele  $P_1, P_2, \dots, P_n$  a carei ecuație este dată de formula (2.14), în sistemul de coordonate mobil  $O_1x_1y_1z_1$ . Rotația curbei definită în sistemul  $O_1x_1y_1z_1$  față de sistemul de referință fix  $Oxyz$ , presupus fix, se rezumă la rotația punctelor  $P_1, P_2, \dots, P_n$ , față de  $Oxyz$ .

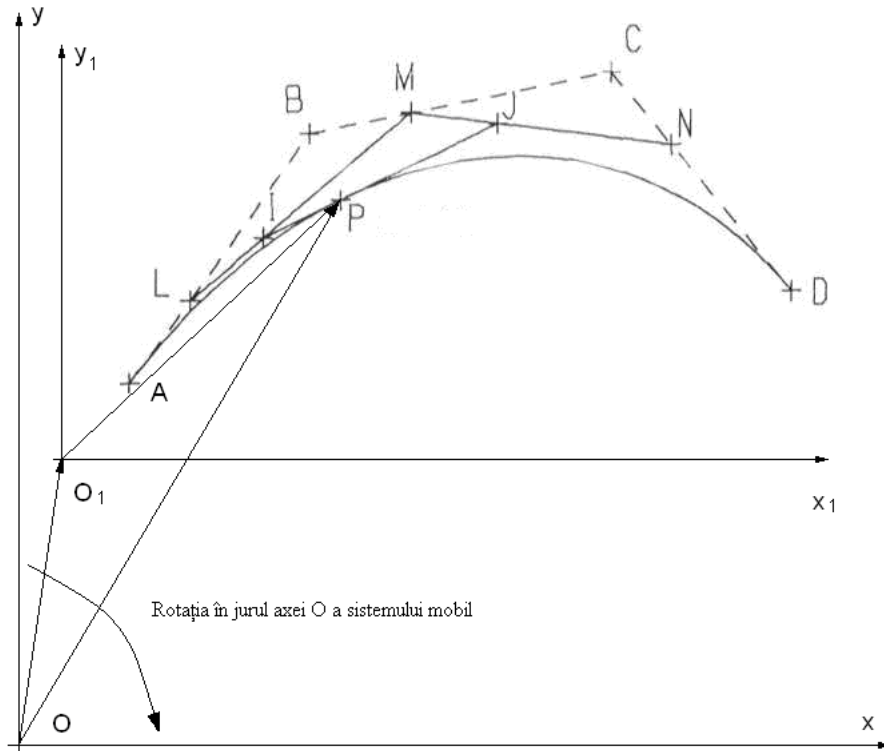


Figura 2. 5 Rotația unei curbe definită prin puncte

La fel ca și în cazul precedent demonstrația este evidentă, în condițiile date, formula (2.14) fiind chiar indentică și în sistemul de referință fix, singura modificare survine la definirea punctelor care efectuează mișcare de translație.

### 2.1.10. Consecințe ale teoremelor anterioare

Câteva din consecințele teoriei expuse anterior sunt:

- invarianța formei (2.14) față de transformările aplicate sistemelor de coordonate;
- rezultatul unei transformări aplicate polilor este identică cu aceea aplicată asupra punctelor curbei;
- posibilitatea realizării unor algoritmi îmbunătățiți din punct de vedere a al vitezei de execuție datorită proprietăților polilor ce descriu curba dată;
- posibilitatea realizării unor noi algoritmi mai performanți pentru proiectarea asistată de computer, prin obținerea unor curbe asociate pornind de la o curba dată. (de exemplu pornind de la profilul piesei finite sa se ajungă la profilul conjugat al cuțitului roată ce trebuie realizat în vederea prelucrării).

Determinarea profilurilor conjugate presupune următoarele:

- cunoașterea punctelor ce descriu curba cunoscută (evident);
- definirea funcției de transformare a polilor curbei cunoscute.

Funcția de transformare va fi dependentă de mișcările relative ale celor 2 curbe, întrucât nu se poate eluda realitatea fizică.

## 2.2. Elaborarea unor algoritmi pentru identificarea nivelului de eroare a reprezentării prin poli a generatoarei suprafețelor

### 2.2.1. Aplicații ale reprezentării curbelor prin poli

Favrolles (1998) , în baza teoriei baricentrelor, propune o extindere, în scopul reprezentării aproximative a curbelor, în principiu, figura 2. 6, o curbă oarecare, în exemplul de față o curbă plană, poate fi descrisă cu o bună aproximație de o formă polinomială ce depinde de un parametru variabil „ $\lambda$ ”, dacă se impun anumite condiții de capăt. Fie A, B, și P, de exemplu, punctele prin care se impune să treacă arcul de curbă. În sistemul XY, vectorul  $\vec{P}(\lambda)$  al punctului curent pe arcul de curbă C, poate fi exprimat cu forma

$$\vec{P} = P_x(\lambda) \vec{i} + P_y(\lambda) \vec{j} \quad (2.38)$$

în care  $P_x(\lambda)$  și  $P_y(\lambda)$  sunt parametrii directori ai vectorului și  $\lambda$  parametrul variabil în lungul curbei.

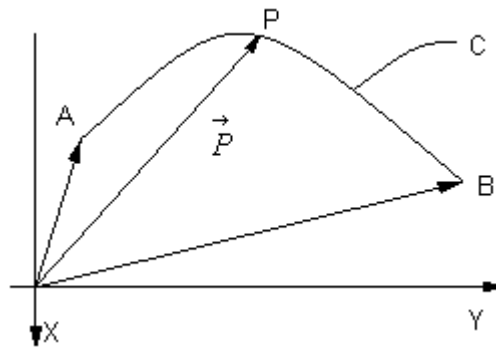


Figura 2. 6. Cazul curbei plane

Pentru exemplificare, propunem formele:

$$\begin{aligned} P_x(\lambda) &= \lambda^2 A_x + 2\lambda(1-\lambda)B_x + (1-\lambda)^2 C_x; \\ P_y(\lambda) &= \lambda^2 A_y + 2\lambda(1-\lambda)B_y + (1-\lambda)^2 C_y, \end{aligned} \quad (2.39)$$

în care  $A_x, B_x, C_x, A_y, B_y$  și  $C_y$  sunt constante, determinate de coordonatele punctelor A și B, în sistemul XY;  $P_x(\lambda)$  și  $P_y(\lambda)$  - valori cunoscute (impuse) modulului vectorului  $\vec{P}(\lambda)$ .

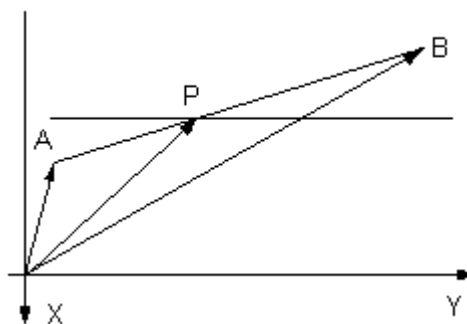


Figura 2. 7. Segment de dreaptă

Pentru cazul unui segment de dreaptă, figura 2. 7, vectorul  $\vec{P}$  are forma

$$\vec{P}_x(\lambda) = \lambda \vec{A} + (1-\lambda) \vec{B} \quad (2.40)$$

sau, prin proiecțiile sale:

$$\begin{aligned} P_x(\lambda) &= \lambda X_A + (1-\lambda)X_B; \\ P_y(\lambda) &= \lambda Y_A + (1-\lambda)Y_B; \end{aligned} \quad (2.41)$$

în care, prin  $X_A, Y_A, X_B, Y_B$  s-au notat coordonatele capetelor segmentului  $\overline{AB}$ , în sistemul  $XY$ , coordonate presupuse cunoscute.

În această formă de reprezentare a profilului, pentru  $\lambda=0$ , funcțiile  $P_x(\lambda)$  și  $P_y(\lambda)$  reprezintă coordonatele punctului B. Pentru  $\lambda=1$ , aceleași funcții (2.41) reprezintă coordonatele punctului A. Facem precizarea, de altfel evidentă, că reprezentarea unui segment de dreaptă prin poli este absolut riguroasă.

### 2.2.2. Precizia reprezentării unui arc de cerc

Profilurile compozite frecvent întâlnite în problematica generării prin înfășurare, (de exemplu cazul profilurilor transversale ale melcilor pompelor elicoidale; melcii compresoarelor elicoidale; profiluri ale sculelor așchietoare) includ, adesea, segmente de arc de cerc. Astfel, precizia reprezentării unui arc de cerc prin această modalitate va depinde de gradul polinomului (vezi relațiile (2.39)), de poziția punctelor A și B în lungul arcului de cerc și de mărimea razei R a acestuia.

Determinarea erorii absolute de aproximare se face în lungul razei punctului curent al cercului. Ecuațiile parametrice ale cercului de rază R sunt:

$$\begin{aligned} x(t) &= R \cdot \cos(t); \\ y(t) &= R \cdot \sin(t), \end{aligned} \quad (2.42)$$

cu t parametru variabil.

Se considera câteva cazuri pentru a ilustra cele de mai sus.

Primul caz este acela a unui arc de cerc care corespunde unui unghi la centru de  $90^\circ$ , definit prin 3 puncte (figura 2. 8).

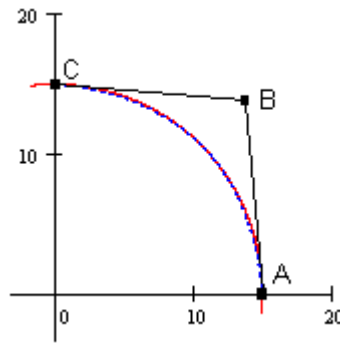


Figura 2. 8. Generarea arcului de cerc

Punctele ce definesc arcul de cerc au coordonatele:  $A(R,0)$ ,  $C(0, R)$  iar B se definește prin:

$$\begin{aligned} B_x &= \frac{R \cdot \cos(\alpha) - 0,25 \cdot A_x - 0,25 \cdot C_x}{0,5}; \\ B_y &= \frac{R \cdot \sin(\alpha) - 0,25 \cdot A_y - 0,25 \cdot C_y}{0,5}; \end{aligned} \quad (2.43)$$

Aproximarea arcului se face prin formele polinomiale de gradul doi (2.39).

Pentru aflarea erorii de aproximare se determină dependența dintre unghiul la centru t, vezi (2.42) și parametrul  $\lambda$ .

O dreaptă radială a cercului are ecuația

$$y(x) = x \cdot \tan(t). \quad (2.44)$$

În punctul de intersecție dintre dreapta (2.44) și curba definită prin puncte există egalitatea

$$P_Y(\lambda) = P_X(\lambda) \cdot \tan(t). \quad (2.45)$$

Din (2.45), rezulta dependența dintre  $t$  și  $\lambda$

$$t(\lambda) = \arctan\left(\frac{\lambda^2 A_Y + 2\lambda(1-\lambda)B_Y + (1-\lambda)^2 C_Y}{\lambda^2 A_X + 2\lambda(1-\lambda)B_X + (1-\lambda)^2 C_X}\right). \quad (2.46)$$

Eroarea de aproximare a arcului de cerc prin funcția polinomială va fi dată de

$$E(\lambda) = \sqrt{(x(t(\lambda)) - P_X(t(\lambda)))^2 + (y(t(\lambda)) - P_Y(t(\lambda)))^2} \quad (2.47)$$

Eroarea absolută are forma prezentată în figura 2. 9, în funcție de mărimea parametrului  $\lambda$

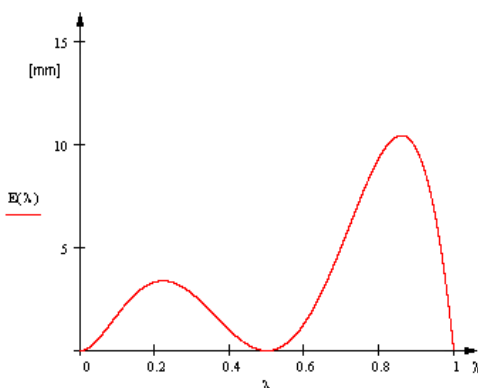


Figura 2. 9. Eroarea obținută în funcție de  $\lambda$  pentru o rază 1000 mm

Eroarea maxima, în acest caz, reprezintă aproximativ 1% din dimensiunea razei. Mărirea preciziei se realizează prin mărirea gradului polinomial. Astfel, după un raționament asemănător, pentru un polinom de gradul 4, se obține o eroare maximă de 0,013% (vezi fig. 2.2.5):

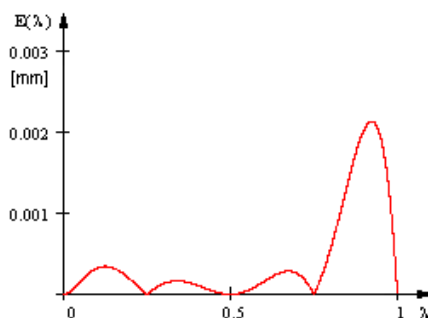


Figura 2. 10. Eroarea obținută în funcție de  $\lambda$  pentru 5 puncte, rază 15 mm

Eroarea devine și mai mică pentru gradul 5 al polinomului, de aproximativ 0,002% din raza cercului.

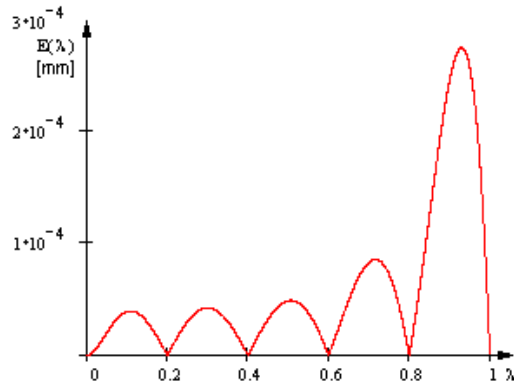


Figura 2. 11. Eroarea obținută în funcție de  $\lambda$  pentru 6 puncte rază 15 mm

## 2.3. Modele de aproximare prin poli a profilurilor generate prin înfășurare prin metoda rulării

În cele ce urmează, se prezintă algoritmi pentru determinarea erorii profilului aproximativ pentru procese de generare cu scule asociate unui cuplu de centroide în rulare a unor forme de *profiluri elementare* ale semifabricatului de generat.

### 2.3.1. Generarea cu scula cremalieră

#### 2.3.1.1. Profilul elementar rectiliniu

Se propune determinarea nivelului de eroare a profilului sculei cremalieră reciproc înfășurător unui segment de dreaptă aparținând unui profil compus asociat centroidei de raza  $R_{rp}$ .

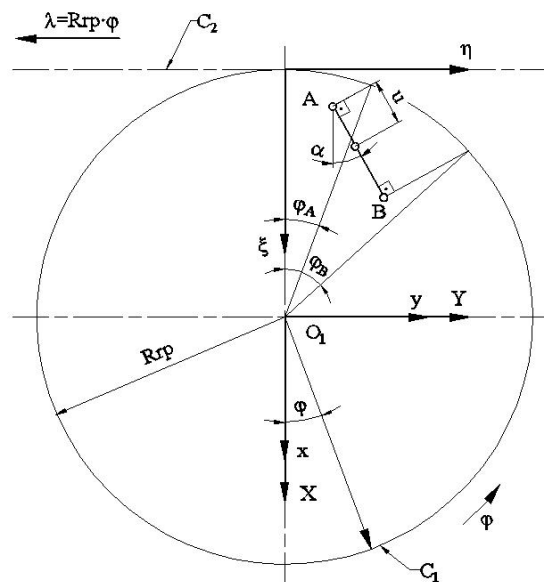


Figura 2. 12. Profilul rectiliniu ( $C_1, C_2$  – centroide de rulare)

Sunt cunoscute sistemele de referință:

$XY$  este spațiul asociat semifabricatului;

$\xi\eta$  – sistemul asociat sculei – cremaliera;

$xy$  – sistemul fix.

Sunt cunoscute coordonatele punctelor apartinand capetelor segmentului, in sistemul  $XY$ :

$$A[X_A, Y_A]; B[X_B, Y_B] \text{ și } \tan(\alpha) = \frac{|Y_B - Y_A|}{|X_B - X_A|} \quad (2.48)$$

precum și reprezentarea analitica a acestuia

$$\Delta \begin{cases} X(u) = X_A + u \cdot \cos \alpha \\ Y(u) = Y_A + u \cdot \sin \alpha \end{cases} \quad (2.49)$$

cu  $u$  parametru variabil;  $u_{\min} = 0$  si  $u_{\max} = \sqrt{(X_A - X_B)^2 + (Y_A - Y_B)^2}$ .

În mișcarea relativă a sistemelor de referință mobile,  $XY$  si  $\xi\eta$ , mișcare ce poate fi descrisă de transformarea

$$\begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_A + u \cdot \cos \alpha \\ Y_A + u \cdot \sin \alpha \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} Rrp \\ -Rrp \cdot \varphi \end{pmatrix}, \quad (2.50)$$

se genereaza familia de profiluri:

$$(\Delta)_\varphi \begin{cases} \xi = X(u) \cos \varphi - Y(u) \sin \varphi + Rrp; \\ \eta = X(u) \sin \varphi + Y(u) \cos \varphi + Rrp \cdot \varphi, \end{cases} \quad (2.51)$$

a cărei înfășurătoare reprezintă profilul sculei cremaliere generatoare, în mișcarea de rulare a celor doua centroide.

Ecuatiile parametrice (2.51) permit determinarea coordonatelor punctelor de pe profilul sculei cremaliera, pentru diferite marimi ale parametrului  $u$ .

Pentru  $u = 0$ , rezulta coordonatele punctului de pe profilul cremalierei  $[\xi_A, \eta_A]$ :

$$\begin{aligned} \xi_A &= X_A \cos \varphi_A - Y_A \sin \varphi_A + Rrp; \\ \eta_A &= X_A \sin \varphi_A + Y_A \cos \varphi_A + Rrp \cdot \varphi_A. \end{aligned} \quad (2.52)$$

cu  $\varphi_A$  - marimea parametrului  $\varphi$  corespunzator punctului A de pe profilul de generat.

Pentru  $u = u_{\max}$ , rezulta coordonatele punctului de pe cremaliera corespunzator punctului B  $[\xi_B, \eta_B]$ :

$$\begin{aligned} \xi_B &= X_B \cos \varphi_B - Y_B \sin \varphi_B + Rrp; \\ \eta_B &= X_B \sin \varphi_B + Y_B \cos \varphi_B + Rrp \cdot \varphi_B. \end{aligned} \quad (2.53)$$

cu  $\varphi_B$  - marimea parametrului  $\varphi$  corespunzator punctului B de pe profilul de generat.

Se pot exprima marimile  $\varphi_A$  si  $\varphi_B$  in functie de coordonatele capetelor segmentului  $\Delta$ , din conditia respectarii teoremei Willis pentru cele doua puncte, A si B, apartinand profilui de generat: normala la profil sa intereseceze centroida asociata acesteia. Astfel, cunoscand normala la profilul de generat, in principiu in forma,

$$[X - X(u)]X'_u + [Y - Y(u)]Y'_u = 0 \quad (2.54)$$

și ecuatiile centroidei circulare:

$$\begin{aligned} X &= Rrp \cdot \cos \varphi; \\ Y &= Rrp \cdot \sin \varphi, \end{aligned} \quad (2.55)$$

ansamblul acestor ecuatii permit determinarea marimii unghiurilor corespunzatoare punctelor caracteristice ale segmentului AB:

$$\varphi_A = \arccos \left( \frac{X_A \cos \alpha + Y_A \sin \alpha}{Rrp} \right) + \alpha; \quad (2.56)$$

$$\varphi_B = \arccos\left(\frac{X_B \cos \alpha + Y_B \sin \alpha}{Rrp}\right) + \alpha. \quad (2.57)$$

În mod similar, se pot defini si corespondentele pentru orice alt punct de pe profilul de generat, fie C acest punct, pentru  $u = 0.5 \cdot u_{\max}$  :

$$\begin{cases} X_C = 0.5 \cdot X_A + 0.5 \cdot X_B; \\ Y_C = 0.5 \cdot Y_A + 0.5 \cdot Y_B, \end{cases} \quad (2.58)$$

precum și coordonatele punctului corespunzator aflat pe profilul cremalierii:

$$\begin{aligned} \xi_C &= X_C \cos \varphi_C - Y_C \sin \varphi_C + Rrp; \\ \eta_C &= X_C \sin \varphi_C + Y_C \cos \varphi_C + Rrp \cdot \varphi_C \end{aligned} \quad (2.59)$$

De asemenea, se definește mărimea unghiului

$$\varphi_C = \arccos\left(\frac{X_C \cos \alpha + Y_C \sin \alpha}{Rrp}\right) + \alpha. \quad (2.60)$$

Ansamblul celor *trei puncte* aparținând profilului sculei-cremaliera determină profilul, în totalitatea sa, exprimat în forma:

		Profilul piesei					Profilul sculei	
		X	Y				$\xi$	$\eta$
$u = 0$		$X_A$	$Y_A$	condiția de infășurare →	$\lambda = 0$	$\xi_A$	$\eta_A$	
$u = \frac{1}{2} \cdot u_{\max}$		$X_C$	$Y_C$		$\lambda = \frac{1}{2}$	$\xi_C$	$\eta_C$	
$u = u_{\max}$		$X_B$	$Y_B$		$\lambda = 1$	$\xi_B$	$\eta_B$	

(2.61)

În forma (2.61), mărimile  $A_\xi, A_\eta, B_\xi, B_\eta, C_\xi, C_\eta$  reprezintă coeficienții polinomului de aproximare a profilului sculei cremaliera:

$$\begin{aligned} \xi &= \lambda^2 \cdot A_\xi + 2\lambda(1-\lambda) \cdot B_\xi + (1-\lambda)^2 \cdot C_\xi; \\ \eta &= \lambda^2 \cdot A_\eta + 2\lambda(1-\lambda) \cdot B_\eta + (1-\lambda)^2 \cdot C_\eta, \end{aligned} \quad (2.62)$$

care conduce la formele coeficienților, vezi tabelul 2. 1.



Tabelul 2. 1. Polinomul de aproximare de gradul 2

<b>u</b>	<b>Profilul primar</b>	<b>Conditia de infasurare</b>
0	$X_A, Y_A$	$\varphi_A = \arccos \left[ \frac{X_A \cos \alpha + Y_A \sin \alpha}{Rrp} \right] + \alpha$
0.5 $u_{\max}$	$X_C = 0.5 \cdot X_A + 0.5 \cdot X_B$ $Y_C = 0.5 \cdot Y_A + 0.5 \cdot Y_B$	$\varphi_C = \arccos \left[ \frac{X_C \cos \alpha + Y_C \sin \alpha}{Rrp} \right] + \alpha$
$u_{\max}$	$X_B, Y_B$	$\varphi_B = \arccos \left[ \frac{X_B \cos \alpha + Y_B \sin \alpha}{Rrp} \right] + \alpha$
<b><math>\lambda</math></b>	<b>Puncte pe profilul cremalierii</b>	<b>Coefficientii polinomului de aproximare</b>
1	$\xi_A = X_A \cos \varphi_A - Y_A \sin \varphi_A + Rrp$ $\eta_A = X_A \sin \varphi_A + Y_A \sin \varphi_A + Rrp \cdot \varphi_A$	$A_\xi = \xi_A$ $A_\eta = \eta_A$
0.5	$\xi_C = X_C \cos \varphi_C - Y_C \sin \varphi_C + Rrp$ $\eta_C = X_C \sin \varphi_C + Y_C \sin \varphi_C + Rrp \cdot \varphi_C$	$B_\xi = \frac{\xi_C - 0.25 \cdot \xi_A - 0.25 \cdot \xi_B}{0.5}$ $B_\eta = \frac{\eta_C - 0.25 \cdot \eta_A - 0.25 \cdot \eta_B}{0.5}$
0	$\xi_B = X_B \cos \varphi_B - Y_B \sin \varphi_B + Rrp$ $\eta_B = X_B \sin \varphi_B + Y_B \sin \varphi_B + Rrp \cdot \varphi_B$	$C_\xi = \xi_B$ $C_\eta = \eta_B$

In mod similar, daca se considera pentru profilul sculei cremaliera un polinom de aproximare de gradul 3 in forma:

$$\begin{aligned} \xi &= \lambda^3 \cdot A_\xi + 3\lambda^2(1-\lambda) \cdot B_\xi + 3\lambda(1-\lambda)^2 \cdot C_\xi + (1-\lambda)^3 \cdot D_\xi; \\ \eta &= \lambda^3 \cdot A_\eta + 3\lambda^2(1-\lambda) \cdot B_\eta + 3\lambda(1-\lambda)^2 \cdot C_\eta + (1-\lambda)^3 \cdot D_\eta, \end{aligned} \quad (2.63)$$

identificarea coeficientilor  $A_\xi, A_\eta, B_\xi, B_\eta, C_\xi, C_\eta, D_\xi, D_\eta$  presupune a cunoaste pe profilul primar, de generat, a cel putin 4 puncte, vezi tabelul 2. 2. Evident, cu exceptia punctelor de capat: A si B, pentru punctele C si D de pe profilul de generat se pot realiza si alte combinatii ale marimilor acceptate pentru parametrul  $\lambda$ .

Tabelul 2. 2. Polinom de gradul 3

<b>u</b>	<b>Profilul primar</b>	<b>Conditia de infasurare</b>
0	$X_A, Y_A$	$\varphi_A = \arccos \left[ \frac{X_A \cos \alpha + Y_A \sin \alpha}{Rrp} \right] + \alpha$
$1/3 u_{\max}$	$X_B = X_A + \frac{1}{3}[X_D - X_A]$ $Y_B = Y_A + \frac{1}{3}[Y_D - Y_A]$	$\varphi_B = \arccos \left[ \frac{X_B \cos \alpha + Y_B \sin \alpha}{Rrp} \right] + \alpha$
$2/3 u_{\max}$	$X_C = X_A + \frac{2}{3}[X_D - X_A]$ $Y_C = Y_A + \frac{2}{3}[Y_D - Y_A]$	$\varphi_C = \arccos \left[ \frac{X_C \cos \alpha + Y_C \sin \alpha}{Rrp} \right] + \alpha$
$u_{\max}$	$X_D, Y_D$	$\varphi_D = \arccos \left[ \frac{X_D \cos \alpha + Y_D \sin \alpha}{Rrp} \right] + \alpha$
<b><math>\lambda</math></b>	<b>Puncte pe profilul cremalierii</b>	<b>Coeficientii polinomului de aproximare</b>
0	$\xi_A = X_A \cos \varphi_A - Y_A \sin \varphi_A + A$ $\eta_A = X_A \sin \varphi_A + Y_A \cos \varphi_A + B$	$D_\xi = \xi_A$ $D_\eta = \eta_A$
$1/3$	$\xi_C = X_C \cos \varphi_C - Y_C \sin \varphi_C + A$ $\eta_C = X_C \sin \varphi_C + Y_C \cos \varphi_C + B$	$B_\xi = \frac{18 \cdot \xi_C - 9 \cdot \xi_D + 2 \cdot \xi_A - 5 \cdot \xi_D}{6}$ $B_\eta = \frac{18 \cdot \eta_C - 9 \cdot \eta_D + 2 \cdot \eta_A - 5 \cdot \eta_D}{6}$
$2/3$	$\xi_D = X_D \cos \varphi_D - Y_D \sin \varphi_D + A$ $\eta_D = X_D \sin \varphi_D + Y_D \cos \varphi_D + B$	$C_\xi = \frac{-5 \cdot \xi_A + 2 \cdot \xi_D + 18 \cdot \xi_B - 9 \cdot \xi_C}{6}$ $C_\eta = \frac{-5 \cdot \eta_A + 2 \cdot \eta_D + 18 \cdot \eta_B - 9 \cdot \eta_C}{6}$
1	$\xi_B = X_B \cos \varphi_B - Y_B \sin \varphi_B + A$ $\eta_B = X_B \sin \varphi_B + Y_B \cos \varphi_B + B$	$A_\xi = \xi_D$ $A_\eta = \eta_D$

### Mărima erorii de profilare

Se urmareste a se determina marimea erorii de profilare a sculei cremaliera prin metoda de aproximare propusa, in comparatie cu profilul determinat printr-o metoda analitica acceptata ca riguroasa.

In acest sens, familiei de profiluri (2.51) i se asociaza conditia de infasurare:

$$\frac{\xi'_u}{\xi'_\varphi} = \frac{\eta'_u}{\eta'_\varphi}, \quad (2.64)$$

în care,  $\xi'_u, \xi'_\varphi, \eta'_u, \eta'_\varphi$  sunt derivatele parțiale ale ecuațiilor familiei de profiluri (2.51), în funcție de parametrii variabili.

Astfel, se definesc:

$$\begin{aligned}
\xi'_u &= \cos \alpha \cdot \cos \varphi - \sin \alpha \cdot \sin \varphi = \cos(\alpha + \varphi); \\
\eta'_u &= \cos \alpha \cdot \sin \varphi - \sin \alpha \cdot \cos \varphi = \sin(\alpha + \varphi); \\
\xi'_\varphi &= -[X_A + u \cdot \cos \alpha] \cdot \sin \varphi - [Y_A + u \cdot \sin \alpha] \cdot \cos \varphi; \\
\eta'_\varphi &= +[X_A + u \cdot \cos \alpha] \cdot \cos \varphi - [Y_A + u \cdot \sin \alpha] \cdot \sin \varphi + Rrp;
\end{aligned}
\tag{2.65}$$

care, impreuna cu ecuatiile familiei (2.51) si conditia (2.64), definesc, in sistemul  $\xi\eta$ , profilul sculei-cremaliera reciproc infasuratoare profilului de generat (2.49).

Pentru limitele de variatie ale parametrului  $u$  între:

$$u_{\min} = 0 ; u_{\max} = \sqrt{[X_B - X_A]^2 + [Y_B - Y_A]^2}, \tag{2.66}$$

principal, profilul sculei-cremaliera se exprima prin matricea coordonatelor

$$S = \begin{pmatrix} \xi_1 \eta_1 \\ \xi_2 \eta_2 \\ \vdots \\ \xi_i \eta_i \\ \xi_{i+1} \eta_{i+1} \\ \vdots \\ \xi_n \eta_n \end{pmatrix}. \tag{2.67}$$

Se urmareste a se stabili eroarea maxima a profilului aproximat la reprezentarea prin poli in raport cu profilul dat (2.67) (vezi figura 2. 13).

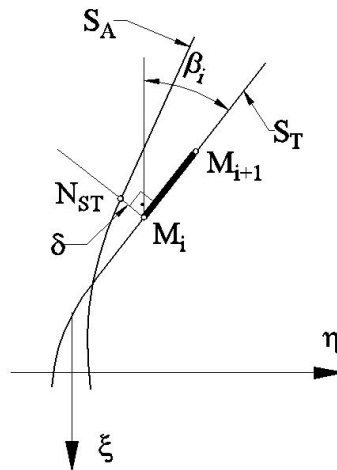


Figura 2. 13. Pozitia relativa a profilurilor: teoretic –  $S_T$ , aproximat –  $S_A$ .

Astfel, pentru doua puncte succesive de pe profilul teoretic, fie  $M_i[\xi_i, \eta_i]$  si  $M_{i+1}[\xi_{i+1}, \eta_{i+1}]$ , acestea se liniarizeaza prin segmentul  $\overline{M_i M_{i+1}}$  in forma:

$$\begin{aligned}
\xi &= \xi_i - t \cdot \cos \beta_i \\
\eta &= \eta_i + t \cdot \sin \beta_i
\end{aligned}
\tag{2.68}$$

cu

$$\tan \beta = \left| \frac{\eta_{i+1} - \eta_i}{\xi_{i+1} - \xi_i} \right| \tag{2.69}$$

si  $t$  – parametru variabil.

Normala la segmentul  $[M_i, M_{i+1}]$  are ecuatia:

$$\overline{N_{ST}} : -[\xi - \xi_i] \cos \beta_i + [\eta - \eta_i] \sin \beta_i = 0. \quad (2.70)$$

Distanta masurata pe directia normalei (2.70) la profilul aproximat (2.62) respectiv (2.63), vezi si tabelul 2. 1 și tabelul 2. 2, determina marimea erorii in punctul  $i$  al profilului teoretic.

Astfel, daca se noteaza cu  $\xi_{A_i}, \eta_{A_i}$  coordonatele punctului de intersectie intre normala  $\overline{N_{ST}}$  (2.70) și curba de aproximare, atunci, marimea erorii in punctul  $M_i$  se defineste ca fiind

$$\delta = \sqrt{[\xi_{A_i} - \xi_i]^2 + [\eta_{A_i} - \eta_i]^2}. \quad (2.71)$$

Evident, este de asteptat ca, odata cu marirea gradului polinomului Bezier de aproximare, eroarea  $\delta$  (2.71) sa se micsoreze. Exemplele numerice ilustreaza aceasta supozitie, mai mult, polinoame de aproximare de ordin doi sau trei, conduc la erori care, pentru cele mai multe dintre profilurile tehnice, sunt acceptabile.

### 2.3.1.2. Profilul elementar arc de cerc

Se examineaza, in cele ce urmeaza, aplicarea metodologiei de aproximare a profilurilor sculei cremalierii reciproc infasuratoare unor arce de cerc, figura 2. 14.

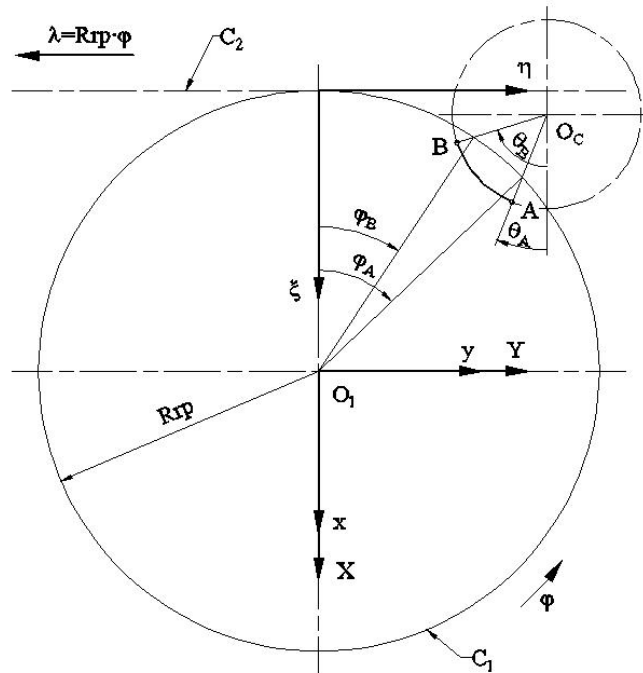


Figura 2. 14. Profil circular asociat cuplului de centroide in rulare

Se defineste arcul de cerc cunoscand doua puncte de pe acest arc  $A[X_A, Y_A]$  si  $B[X_B, Y_B]$  precum si marimea razei  $r$ . Evident, acestea sunt suficiente pentru a determina centrul cercului caruia ii corespunde arcului AB:  $O_C[X_C, Y_C]$ .

Se definesc ecuatiile parametrice ale cercului (profilul primar ce urmeaza a fi generat):

$$C \begin{cases} X(\theta) = X_{O_C} + r \cdot \cos \theta; \\ Y(\theta) = Y_{O_C} - r \cdot \sin \theta, \end{cases} \quad (2.72)$$

cu  $\theta$  parametru variabil, in intervalul:

$$\theta_A = \arccos \left[ \frac{|X_A| - |X_{O_c}|}{r} \right]; \theta_B = \arccos \left[ \frac{|X_B| - |X_{O_c}|}{r} \right]. \quad (2.73)$$

In baza ecuatiilor (2.51), se definește familia arcelor de cerc, în mișcarea de rulare a celor două centroide:

$$(C)_\varphi \begin{cases} \xi = [X_{O_c} + r \cdot \cos \theta] \cos \varphi - [Y_{O_c} - r \cdot \sin \theta] \sin \varphi + Rrp; \\ \eta = [X_{O_c} + r \cdot \cos \theta] \sin \varphi + [Y_{O_c} - r \cdot \sin \theta] \cos \varphi + Rrp \cdot \varphi. \end{cases} \quad (2.74)$$

În mod similar cu cele prezentate anterior, se definesc marimile parametrului unghiular  $\varphi$ , în mișcarea de rulare a celor două centroide, cunoscând normala la cerc în punctul curent al acestuia,

$$\overline{N_C} : [X - X(\theta)] \sin \theta + [Y - Y(\theta)] \cos \theta = 0 \quad (2.75)$$

și ecuațiile cercului centroidei  $C_1$ :

$$C_1 \begin{cases} X = Rrp \cdot \cos \varphi; \\ Y = Rrp \cdot \sin \varphi. \end{cases} \quad (2.76)$$

Din acestea, rezulta condițiile pentru determinarea mării unghiului  $\varphi$ , corespunzătoare punctelor caracteristice pe cerc,

$$\varphi = \arcsin \left[ \frac{X(\theta) \sin \theta + Y(\theta) \cos \theta}{Rrp} \right] - \theta, \quad (2.77)$$

condiție ce reprezintă, de fapt, condiția de înfășurare specifică, vezi tabelul 2. 3, pentru un polinom de aproximare de gradul 2 al profilului cremalierii și, similar, în tabelul 2. 4, pentru un polinom de gradul 3.

Tabelul 2. 3 Polinomul de aproximare de grad 2

$\theta$	Profilul primar	Condiția de înfășurare
$\theta_A$	$X_A = X_{O_c} + r \cdot \cos \theta_A$ $Y_A = Y_{O_c} - r \cdot \sin \theta_A$	$\varphi_A = \arcsin \left[ \frac{X_A \sin \theta_A + Y_A \cos \theta_A}{Rrp} \right] - \theta_A$
$\theta_C$	$\theta_C = \theta_A + \frac{\theta_B - \theta_A}{2}$ $X_A = X_{O_c} + r \cdot \cos \theta_C$ $Y_A = Y_{O_c} - r \cdot \sin \theta_C$	$\varphi_C = \arcsin \left[ \frac{X_C \sin \theta_C + Y_C \cos \theta_C}{Rrp} \right] - \theta_C$
$\theta_B$	$X_B = X_{O_c} + r \cdot \cos \theta_B$ $Y_B = Y_{O_c} - r \cdot \sin \theta_B$	$\varphi_B = \arcsin \left[ \frac{X_B \sin \theta_B + Y_B \cos \theta_B}{Rrp} \right] - \theta_B$
$\lambda$	Puncte pe profilul cremalierii	Coefficienții polinomului de aproximare
1	$\xi_A = X_A \cos \varphi_A - Y_A \sin \varphi_A + Rrp$ $\eta_A = X_A \sin \varphi_A + Y_A \cos \varphi_A + Rrp \cdot \varphi_A$	$A_\xi = \xi_A$ $A_\eta = \eta_A$
0.5	$\xi_C = X_C \cos \varphi_C - Y_C \sin \varphi_C + Rrp$ $\eta_C = X_C \sin \varphi_C + Y_C \cos \varphi_C + Rrp \cdot \varphi_C$	$B_\xi = \frac{\xi_C - 0.25 \cdot \xi_A - 0.25 \cdot \xi_B}{0.5}$ $B_\eta = \frac{\eta_C - 0.25 \cdot \eta_A - 0.25 \cdot \eta_B}{0.5}$
0	$\xi_B = X_B \cos \varphi_B - Y_B \sin \varphi_B + Rrp$ $\eta_B = X_B \sin \varphi_B + Y_B \cos \varphi_B + Rrp \cdot \varphi_B$	$C_\xi = \xi_B$ $C_\eta = \eta_B$

Tabelul 2. 4 Polinomul de aproximare de gradul 3

$\theta$	Profilul primar	Conditia de infasurare
$\theta_A$	$X_A = X_{O_C} + r \cdot \cos \theta_A$ $Y_A = Y_{O_C} - r \cdot \sin \theta_A$	$\varphi_A = \arcsin \left[ \frac{X_A \sin \theta_A + Y_A \cos \theta_A}{Rrp} \right] - \theta_A$
$\theta_C$	$\theta_C = \theta_A + \frac{\theta_B - \theta_A}{3}$ $X_C = X_{O_C} + r \cdot \cos \theta_C$ $Y_C = Y_{O_C} - r \cdot \sin \theta_C$	$\varphi_B = \arcsin \left[ \frac{X_B \sin \theta_B + Y_B \cos \theta_B}{Rrp} \right] - \theta_B$
$\theta_D$	$\theta_D = \theta_A + 2 \frac{\theta_B - \theta_A}{3}$ $X_D = X_{O_C} + r \cdot \cos \theta_D$ $Y_D = Y_{O_C} - r \cdot \sin \theta_D$	$\varphi_C = \arcsin \left[ \frac{X_C \sin \theta_C + Y_C \cos \theta_C}{Rrp} \right] - \theta_C$
$\theta_B$	$X_B = X_{O_C} + r \cdot \cos \theta_B$ $Y_B = Y_{O_C} - r \cdot \sin \theta_B$	$\varphi_D = \arcsin \left[ \frac{X_D \sin \theta_D + Y_D \cos \theta_D}{Rrp} \right] - \theta_D$
$\lambda$	Puncte pe profilul cremalierii	Coefficientii polinomului de aproximare
0	$\xi_A = X_A \cos \varphi_A - Y_A \sin \varphi_A + Rrp$ $\eta_A = X_A \sin \varphi_A + Y_A \cos \varphi_A + Rrp \cdot \varphi_A$	$D_\xi = \xi_A$ $D_\eta = \eta_A$
1/3	$\xi_B = X_B \cos \varphi_B - Y_B \sin \varphi_B + Rrp$ $\eta_B = X_B \sin \varphi_B + Y_B \cos \varphi_B + Rrp \cdot \varphi_B$	$B_\xi = \frac{18 \cdot \xi_C - 9 \cdot \xi_B + 2 \cdot \xi_A - 5 \cdot \xi_D}{6}$ $B_\eta = \frac{18 \cdot \eta_C - 9 \cdot \eta_B + 2 \cdot \eta_A - 5 \cdot \eta_D}{6}$
2/3	$\xi_C = X_C \cos \varphi_C - Y_C \sin \varphi_C + Rrp$ $\eta_C = X_C \sin \varphi_C + Y_C \cos \varphi_C + Rrp \cdot \varphi_C$	$C_\xi = \frac{-5 \cdot \xi_A + 2 \cdot \xi_D + 18 \cdot \xi_B - 9 \cdot \xi_C}{6}$ $C_\eta = \frac{-5 \cdot \eta_A + 2 \cdot \eta_D + 18 \cdot \eta_B - 9 \cdot \eta_C}{6}$
1	$\xi_D = X_D \cos \varphi_D - Y_D \sin \varphi_D + Rrp$ $\eta_D = X_D \sin \varphi_D + Y_D \cos \varphi_D + Rrp \cdot \varphi_D$	$A_\xi = \xi_D$ $A_\eta = \eta_D$

### 2.3.1.3. Profilul elementar arc de evolventa

In aceleasi sisteme de referinta ca cele prezentate anterior (vezi figura 2. 14), se definesc ecuatiile parametrice ale evolventei cercului de raza  $R_b$  :

$$E \begin{cases} X(\theta) = -R_b \cdot \cos \theta - R_b \cdot \theta \cdot \sin \theta; \\ Y(\theta) = R_b \cdot \sin \theta - R_b \cdot \theta \cdot \cos \theta. \end{cases} \quad (2.78)$$

Limitele de variatie ale parametrului  $\theta$  se stabilesc in functie de razele, interioara ( $R_i$ ) si exteriora ( $R_e$ ), intre care se extinde profilul,

$$\theta_A = \frac{\sqrt{R_i^2 - R_b^2}}{R_b} \text{ si } \theta_B = \frac{\sqrt{R_e^2 - R_b^2}}{R_b}. \quad (2.79)$$

Din conditia de intersectie a normalei la evolventa,

$$\vec{N}_E : [X - X(\theta)](-\cos \theta) + [Y - Y(\theta)]\sin \theta = 0, \quad (2.80)$$

cu cercul de rulare:

$$C_1 \begin{cases} X = -Rrp \cdot \cos \varphi; \\ Y = Rrp \cdot \sin \varphi, \end{cases} \quad (2.81)$$

cu  $\varphi$  parametru variabil, rezulta conditia

$$\varphi = \arccos \left[ \frac{R_b}{Rrp} \right] + \theta, \quad (2.82)$$

reprezentand conditia de infasurare. Pentru un polinom de substituie de gradul 3, se definesc marimile pentru definirea coordonatelor polilor curbei de substituie în tabelul 2. 5.

*Tabelul 2. 5. Arc de evolventa – Polinom de aproximare de gradul 3*

$\theta$	<b>Profilul primar</b>	<b>Conditia de infasurare</b>
$\theta_A$	$X_A = -R_b \cdot \cos \theta_A - R_b \cdot \theta_A \cdot \sin \theta_A$ $Y_A = R_b \cdot \sin \theta_A - R_b \cdot \theta_A \cdot \cos \theta_A$	$\varphi_A = \arccos \left[ \frac{R_b}{Rrp} \right] + \theta_A$
$\theta_B$	$\theta_B = \theta_A + \frac{\theta_D - \theta_A}{3}$ $X_B = -R_b \cdot \cos \theta_B - R_b \cdot \theta_B \cdot \sin \theta_B$ $Y_B = R_b \cdot \sin \theta_B - R_b \cdot \theta_B \cdot \cos \theta_B$	$\varphi_B = \arccos \left[ \frac{R_b}{Rrp} \right] + \theta_B$
$\theta_C$	$\theta_C = \theta_A + 2 \frac{\theta_D - \theta_A}{3}$ $X_C = -R_b \cdot \cos \theta_C - R_b \cdot \theta_C \cdot \sin \theta_C$ $Y_C = R_b \cdot \sin \theta_C - R_b \cdot \theta_C \cdot \cos \theta_C$	$\varphi_C = \arccos \left[ \frac{R_b}{Rrp} \right] + \theta_C$
$\theta_D$	$X_D = X_{O_C} + r \cdot \cos \theta_D$ $Y_D = Y_{O_C} - r \cdot \sin \theta_D$	$\varphi_D = \arccos \left[ \frac{R_b}{Rrp} \right] + \theta_D$

Modul de calcul al punctelor apartinand profilului infasurator aproximata — profilul cremalierii — este identic cu cel prezentat in tabelul 2. 4, pentru aceleasi marimi ale parametrului  $\lambda$ .

### 2.3.1.4. Profil elementar arc de (epi)cicloida

Epicicloida descrisa de un punct  $M$ , de pe ruleta de raza  $r$ , ce se rostogoleste fara alunecare pe baza de raza  $R$  are ecuatiile:

$$\Sigma \begin{cases} X = r \cdot \cos(\theta + \psi) - (R + r) \cos \psi; \\ Y = -r \cdot \sin(\theta + \psi) + (R + r) \sin \psi, \end{cases} \quad (2.83)$$

cu

$$\theta = \frac{R}{r} \psi, \quad (2.84)$$

in care  $\psi$  este parametrul unghiular variabil.

Din conditia ca normala la epicicloida  $\Sigma$  sa intersecteze cercul de raza  $Rrp \equiv R$  (se accepta ca cercul de rulare este identic cu cercul bazei)

$$\vec{N}_\Sigma : [X - X(\psi)]X'_\psi + [Y - Y(\psi)]Y'_\psi = 0, \quad (2.85)$$

$$C_1 \begin{cases} X = Rrp \cdot \cos \varphi; \\ Y = Rrp \cdot \sin \varphi, \end{cases} \quad (2.86)$$

rezulta conditia  $\varphi = \psi$ .

Pentru punctele pe epicycliada A si B, rezulta elementele de calcul ale polinomului de aproximare a infasuratoarei, vezi tabelul urmator

Tabelul 2. 6.

$\theta$	Profilul primar	Conditia de infasurare
$\theta_A$	$X_A = r \cdot \cos(\theta_A + \psi_A) - (R + r) \cdot \cos \psi_A$ $Y_A = -r \cdot \sin(\theta_A + \psi_A) + (R + r) \cdot \sin \psi_A$ $\theta_A = \frac{R}{r} \psi_A$	$\varphi_A = \psi_A$
$\theta_B$	$X_B = r \cdot \cos(\theta_B + \psi_B) - (R + r) \cdot \cos \psi_B$ $Y_B = -r \cdot \sin(\theta_B + \psi_B) + (R + r) \cdot \sin \psi_B$ $\theta_B = \frac{R}{r} \psi_B$ $\psi_B = \psi_A + \frac{ \psi_D  -  \psi_A }{3}$	$\varphi_C = \psi_C$
$\theta_C$	$X_C = r \cdot \cos(\theta_C + \psi_C) - (R + r) \cdot \cos \psi_C$ $Y_C = -r \cdot \sin(\theta_C + \psi_C) + (R + r) \cdot \sin \psi_C$ $\theta_C = \frac{R}{r} \psi_C$ $\psi_C = \psi_A + 2 \frac{ \psi_D  -  \psi_A }{3}$	$\varphi_D = \psi_D$
$\theta_D$	$X_D = r \cdot \cos(\theta_D + \psi_D) - (R + r) \cdot \cos \psi_D$ $Y_D = -r \cdot \sin(\theta_D + \psi_D) + (R + r) \cdot \sin \psi_D$ $\theta_D = \frac{R}{r} \psi_D$	$\varphi_B = \psi_B$

### 2.3.1.5. Aplicații numerice

- **Profil elementar rectiliniu**

Se consideră segmentul  $AB$  determinat de punctele:  $A[-100,0]$ ,  $B[-80,20]$  si o raza de rulare  $Rrp = 100$ . Eroarea maxima profilului sculei cremaliera obținută, prin aproximarea cu un polinom de gradul 2, a celor trei puncte caracteristice, este:  $err_{MAX} = 0.021120$ .



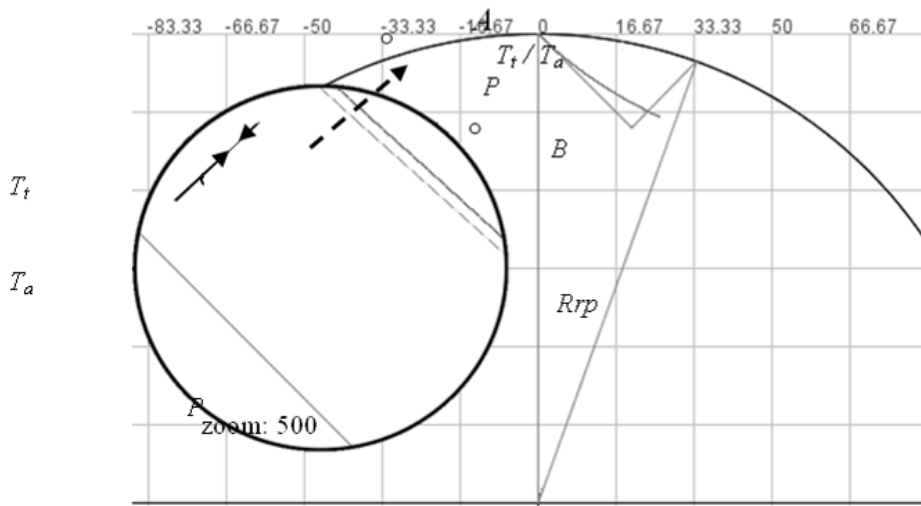


Figura 2. 15. Profil liniar, (P) – Profilul piesei, (Tt) – Profilul teoretic al sculei, (Ta) – Profilul aproximat al sculei

Tabelul 2. 7. Rezultate comparative profil aproximat/teoretic; polinomul de gradul 2.

$\lambda$	Profilul aproximat al sculei		Profilul teoretic al sculei		Eroare [mm]	$\varphi$ [rad]
	$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]	$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]		
<b>0.0</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.0000</b>
	0.9916	1.0091	0.9996	1.0197	0.0133	0.0198
	1.9904	2.0656	1.9970	2.0779	0.0140	0.0392
	2.9956	3.1712	2.9901	3.1731	0.0058	0.0583
	3.9866	4.3045	3.9771	4.3039	0.0095	0.0771
	4.9636	5.4655	4.9564	5.4689	0.0079	0.0956
	5.9264	6.6543	5.9266	6.6669	0.0126	0.1138
	6.8940	7.8955	6.8862	7.8968	0.0079	0.1317
	7.8468	9.1655	7.8341	9.1573	0.0151	0.1494
	8.7667	10.4386	8.7692	10.4473	0.0090	0.1669
<b>0.5</b>	<b>9.6905</b>	<b>11.7658</b>	<b>9.6905</b>	<b>11.7658</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.1841</b>
	10.5995	13.1218	10.5970	13.1117	0.0104	0.2012
	11.4765	14.4793	11.4878	14.4841	0.0123	0.2180
	12.3565	15.8925	12.3622	15.8820	0.0120	0.2347
	13.2049	17.3061	13.2195	17.3044	0.0147	0.2512
	14.0392	18.7473	14.0590	18.7505	0.0200	0.2676
	14.8594	20.2164	14.8800	20.2194	0.0208	0.2838
	15.6655	21.7131	15.6820	21.7102	0.0167	0.2999
	16.4575	23.2376	16.4645	23.2222	0.0170	0.3158
	17.2199	24.7586	17.2269	24.7544	0.0081	0.3316
<b>1.0</b>	<b>17.9688</b>	<b>26.3062</b>	<b>17.9688</b>	<b>26.3062</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.3472</b>

• **Profil elementar arc de cerc**

Se consideră arcul de cerc  $AB$  aparținând cercului de rază  $r = 20$  mm și cu centrul  $O_C[-100,20]$ , unde:  $A[-100,0], B[-80,20]$ . Raza de rulare este  $Rrp = 100$  mm.

Eroarea maximă obținută prin aproximarea profilului cremalierii cu un polinom de gradul 2, pentru cele trei puncte caracteristice, este:  $err_{MAX} = 0.027389$  mm.

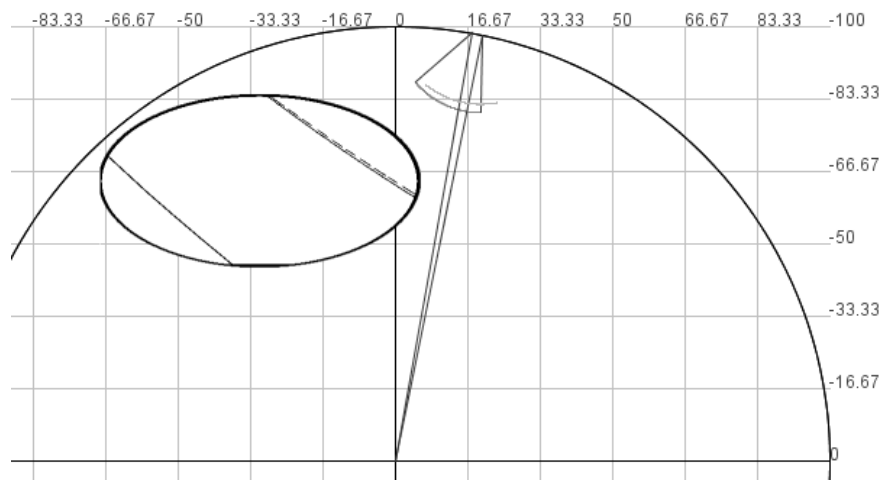


Figura 2. 16. Profil arc de cerc

Tabelul 2. 8. Rezultate comparative: profil aproximat/teoretic; polinom de gradul 2.

$\lambda$	Profilul aproximat al sculei		Profilul teoretic al sculei		Eroare [mm]	$\varphi$ [rad]
	$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]	$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]		
<b>0.0</b>	<b>13.5372</b>	<b>7.1565</b>	<b>13.5372</b>	<b>7.1565</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.1810</b>
	14.0700	7.8659	14.0867	7.8634	0.0169	0.1832
	14.5790	8.5984	14.6004	8.5885	0.0236	0.1851
	15.0433	9.3240	15.0619	9.3044	0.0270	0.1848
	15.4825	10.0730	15.5047	10.0616	0.0250	0.1860
	15.9099	10.8771	15.9257	10.8614	0.0223	0.1887
	16.2835	11.6591	16.2959	11.6478	0.0168	0.1895
	16.6203	12.4498	16.6304	12.4468	0.0105	0.1900
	16.9260	13.2653	16.9293	13.2575	0.0085	0.1905
	17.1984	14.1061	17.2013	14.1085	0.0038	0.1926
<b>0.5</b>	<b>17.4269</b>	<b>14.9399</b>	<b>17.4269</b>	<b>14.9399</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.1929</b>
	17.6172	15.7827	17.6166	15.7800	0.0028	0.1932
	17.7719	16.6514	17.7747	16.6576	0.0068	0.1951
	17.8851	17.5126	17.8900	17.5123	0.0049	0.1955
	17.9589	18.3657	17.9684	18.3727	0.0118	0.1959
	17.9964	19.2448	18.0097	19.2378	0.0150	0.1965
	17.9965	20.0979	18.0134	20.1067	0.0191	0.1972
	17.9601	20.9771	17.9790	20.9780	0.0189	0.1981
	17.8889	21.8472	17.9061	21.8506	0.0175	0.1992
	17.7823	22.7256	17.7944	22.7231	0.0123	0.2005
<b>1.0</b>	<b>17.6438</b>	<b>23.5943</b>	<b>17.6438</b>	<b>23.5943</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.2020</b>

- **Profil elementar arc de evolventa**

Se consideră arcul de evolventa  $AB$  cu  $R_i = 80$  mm,  $R_b = 90$  mm și  $R_e = 110$  mm, unde:  $A[-90,0]$ . Raza de rulare este  $R_{rp} = 100$  mm. Eroarea maximă obținută în acest caz prin aproximarea cu un polinom de gradul 3 este:  $err_{MAX} = 0.016425$  mm.

Tabelul 2. 9 Rezultate comparative: Profilul aproximat/teoretic; polinom de gradul 3.

$\lambda$	Profilul aproximat al sculei		Profilul teoretic al sculei		Eroare [mm]	$\varphi$ [rad]
	$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]	$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]		
<b>0.0</b>	<b>11.0719</b>	<b>-1.6001</b>	<b>11.0719</b>	<b>-1.6001</b>	<b>0.0000</b>	<b>-0.1545</b>
	9.7453	-0.5391	9.7474	-0.5421	0.0036	-0.1271
	8.4906	0.4666	8.4806	0.4728	0.0118	-0.1007
	7.2790	1.4398	7.2715	1.4440	0.0086	-0.0759
	6.1084	2.3820	6.1068	2.3819	0.0016	-0.0519
	4.9768	3.2949	4.9830	3.2890	0.0086	-0.0287
	3.9035	4.1626	3.8980	4.1667	0.0069	-0.0065
<b>0.333</b>	<b>3.1995</b>	<b>4.7326</b>	<b>3.1995</b>	<b>4.7326</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.0079</b>
	2.8426	5.0220	2.8456	5.0197	0.0038	0.0151
	1.8143	5.8568	1.8235	5.8499	0.0115	0.0360
	0.8360	6.6526	0.8291	6.6591	0.0095	0.0564
	-0.1341	7.4435	-0.1397	7.4489	0.0078	0.0762
	-1.0781	8.2144	-1.0850	8.2209	0.0094	0.0955
	-2.0162	8.9820	-2.0085	8.9762	0.0096	0.1143
	-2.9138	9.7177	-2.9117	9.7161	0.0026	0.1328
<b>0.666</b>	<b>-3.1967</b>	<b>9.9498</b>	<b>-3.1967</b>	<b>9.9498</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.1385</b>
	-3.7916	10.4383	-3.7960	10.4417	0.0056	0.1507
	-4.6688	11.1595	-4.6630	11.1540	0.0080	0.1683
	-5.5132	11.8546	-5.5140	11.8542	0.0010	0.1854
	-6.3443	12.5395	-6.3467	12.5400	0.0024	0.2026
	-7.1642	13.2157	-7.1687	13.2181	0.0050	0.2189
	-7.9751	13.8849	-7.9726	13.8819	0.0039	0.2355
<b>1.0</b>	<b>-8.7631</b>	<b>14.5354</b>	<b>-8.7631</b>	<b>14.5354</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.2517</b>

### Exemple numerice

Pe baza algoritmului de mai sus, se prezintă un exemplu numeric pentru un profil circular, vezi figura 2. 16, pentru scula cremalieră, reciproc înfășurătoare cu un arc de cerc definit între punctele  $A[-87.02; 4.8]$  și  $B[-80; 20]$ , cu caracteristicile:  $r = 20$  mm; coordonatele centrului  $O_c[-100, 20]$ , profil asociat cu centroida circulară de rază  $R_{rp} = 100$  mm.

În tabelul 2. 10 și în tabelul 2. 11, sunt prezentate forma profilului și coordonatele pentru aproximarea polinomială de gradul 2 și, respectiv, 3, în raport cu profilul calculat printr-una din metodele fundamentale.

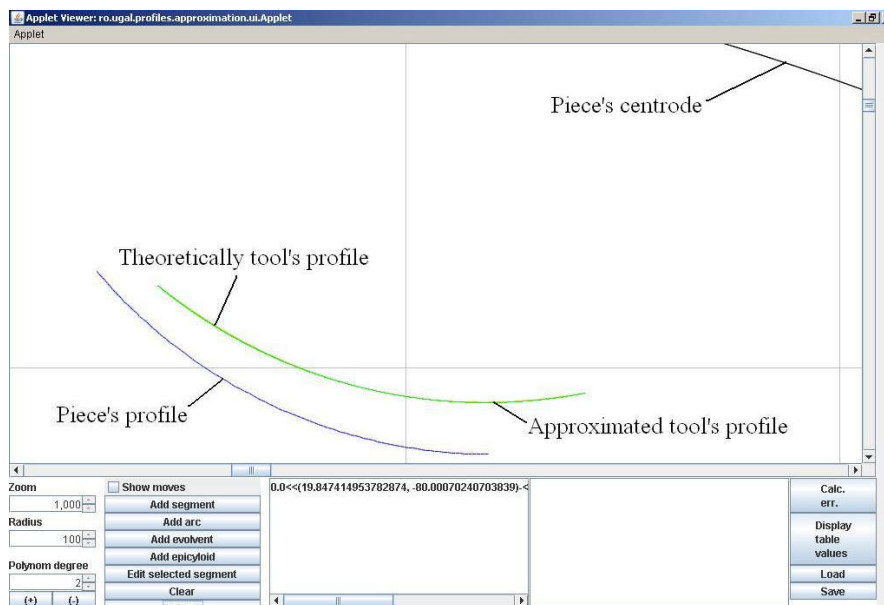


Figura 2. 17. Profilul aproximat și teoretic al sculei cremalieră (applet java)

Tabelul 2. 10. Aproximare cu polinom de gradul 2

$\lambda$	Approximated tool profile		Theoretical tool profile		Error [mm]	$\varphi$ [rad]
	$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]	$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]		
<b>0.0</b>	<b>13.5372</b>	<b>7.1565</b>	<b>13.5372</b>	<b>7.1565</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.1810</b>
	14.0700	7.8659	14.0867	7.8634	0.0169	0.1832
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	17.1984	14.1061	17.2013	14.1085	0.0038	0.1926
<b>0.5</b>	<b>17.4269</b>	<b>14.9399</b>	<b>17.4269</b>	<b>14.9399</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.1929</b>
	17.6172	15.7827	17.6166	15.7800	0.0028	0.1932
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	17.7823	22.7256	17.7944	22.7231	0.0123	0.2005
<b>1.0</b>	<b>17.6438</b>	<b>23.5943</b>	<b>17.6438</b>	<b>23.5943</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.2020</b>

Tabelul 2. 11. Aproximare cu polinom de gradul 3

$\lambda$	Approximated tool profile		Theoretical tool profile		Error [mm]	$\varphi$ [rad]
	$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]	$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]		
<b>0.0</b>	<b>13.5372</b>	<b>7.1565</b>	<b>13.5372</b>	<b>7.1565</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.1810</b>
	14.0846	7.8609	14.0867	7.8634	0.0033	0.1832
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	16.2983	11.6531	16.2959	11.6478	0.0059	0.1895
<b>0.333</b>	<b>16.5243</b>	<b>12.1824</b>	<b>16.5243</b>	<b>12.1824</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.1904</b>
	16.6283	12.4410	16.6304	12.4468	0.0062	0.1900
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	17.8906	17.5162	17.8900	17.5123	0.0040	0.1955
<b>0.666</b>	<b>17.9181</b>	<b>17.7753</b>	<b>17.9181</b>	<b>17.7753</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.1950</b>
	17.9679	18.3641	17.9684	18.3727	0.0086	0.1959
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	17.7943	22.7240	17.7944	22.7231	0.0009	0.2005
<b>1.0</b>	<b>17.6438</b>	<b>23.5943</b>	<b>17.6438</b>	<b>23.5943</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.2020</b>

Exemplu numeric pentru profil circular, pentru cremaliera reciproc înfășurătoare cu un arc de cerc definit între punctele  $A[-95;-10]$  și  $B[-105;5]$ , cu caracteristicile:  $r = 15$  mm; profilul asociat având o centroidă circulară cu raza  $R_{rp} = 100$  mm.

În tabelul 2. 12 și în

tabelul 2. 13 și figura 2. 18, sunt prezentate forma profilului și coordonatele pentru aproximarea polinomială de gradul 3 și 4, comparat cu profilul calculat printr-o metodă fundamentală .

Evident, eroarea maximă a profilului, pentru acest caz, pentru ambele polinoame folosite este suficient de mică pentru a fi acceptabilă.

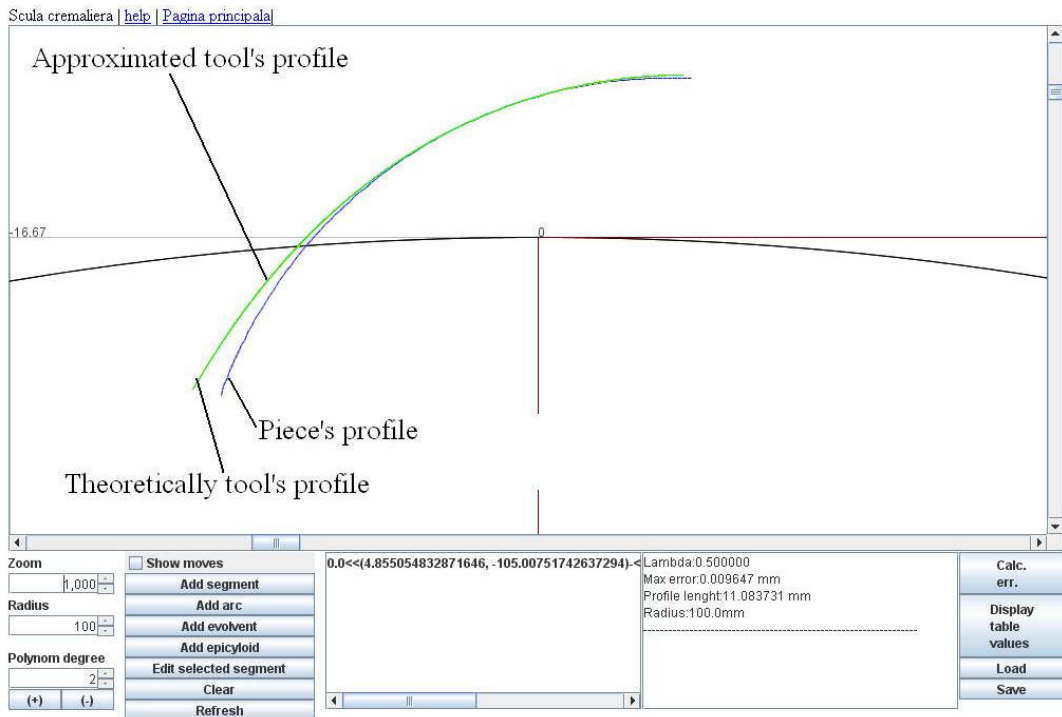


Figura 2. 18 Profilul cremalierii aproximat și teoretic (aplet java)

Tabelul 2. 12. Aproximare cu polinom de gradul 2

$\lambda$	Profilul aproximat al sculei		Profilul teoretic al sculei		Eroare [mm]	$\varphi$ [rad]
	$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]	$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]		
<b>0</b>	<b>4.8251</b>	<b>-10.8809</b>	<b>4.8251</b>	<b>-10.8809</b>	<b>0</b>	<b>-0.1905</b>
0.05	3.7995	-10.2555	3.8073	-10.2613	0.0097	-0.1625
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0.45	-2.0173	-4.931	-2.0156	-4.9393	0.0085	-0.035
<b>0.5</b>	<b>-2.5385</b>	<b>-4.1663</b>	<b>-2.5385</b>	<b>-4.1663</b>	<b>0</b>	<b>-0.0254</b>
0.55	-3.0208	-3.365	-3.017	-3.3682	0.0049	-0.0164
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0.95	-5.0794	3.6859	-5.0935	3.693	0.0158	0.04
<b>1</b>	<b>-5.1197</b>	<b>4.6192</b>	<b>-5.1197</b>	<b>4.6192</b>	<b>0</b>	<b>0.0464</b>

Tabelul 2. 13. Aproximare cu polinom de gradul 3

$\lambda$	Approximated tool profile		Theoretical tool profile		Error [mm]	$\varphi$ [rad]
	$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]	$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]		
<b>0</b>	<b>4.8251</b>	<b>-10.8809</b>	<b>4.8251</b>	<b>-10.8809</b>	<b>0</b>	<b>-0.1905</b>
0.05	3.7986	-10.2683	3.8073	-10.2613	0.0112	-0.1625
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0.3	-0.1921	-7.0973	-0.1896	-7.099	0.003	-0.0691
<b>0.333</b>	<b>-0.6241</b>	<b>-6.6446</b>	<b>-0.6241</b>	<b>-6.6446</b>	<b>0</b>	<b>-0.0607</b>
0.35	-0.8456	-6.4004	-0.8405	-6.406	0.0076	-0.0565
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0.65	-3.839	-1.6948	-3.8356	-1.7001	0.0063	-0.0007
<b>0.666</b>	<b>-3.9498</b>	<b>-1.4241</b>	<b>-3.9498</b>	<b>-1.4241</b>	<b>0</b>	<b>0.0013</b>
0.7	-4.1747	-0.8256	-4.1736	-0.8342	0.0086	0.0063
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0.95	-5.0851	3.689	-5.0935	3.693	0.0093	0.04
<b>1</b>	<b>-5.1197</b>	<b>4.6192</b>	<b>-5.1197</b>	<b>4.6192</b>	<b>0</b>	<b>0.0464</b>

În figura 2. 19 și tabelul 2. 14, sunt prezentate forma și coordonatele pentru înfășurătoarea reciprocă a profilului sculei cremalieră cu un profil evolventic având  $A[-140,9;0]$ ;  $R_i = 142$  mm;  $R_e = 160$  mm;  $R_b = 150$  mm;  $R = 150$  mm. Eroarea maximă este  $\varepsilon = 0.0208$  mm.

Tabelul 2. 14. Aproximare cu polinom de gradul 3

$\lambda$	Profilul aproximat al sculei		Profilul teoretic al sculei		Eroare [mm]	$\varphi$ [rad]
	$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]	$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]		
<b>0</b>	<b>11.6295</b>	<b>-2.7423</b>	<b>11.6295</b>	<b>-2.7423</b>	<b>0</b>	<b>-0.347</b>
0.05	7.3435	-1.1825	7.3255	-1.1759	0.0192	-0.2128
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0.3	1.0199	1.119	1.0237	1.1176	0.004	-0.017
<b>0.333</b>	<b>0.4518</b>	<b>1.3258</b>	<b>0.4518</b>	<b>1.3258</b>	<b>0</b>	<b>0.0009</b>
0.35	0.1625	1.4311	0.1683	1.4289	0.0062	0.0097
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0.65	-4.0114	2.9501	-4.0125	2.9505	0.0012	0.1399
<b>0.666</b>	<b>-4.2058</b>	<b>3.0209</b>	<b>-4.2058</b>	<b>3.0209</b>	<b>0</b>	<b>0.1458</b>
0.7	-4.6025	3.1653	-4.6071	3.167	0.005	0.1582
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0.95	-7.3109	4.151	-7.3113	4.1511	0.0004	0.2412
<b>1</b>	<b>-7.767</b>	<b>4.317</b>	<b>-7.767</b>	<b>4.317</b>	<b>0</b>	<b>0.2583</b>

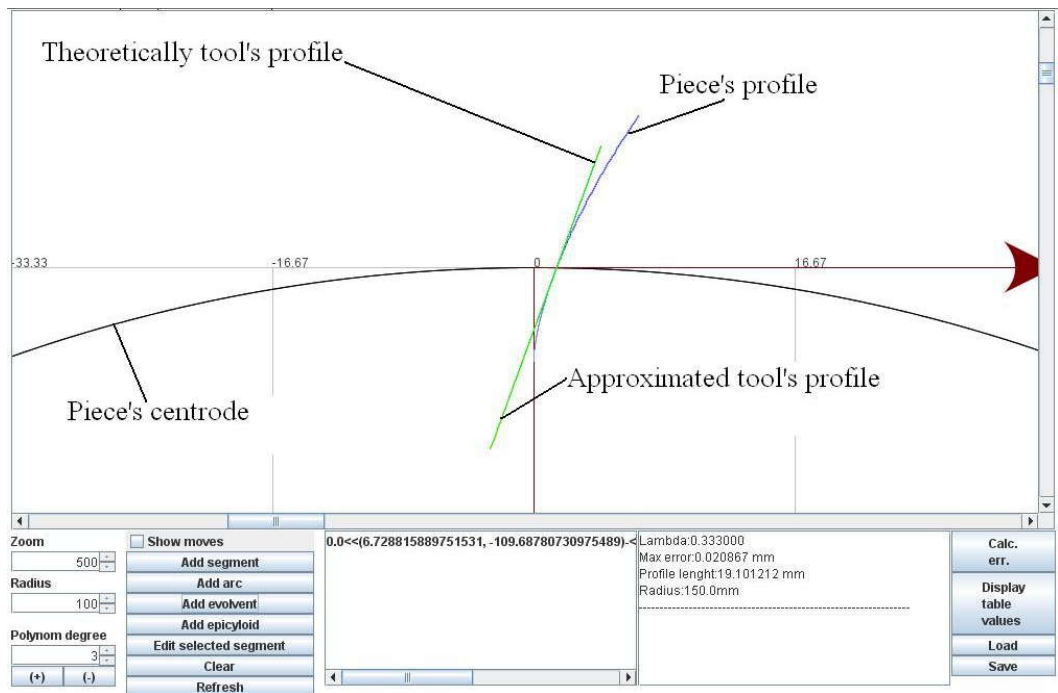


Figura 2. 19. Aproximarea sculei cremalieră pentru profilul evolventic(applet java)

În figura 2. 20 și tabelul 2. 15, sunt prezentate de forma și coordonatele profilului reciproc înfășurător al sculei cremalieră cu o profilul unei curbei epicycloidale având  $A[-50;0]$ ;  $r = 10$  mm;  $R = 50$  mm. Eroarea maximă este  $\varepsilon = 0.023$  mm.

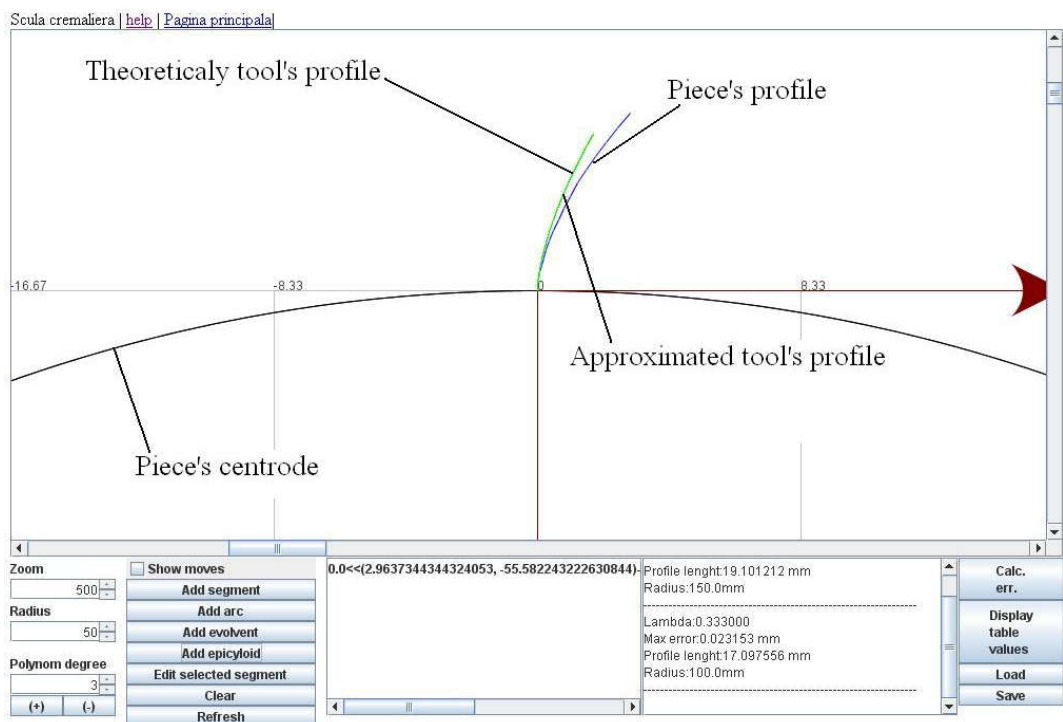


Figura 2. 20. Aproximarea sculei cremalieră pentru profilul epicycloidal (Applet java)

Tabelul 2. 15. Aproximare cu polinom de gradul 3

$\lambda$	Profilul aproximat al sculei		Profilul teoretic al sculei		Eroare [mm]	$\varphi$ [rad]
	$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]	$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]		
<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
0.05	-0.266	0.0297	-0.2693	0.0239	0.0067	0.0449
0.1	-0.5383	0.0705	-0.5417	0.0643	0.0071	0.0619
0.15	-0.7851	0.116	-0.7841	0.11	0.0061	0.0825
0.2	-1.0268	0.1679	-1.0294	0.1638	0.0048	0.0981
0.25	-1.2788	0.2293	-1.2816	0.2268	0.0037	0.1099
0.3	-1.5408	0.3007	-1.5408	0.2991	0.0016	0.1191
<b>0.333</b>	<b>-1.7443</b>	<b>0.3613</b>	<b>-1.7443</b>	<b>0.3613</b>	<b>0</b>	<b>0.1189</b>
0.35	-1.8068	0.3807	-1.8059	0.3803	0.001	0.1263
0.4	-2.0765	0.4691	-2.0755	0.4697	0.0012	0.132
0.45	-2.3492	0.5656	-2.3483	0.5665	0.0012	0.1368
0.5	-2.6242	0.6699	-2.6236	0.6698	0.0006	0.1407
0.55	-2.8057	0.7424	-2.805	0.7428	0.0009	0.1579
0.6	-3.0847	0.8592	-3.0866	0.8609	0.0025	0.1599
0.65	-3.3687	0.9848	-3.3686	0.9838	0.001	0.1615
<b>0.666</b>	<b>-3.4268</b>	<b>1.0113</b>	<b>-3.4268</b>	<b>1.0113</b>	<b>0</b>	<b>0.1663</b>
0.7	-3.547	1.067	-3.5464	1.0667	0.0006	0.1767
0.75	-3.8307	1.2027	-3.8332	1.2035	0.0026	0.1771
0.8	-4.0067	1.29	-4.0051	1.2882	0.0024	0.1916
0.85	-4.2959	1.4384	-4.2958	1.4384	0.0001	0.1909
0.9	-4.463	1.5269	-4.4635	1.5259	0.0011	0.2048
0.95	-4.7571	1.6875	-4.757	1.6889	0.0015	0.2032
<b>1</b>	<b>-4.9216</b>	<b>1.7799</b>	<b>-4.9216</b>	<b>1.7799</b>	<b>0</b>	<b>0.2165</b>

### 2.3.1.6. Concluzii asupra profilării sculei cremalieră

Pe baza principiilor prezentate mai sus, a fost dezvoltată o aplicație software dedicată ( applet java), prezentată anterior, care permite atât determinarea profilului teoretic reciproc înfășurator pentru profiluri elementare ale pieselor de generat, cât și determinarea profilului înfășurator aproximat prin metoda prezentată. Odată determinate aceste două profiluri ele pot fi analizate comparativ pentru a decide dacă eroarea de aproximare este suficient de mică pentru aplicațiile practice.

Mai mult, exemplele numerice arată că, dacă se dorește determinarea valorii maxime a erorii aceasta se va măsura în unul din punctele corespunzătoare parametrului  $\lambda = 1/4$  sau  $\lambda = 3/4$ , pentru polinomul de grad 2, și  $\lambda = 1/6$ ,  $\lambda = 3/6$ , sau  $\lambda = 5/6$  pentru polinomul de grad 3.

Se observă, de asemenea, în urma testelor efectuate, că timpul de calcul pentru determinarea a N puncte de pe profilul teoretic al sculei, este sensibil mai mare decât timpul de calcul pentru determinarea polinomului de aproximare al sculei și a coordonatelor de pe acesta.



Tabelul 2. 16. Rezultate comparative ale timpului de calcul

Tipul piesei	Tipul profilului	N	Timp calcul pozitii puncte pe profilul teoretic(ms)	Timp calcul polinom aproximare + calcul pozitii puncte pe acesta(ms)
Rectiliniu(gr.2)		1000	$157 \cdot 10^{-5}$	$47 \cdot 10^{-5}$
Arc de cerc(gr.2)		1000	$125 \cdot 10^{-5}$	$47 \cdot 10^{-5}$

## 2.3.2. Generarea cu cuțitul-roată

### 2.3.2.1. Profilul elementar rectiliniu

În figura 2. 21, se prezintă sistemele de referință față de care sunt referite spațiile asociate semifabricatului (profilului de generat) și sculei, cuțitul-roată:

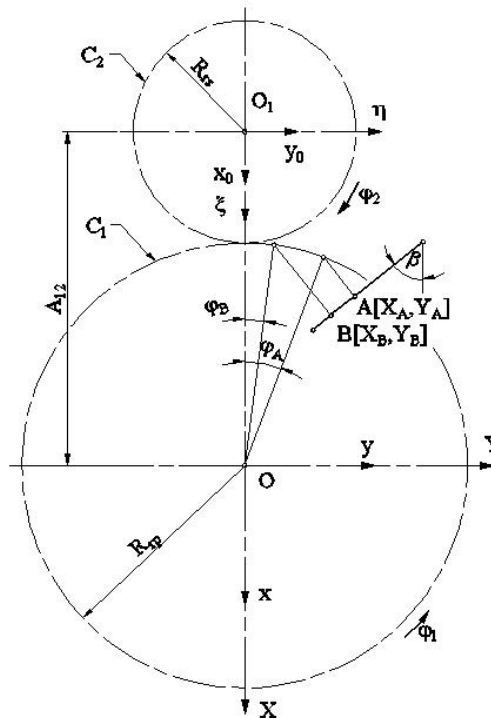


Figura 2. 21. Centroide în rulare, C<sub>1</sub> a semifabricatului și C<sub>2</sub> a sculei

$xyz$  este sistemul de referință fix, asociat spațiului vârtejului de generat;

$xy_0z_0$  — sistem fix, asociat spațiului sculei;

$XYZ$  — sistem mobil, solidar cu profilul de generat;

$\xi\eta\zeta$  — sistem mobil, asociat profilului sculei (cuțitului-roată).

Între sistemele de referință mobile, este definită transformarea

$$\xi = \omega_3 (-\varphi_2) [\omega_3^T (\varphi_1) X - A],$$

$$A = \begin{bmatrix} -A_{12} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (2.87)$$

cu  $\varphi_1$  și  $\varphi_2$  parametrii unghiulari ai mișcărilor de rotație a celor două centroide, C<sub>1</sub> și C<sub>2</sub>, între care există relația, reprezentând condiția de rulare,

$$R_{rp} \varphi_1 = R_{rs} \varphi_2 \text{ sau } \varphi_2 = \frac{R_{rp}}{R_{rs}} \varphi_1. \quad (2.88)$$

## Generarea unui vârtej de profiluri rectilinii

Dacă, acum, se acceptă ca formă a profilului de generat, segmentul de dreaptă  $\overline{AB}$ , definit prin coordonatele punctelor de capăt:  $A[X_A, Y_A]$  și  $B[X_B, Y_B]$  în sistemul de referință mobil,  $XYZ$ , atunci, o formă parametrică a ecuațiilor ce descriu segmentul, poate fi:

$$\Sigma \begin{cases} X = X_A + u \cos \beta; \\ Y = Y_A + u \sin \beta, \end{cases} \quad (2.89)$$

cu  $u$  parametru variabil.

Este evident, în mișcarea (2.87), profilul  $\Sigma$  (2.89), descrie familia de profiluri  $\Sigma$  în sistemul  $\xi\eta\zeta$ :

$$\begin{aligned} \xi &= [X_A + u \cos \beta] \cos[(1+i)\varphi_1] - [Y_A + u \sin \beta] \sin[(1+i)\varphi_1] + \\ &+ A_{12} \cos(i\varphi_1); \\ \eta &= [X_A + u \cos \beta] \sin[(1+i)\varphi_1] - [Y_A + u \sin \beta] \cos[(1+i)\varphi_1] + \\ &+ A_{12} \sin(i\varphi_1). \end{aligned} \quad (2.90)$$

Se definesc

$$i = \frac{R_{rp}}{R_{rs}}, \text{ raportul de transmitere} \quad (2.91)$$

$$\text{și} \quad A_{12} = R_{rp} + R_{rs}. \quad (2.92)$$

Se pot determina, din condiția de intersecție a normalei la profilul  $\Sigma$ , teorema Willis,

$$N_{\Sigma} : [X - (X_A + u \cos \beta)] \cos \beta + [Y - (Y_A + u \sin \beta)] \sin \beta = 0 \quad (2.93)$$

cu centroida asociată, cercul  $C_I$ :

$$C_I : \begin{cases} X = R_{rp} \cos \varphi_1; \\ Y = R_{rp} \sin \varphi_1, \end{cases} \quad (2.94)$$

mărimea parametrului unghiular  $\varphi_1$ , corespunzătoare punctelor de pe profilul de generat,  $[R_{rp} \cos \varphi_1 - (X_A + u \cos \beta)] \cos \beta + [R_{rp} \sin \varphi_1 - (Y_A + u \sin \beta)] \sin \beta = 0$ . (2.95)

După dezvoltări, se ajunge la forma

$$\varphi_1 = \arccos \left[ \frac{X_A \cos \beta + Y_A \sin \beta + u}{R_{rp}} \right] + \beta \quad (2.96)$$

din care, pentru  $u = 0$ , se obține

$$\varphi_{1A} = \arccos \left[ \frac{X_A \cos \beta + Y_A \sin \beta}{R_{rp}} \right] + \beta \quad (2.97)$$

și, respectiv, pentru

$$u = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2} = u_{\max} \quad (2.98)$$

reprezentând valoarea maximă a parametrului  $u$ ,  $u_{\max}$ , rezultă

$$\varphi_{1B} = \arccos \left[ \frac{X_B \cos \beta + Y_B \sin \beta}{R_{rp}} \right] + \beta. \quad (2.99)$$

În mod absolut similar, se pot determina mărimile parametrului unghiular  $\varphi_1$ , în procesul rulării celor două centroide, pentru oricare alt punct de pe profilul de generat.

Definind, în acest fel, mărimile parametrului unghiular de rotație al centroidei asociate profilului de generat, devine posibilă determinarea coordonatelor punctelor de pe profilul sculei-roată, în baza ecuațiilor (2.90).

În consecință, pentru un profil rectiliniu, definit prin coordonatele capetelor  $A[X_A, Y_A]$  și  $B[X_B, Y_B]$ , se prezintă, în tabelul 2. 17, algoritmul pentru determinarea formei polinomului Bezier de gradul doi, care aproximează profilul dintelui cuțitului-roată generator al profilului piesei.

Tabelul 2. 17. Aproximare cu polinom de gradul 2

$\lambda$	Profilul primar	Condiții de înfășurare
$\lambda = 1$ $u = 0$	$X_A, Y_A$	$\varphi_{1A} = \arccos \left[ \frac{X_A \cos \beta + Y_A \sin \beta}{R_{rp}} \right] + \beta$
$\lambda = \frac{1}{2}$ $u = 0.5 \cdot u_{\max}$	$X_C = \frac{1}{2} X_A + \frac{1}{2} X_B$ $Y_C = \frac{1}{2} Y_A + \frac{1}{2} Y_B$	$\varphi_{1C} = \arccos \left[ \frac{X_C \cos \beta + Y_C \sin \beta}{R_{rp}} \right] + \beta$
$\lambda = 0$ $u = u_{\max}$	$X_B, Y_B$	$\varphi_{1B} = \arccos \left[ \frac{X_B \cos \beta + Y_B \sin \beta}{R_{rp}} \right] + \beta$
$\lambda$	Puncte pe profilul cremalierii	Coeficienții polinomului de aproximare
$\lambda = 1$ $u = 0$	$\begin{cases} \xi_A = X_A \cos(1+i)\varphi_{1A} - Y_A \sin(1+i)\varphi_{1A} + A_{12} \cos(i\varphi_{1A}) \\ \eta_A = X_A \sin(1+i)\varphi_{1A} + Y_A \cos(1+i)\varphi_{1A} + A_{12} \sin(i\varphi_{1A}) \end{cases}$	$A_\xi = \xi_A$ $A_\eta = \eta_A$
$\lambda = \frac{1}{2}$ $u = 0.5 \cdot u_{\max}$	$\begin{cases} \xi_C = X_C \cos(1+i)\varphi_{1C} - Y_C \sin(1+i)\varphi_{1C} + A_{12} \cos(i\varphi_{1C}) \\ \eta_C = X_C \sin(1+i)\varphi_{1C} + Y_C \cos(1+i)\varphi_{1C} + A_{12} \sin(i\varphi_{1C}) \end{cases}$	$C_\xi = \frac{\xi_C - 0.25\xi_A - 0.25\xi_B}{0.5}$ $C_\eta = \frac{\eta_C - 0.25\eta_A - 0.25\eta_B}{0.5}$
$\lambda = 0$ $u = u_{\max}$	$\begin{cases} \xi_B = X_B \cos(1+i)\varphi_{1B} - Y_B \sin(1+i)\varphi_{1B} + A_{12} \cos(i\varphi_{1B}) \\ \eta_B = X_B \sin(1+i)\varphi_{1B} + Y_B \cos(1+i)\varphi_{1B} + A_{12} \sin(i\varphi_{1B}) \end{cases}$	$B_\xi = \xi_B$ $B_\eta = \eta_B$

În cazul în care precizia aproximării profilului sculei-roată este necesară a fi mărită, se poate accepta ca polinom de aproximare un polinom de grad superior, de tipul:

$$\begin{aligned} \xi &= \lambda^3 A_\xi + 3\lambda^2(1-\lambda)B_\xi + 3\lambda(1-\lambda)^2 C_\xi + (1-\lambda)^3 D_\xi; \\ \eta &= \lambda^3 A_\eta + 3\lambda^2(1-\lambda)B_\eta + 3\lambda(1-\lambda)^2 C_\eta + (1-\lambda)^3 D_\eta. \end{aligned} \quad (2.100)$$

Coeficienții polinomului de aproximare sunt prezentați în tabelul 2. 18.

Tabelul 2. 18. Aproximare cu polinom de gradul 3

	Profilul primar	Condiții de înfășurare
$\lambda = 1$ $u = 0$	$X_A, Y_A$	$\varphi_{1A} = \arccos \left[ \frac{X_A \cos \beta + Y_A \sin \beta}{R_{rp}} \right] + \beta$
$\lambda = \frac{1}{3}$ $u = 0.33 \cdot u_{\max}$	$X_B = X_A + \frac{1}{3} [X_D - X_A]$ $Y_B = Y_A + \frac{1}{3} [Y_D - Y_A]$	$\varphi_{1B} = \arccos \left[ \frac{X_B \cos \beta + Y_B \sin \beta}{R_{rp}} \right] + \beta$
$\lambda = \frac{2}{3}$ $u = 0.66 \cdot u_{\max}$	$X_C = X_A + \frac{2}{3} [X_D - X_A]$ $Y_C = Y_A + \frac{2}{3} [Y_D - Y_A]$	$\varphi_{1C} = \arccos \left[ \frac{X_C \cos \beta + Y_C \sin \beta}{R_{rp}} \right] + \beta$
$\lambda = 0$ $u = u_{\max}$	$X_D, Y_D$	$\varphi_{1D} = \arccos \left[ \frac{X_D \cos \beta + Y_D \sin \beta}{R_{rp}} \right] + \beta$
$\lambda$	Puncte pe profilul cremalierii	Coeficienții polinomului de aproximare
$\lambda = 1$ $u = 0$	$\begin{cases} \xi_A = X_A \cos(1+i)\varphi_{1A} - Y_A \sin(1+i)\varphi_{1A} + A_{12} \cos(i\varphi_{1A}) \\ \eta_A = X_A \sin(1+i)\varphi_{1A} + Y_A \cos(1+i)\varphi_{1A} + A_{12} \sin(i\varphi_{1A}) \end{cases}$	$D_\xi = \xi_A$ $D_\eta = \eta_A$
$\lambda = \frac{1}{3}$ $u = 0.33 \cdot u_{\max}$	$\begin{cases} \xi_B = X_B \cos(1+i)\varphi_{1B} - Y_B \sin(1+i)\varphi_{1B} + A_{12} \cos(i\varphi_{1B}) \\ \eta_B = X_B \sin(1+i)\varphi_{1B} + Y_B \cos(1+i)\varphi_{1B} + A_{12} \sin(i\varphi_{1B}) \end{cases}$	$B_\xi = \frac{18\xi_C - 9\xi_B + 2\xi_A - 5\xi_D}{6}$ $B_\eta = \frac{18\eta_C - 9\eta_B + 2\eta_A - 5\eta_D}{6}$
$\lambda = \frac{2}{3}$ $u = 0.66 \cdot u_{\max}$	$\begin{cases} \xi_C = X_C \cos(1+i)\varphi_{1C} - Y_C \sin(1+i)\varphi_{1C} + A_{12} \cos(i\varphi_{1C}) \\ \eta_C = X_C \sin(1+i)\varphi_{1C} + Y_C \cos(1+i)\varphi_{1C} + A_{12} \sin(i\varphi_{1C}) \end{cases}$	$C_\xi = \frac{-5\xi_A + 2\xi_D + 18\xi_B - 9\xi_C}{6}$ $C_\eta = \frac{-5\eta_A + 2\eta_D + 18\eta_B - 9\eta_C}{6}$
$\lambda = 0$ $u = u_{\max}$	$\begin{cases} \xi_D = X_D \cos(1+i)\varphi_{1D} - Y_D \sin(1+i)\varphi_{1D} + A_{12} \cos(i\varphi_{1D}) \\ \eta_D = X_D \sin(1+i)\varphi_{1D} + Y_D \cos(1+i)\varphi_{1D} + A_{12} \sin(i\varphi_{1D}) \end{cases}$	$A_\xi = \xi_D$ $A_\eta = \eta_D$

**Notă:** Evident, mărimea gradului polinomului de aproximare Bezier conduce la creșterea preciziei aproximării profilului cuțitului-roată. Un grad ridicat al polinomului (mai mare ca 3) atrage după sine complicații în determinarea mărimii coeficienților, complicând problema propusă.

### Verificarea erorii metodei

Se propune determinarea erorii de aproximare prin polinoame Bezier a profilului sculei-roată, conform algoritmilor prezentați, în comparație cu profilul determinat, pentru aceeași situație, segment de dreaptă, prin metodele teoretice, în acest caz, metoda normalilor.

Condiția de înfășurare specifică, după dezvoltare, este

$$\varphi_1 = \arccos \left[ \frac{X_A \cos \beta + Y_A \sin \beta + u}{R_{rp}} \right] + \beta, \quad (2.101)$$

care, împreună cu familia de profiluri (2.90) determină, pentru

$$0 \leq u \leq u_{\max}$$

$$u_{\max} = \sqrt{[X_A - X_B]^2 + [Y_A - Y_B]^2} \quad (2.102)$$

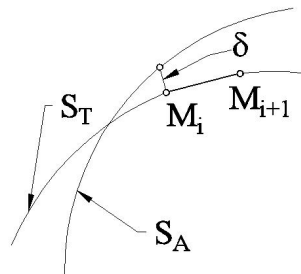
forma teoretică a profilului cuțitului-roată, reciproc înfășurătoare segmentului de dreaptă  $\overline{AB}$ .

Principial, profilul sculei-roată este de forma unei matrice,

$$S_T = \begin{bmatrix} \xi_1 & \xi_2 & \dots & \xi_i & \dots & \xi_n \\ \eta_1 & \eta_2 & \dots & \eta_i & \dots & \eta_n \end{bmatrix}^T \quad (2.103)$$

Se definește eroarea între profilul teoretic, ecuațiile (2.90) și (2.101), și profilul aproximat, vezi tabelul 2. 17, pentru polinomul de gradul 2 și tabelul 2. 18, pentru polinomul de gradul 3, măsurată ca distanță între punctele profilului teoretic și cel aproximat, vezi figura 2. 21, în forma

$$\delta = \sqrt{[\xi_{A_i} - \xi_i]^2 + [\eta_{A_i} - \eta_i]^2} \quad (2.104)$$



Tabelul 2. 19. Poziții relative ale profilurilor teoretic  $S_T$  și  $S_A$

### 2.3.2.2. Profiluri elementare curbilunii

Profilurile tehnice generabile prin înfășurare sunt profiluri compozite formate dintr-un ansamblu de profiluri simple: segmente de dreaptă, arce de cerc, evolvente, curbe trochoidale.

Deși nu deosebit de frecvente, în multe situații, mai ales pentru piese cu profiluri cuprinzătoare (de interior), se impune profilarea unor scule "cuprinse" în raport cu piesele de generare -cuțite tip roata, figura 2. 22

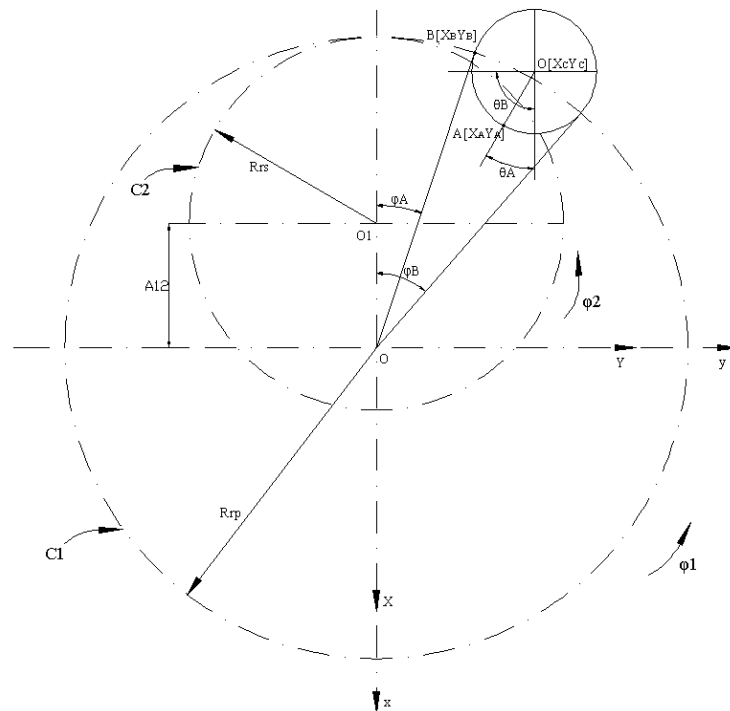


Figura 2. 22. Centroida in rulare  $C_1, C_2$

A fost analizată problematica profilării sculei-roată pentru un profil rectiliniu stabilind forma algoritmilor specifici pentru aproximarea cu polinoame Bezier a profilului sculei roată reciproc înfășurătoare. O problemă particulară o prezintă profilurile cu rază de curbură finită: arcul de cerc, evolventa, arcul de trohoidă, profiluri componente ale unui vârtej ordonat de profiluri compozite.

### Sisteme de referință - Cinematica generării

În figura 2. 22, se prezintă ansamblul de centroide în rulare (angrenaj de interior):

- $C_1$  - centroida semifabricatului cu care este solidar profilul (de generat), arcul AB.
- $C_2$  - centroida sculei de raza  $R_{rs}$ .

Se definesc, de asemenea, sistemele de referință;

- $x y z$  este sistemul de referință fix cu axa  $z$  ca axa de rotație a centroidei  $C_1$ .
- $x_0 y_0 z_0$  – sistemul de referință fix, ajutător, cu axa  $z_0$  – axa de rotație a centroidei  $C_2$ .
- $X Y Z$  – sistemul mobil solidar profilului de generat.
- $\xi \eta \zeta$  - sistem mobil, solidar sculei-roată.

Cinematica procesului generării presupune corelarea mișcărilor de rotație a celor două centroide:

$$x = \omega_3^T(\varphi_1)X \quad (2.105)$$

reprezentând mișcarea absolută a sistemului  $XY$ ;

$$x_0 = \omega_3^T(\varphi_2)\xi \quad (2.106)$$

reprezentând mișcarea de rotație a sistemului  $\xi\eta$  al sculei;

$$x_0 = x - A;$$

$$A = \begin{bmatrix} -A_{12} & 0 \end{bmatrix}^T; \quad (2.107)$$

$$A_{12} = R_{rp} - R_{rs},$$

reprezentând poziția relativă a sistemelor de referință fixe.

Astfel, din ansamblul de ecuații (2.105), (2.106), (2.107) se determină mișcarea relativă

$$\xi = \omega_3(\varphi_2)[\omega_3^T(\varphi_1)X - A], \quad (2.108)$$

la care se alătură condiția de rulare

$$\varphi_2 = i\varphi_1, \quad (2.109)$$

cu  $i = \frac{R_{rp}}{R_{rs}}$  raport de transmitere.

### a) Profil elementar – arc de cerc

Arcul de cerc cu profil elementar aparținând unui profil compus, definit între punctele A $[X_A \ Y_A]$  și B $[X_B \ Y_B]$  și având centrul în punctul O $_C[X_{Oc} \ Y_{Oc}]$  este descris de ecuațiile:

$$C_i \begin{cases} X_{(\theta)} = X_{Oc} + r \cos \theta; \\ Y_{(\theta)} = Y_{Oc} - r \sin \theta; \end{cases} \quad (2.110)$$

cu  $\theta$ -parametru variabil definit în intervalul:

$$\theta_A = \arccos \left[ \frac{|X_A| - |X_{Oc}|}{r} \right]; \quad \theta_B = \arccos \left[ \frac{|X_B| - |X_{Oc}|}{r} \right]. \quad (2.111)$$

Din (2.108), se determină transpusele coordonatelor punctelor de pe arcul AB, în sistemul  $\xi\eta$  al sculei –roata;

$$\begin{cases} \xi = [X_{Oc} + r \cos \theta] \cos[(1-i)\varphi_1] - [Y_{Oc} - r \sin \theta] \sin[(1-i)\varphi_1] + A_{12} \cos(i\varphi_1); \\ \eta = [X_{Oc} + r \cos \theta] \cos[(1-i)\varphi_1] + [Y_{Oc} - r \sin \theta] \sin[(1-i)\varphi_1] - A_{12} \cos(i\varphi_1). \end{cases} \quad (2.112)$$

În tabelul 2. 20, sunt definite, pentru un polinom Bezier de gradul 3 de forma:

$$\begin{cases} \xi = \lambda^3 A_\xi + 3\lambda^2(1-\lambda)B_\xi + 3\lambda(1-\lambda)^2 C_\xi + (1-\lambda)^3 D_\xi; \\ \eta = \lambda^3 A_\eta + 3\lambda^2(1-\lambda)B_\eta + 3\lambda(1-\lambda)^2 C_\eta + (1-\lambda)^3 D_\eta, \end{cases} \quad (2.113)$$

mărimea coeficienților acestuia, în funcție de mărimea unghiurilor de rulare corespunzătoare celor 4 puncte considerate pe arcul AB (punctele de capăt A și B și două puncte intermediare) corespunzătoare mărimilor unghiulare

$$\theta_C = \theta_A + \frac{\theta_B - \theta_A}{3} \quad \text{și} \quad \theta_D = \theta_A + \frac{2}{3}(\theta_B - \theta_A). \quad (2.114)$$

### Nota

Este evident, rezolvarea problemei determinării coeficienților, din componența polinomului Bezier substitutiv profilului cuțitului-roată, se poate face și pentru alte perechi de valori ale punctelor C și D și, în consecință, pentru alte mărimi ale unghiurilor  $\theta_C$  și respectiv  $\theta_D$  spre exemplu:

$$\begin{cases} \theta_C = \theta_A + 0.4(\theta_B - \theta_A); \\ \theta_D = \theta_A + 0.6(\theta_B - \theta_A). \end{cases} \quad (2.115)$$

Tabelul 2. 20. Polinom de aproximare de gradul 3

$\theta$	Profilul primar	Conditia de infasurare
$\Theta_A$	$X_A = X_{Oc} + r \cdot \cos \theta_A$ $Y_A = Y_{Oc} - r \cdot \sin \theta_A$	$\varphi_A = \arcsin\left[\frac{X_A \sin \theta_A + Y_A \cos \theta_A}{R_{rp}}\right] - \theta_A$
$1/3\Theta_C$	$\theta_C = \theta_A + \frac{\theta_B - \theta_A}{3}$ $X_A = X_{Oc} + r \cdot \cos \theta_A$ $Y_A = Y_{Oc} - r \cdot \sin \theta_A$	$\varphi_C = \arcsin\left[\frac{X_C \sin \theta_C + Y_C \cos \theta_C}{R_{rp}}\right] - \theta_C$
$2/3\Theta_C$	$\theta_D = \theta_A + \frac{\theta_B - \theta_A}{3}$ $X_D = X_{Oc} + r \cdot \cos \theta_D$ $Y_D = Y_{Oc} - r \cdot \sin \theta_D$	$\varphi_D = \arcsin\left[\frac{X_D \sin \theta_D + Y_D \cos \theta_D}{R_{rp}}\right] - \theta_D$
$1\Theta_B$	$X_B = X_{Oc} + r \cdot \cos \theta_B$ $Y_B = Y_{Oc} - r \cdot \sin \theta_b$	$\varphi_B = \arcsin\left[\frac{X_B \sin \theta_B + Y_B \cos \theta_B}{R_{rp}}\right] - \theta_B$
$\lambda$	Punctele pe profilul cutitului	Coefficientii polinomului de aproximare
0	$\xi_A = [X_{Oc} + r \cos \theta_A] \cos[(1-i)\varphi_{1A}] - [Y_{Oc} - r \sin \theta_A] \sin[(1-i)\varphi_{1A}] + A_{12} \cos(i\varphi_{1A});$ $\eta_A = [X_{Oc} + r \cos \theta_A] \sin[(1-i)\varphi_{1A}] + [Y_{Oc} - r \sin \theta_A] \cos[(1-i)\varphi_{1A}] - A_{12} \sin(i\varphi_{1A});$	$D_\xi = \xi_A$ $D_\eta = \eta_A$
$1/3$	$\xi_C = [X_{Oc} + r \cos \theta_C] \cos[(1-i)\varphi_{1C}] - [Y_{Oc} - r \sin \theta_C] \sin[(1-i)\varphi_{1C}] + A_{12} \cos(i\varphi_{1C});$ $\eta_C = [X_{Oc} + r \cos \theta_C] \sin[(1-i)\varphi_{1C}] + [Y_{Oc} - r \sin \theta_C] \cos[(1-i)\varphi_{1C}] - A_{12} \sin(i\varphi_{1C});$	$C_\xi = \frac{18 \cdot \xi_C - 9 \cdot \xi_D + 2 \cdot \xi_B - 5 \cdot \xi_A}{6}$ $C_\eta = \frac{18 \cdot \eta_C - 9 \cdot \eta_D + 2 \cdot \eta_B - 5 \cdot \eta_A}{6}$
$2/3$	$\xi_D = [X_{Oc} + r \cos \theta_D] \cos[(1-i)\varphi_{1D}] - [Y_{Oc} - r \sin \theta_D] \sin[(1-i)\varphi_{1D}] + A_{12} \cos(i\varphi_{1D});$ $\eta_D = [X_{Oc} + r \cos \theta_D] \sin[(1-i)\varphi_{1D}] + [Y_{Oc} - r \sin \theta_D] \cos[(1-i)\varphi_{1D}] - A_{12} \sin(i\varphi_{1D});$	$B_\xi = \frac{-5 \cdot \xi_B - 2 \cdot \xi_A + 18 \cdot \xi_D - 9 \cdot \xi_C}{6}$ $B_\eta = \frac{-5 \cdot \eta_B - 2 \cdot \eta_A + 18 \cdot \eta_D - 9 \cdot \eta_C}{6}$
1	$\xi_B = [X_{Oc} + r \cos \theta_B] \cos[(1-i)\varphi_{1B}] - [Y_{Oc} - r \sin \theta_B] \sin[(1-i)\varphi_{1B}] + A_{12} \cos(i\varphi_{1B});$ $\eta_B = [X_{Oc} + r \cos \theta_B] \sin[(1-i)\varphi_{1B}] + [Y_{Oc} - r \sin \theta_B] \cos[(1-i)\varphi_{1B}] - A_{12} \sin(i\varphi_{1B});$	$A_\xi = \xi_B$ $A_\eta = \eta_B$



### b) Profil elementar – arc de epicloida

Se analizează aplicarea modalității de profilare a sculei de tip roată, prin aproximarea cu polinoame Bezier pentru un profil, constituent al unui profil compozit, de forma cicloidală, vezi figura 2. 23

Se consideră spre exemplificare cazul în care ruleta arcului de raza „r” se rostogolește fără alunecare pe baza cercului de raza „R<sub>rp</sub>”.

Epicloida descrisă de un punct M de pe ruleta are în sistemul XY ecuațiile:

$$\Sigma \begin{cases} X = r \cos(\theta + \psi) - (R + r) \cos \psi; \\ Y = -r \sin(\theta + \psi) + (R + r) \sin \psi. \end{cases} \quad (2.116)$$

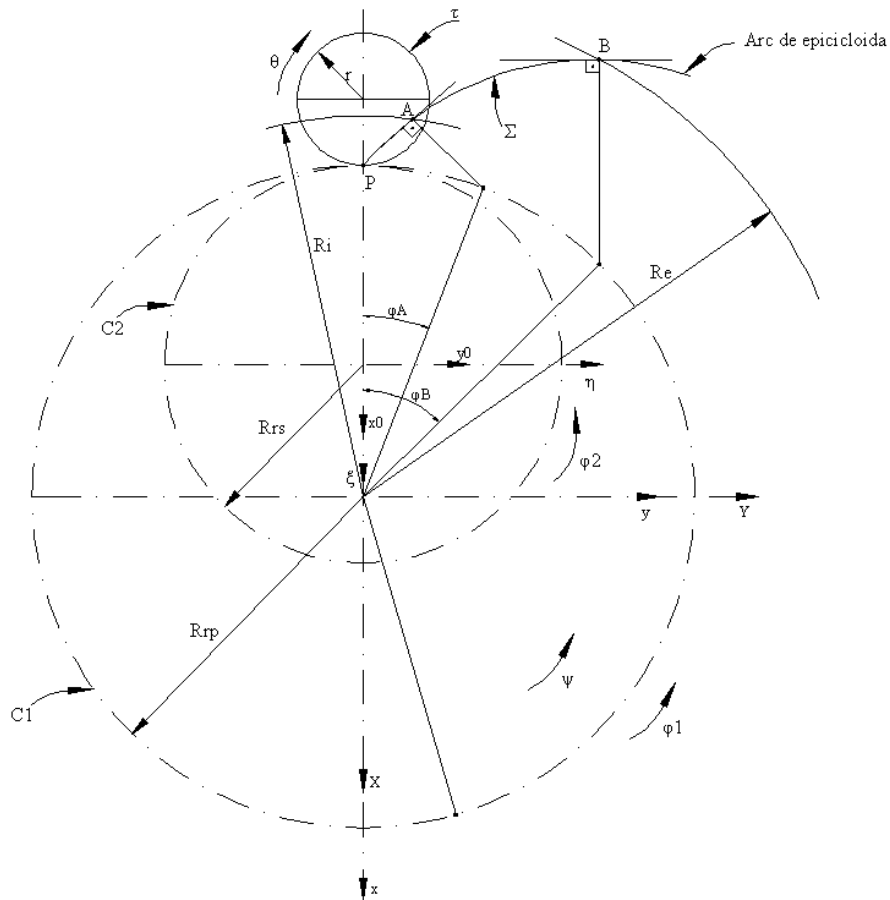


Figura 2. 23. Arc de epicloida, sisteme de referință.

De asemenea, este definită relația:

$$\theta = \frac{R_{rp}}{r} \psi \quad (2.117)$$

între parametrii unghiulari variabili măsurati pe baza ( $\Psi$ ) și rostogolitoare ( $\theta$ ).

Din condiția ca normala la epicloida  $\Sigma$  să intersecteze cercul de rulare, aici  $R_{rp}$ — (cercul de bază)

$$\overline{N}_{\Sigma} : [X - X_{(\psi)}]X'_{\psi} + [Y - Y_{(\psi)}]Y'_{\psi} = 0 \quad (2.118)$$

$$C_1 : \begin{cases} X = R_{rp} \cos \varphi_1; \\ Y = R_{rp} \sin \varphi_1, \end{cases} \quad (2.119)$$

$$\text{rezultă condiția} \quad \varphi = \psi . \quad (2.120)$$

Condiția (2.120) reprezintă, pentru acest caz, condiția de înfășurare.

Pentru punctele A și B de pe epicloidă, reprezentând cercurile de rază  $R_i$ , respectiv  $R_e$ , ca mărimi date ale profilului generat, se definesc unghiurile:

$$\varphi_A = \varphi_A \text{ și } \varphi_B = \varphi_B \quad (2.121)$$

vezi figura 2. 23.

De asemenea, pot fi definite, în baza relației (2.120), și mărimile unghiurilor corespunzătoare unor puncte intermediare pe profil, C și D;

$$\begin{aligned} \psi_C &= \psi_A + \frac{|\psi_B - \psi_A|}{3} \\ \psi_D &= \psi_A + 2 \frac{|\psi_B - \psi_A|}{3} \end{aligned} \quad (2.122)$$

În tabelul 2. 21, se definesc mărimile coeficienților de tip Bezier pentru un polinom substitutiv al profilului înfășurator profilului de generat .

*Tabelul 2. 21. Aproximare cu polinom de gradul 3*

$\lambda$	Profilul primar	Condiția de înfășurare
$\theta_A$	$X_A = r \cos(\theta_A + \psi_A) - (R + r) \cos \psi_A$ $Y_A = -r \sin(\theta_A + \psi_A) + (R + r) \sin \psi_A$ $\theta_A = \frac{R}{r} \psi_A$	$\varphi_A = \psi_A$
$\theta_C$	$X_C = r \cos(\theta_C + \psi_C) - (R + r) \cos \psi_C$ $Y_C = -r \sin(\theta_C + \psi_C) + (R + r) \sin \psi_C$ $\theta_C = \frac{R}{r} \psi_C$ $\psi_C = \psi_A + \frac{- \psi_A  +  \psi_B }{3}$	$\varphi_C = \psi_C$
$\theta_D$	$X_D = r \cos(\theta_D + \psi_D) - (R + r) \cos \psi_D$ $Y_D = -r \sin(\theta_D + \psi_D) + (R + r) \sin \psi_D$ $\theta_D = \frac{R}{r} \psi_D$ $\psi_D = \psi_A + 2 \frac{- \psi_A  +  \psi_B }{3}$	$\varphi_D = \psi_D$
$\theta_B$	$X_B = r \cos(\theta_B + \psi_B) - (R + r) \cos \psi_B$ $Y_B = -r \sin(\theta_B + \psi_B) + (R + r) \sin \psi_B$	$\varphi_B = \psi_B$

Tabelul 2. 22. Polinom de gradul 3

Puncte pe profilul cremalierii
$\xi_A = X_A \cos[(1-i)\varphi_{1A}] - Y_A \sin[(1-i)\varphi_{1A} + A_{12}]$ $\eta_A = X_A \sin[(1-i)\varphi_{1A}] + Y_A \cos[(1-i)\varphi_{1A} - A_{12}]$
$\xi_C = X_C \cos[(1-i)\varphi_{1C}] - Y_C \sin[(1-i)\varphi_{1C} + A_{12}]$ $\eta_C = X_C \sin[(1-i)\varphi_{1C}] + Y_C \cos[(1-i)\varphi_{1C} - A_{12}]$
$\xi_D = X_D \cos[(1-i)\varphi_{1D}] - Y_D \sin[(1-i)\varphi_{1D} + A_{12}]$ $\eta_D = X_D \sin[(1-i)\varphi_{1D}] + Y_D \cos[(1-i)\varphi_{1D} - A_{12}]$
$\xi_B = X_B \cos[(1-i)\varphi_{1B}] - Y_B \sin[(1-i)\varphi_{1B} + A_{12}]$ $\eta_B = X_B \sin[(1-i)\varphi_{1B}] + Y_B \cos[(1-i)\varphi_{1B} - A_{12}]$

Tabelul 2. 23. Polinom de gradul 3

Coeficientii polinomului de aproximare
$D_\xi = \xi_A$ $D_\eta = \eta_A$
$C_\xi = \frac{18\xi_C - 9\xi_D + 2\xi_B - 5\xi_A}{6}$ $C_\eta = \frac{18\eta_C - 9\eta_D + 2\eta_B - 5\eta_A}{6}$
$B_\xi = \frac{-5\xi_B + 2\xi_A + 18\xi_D - 9\xi_C}{6}$ $B_\eta = \frac{-5\eta_B + 2\eta_A + 18\eta_D - 9\eta_C}{6}$
$A_\xi = \xi_B$ $A_\eta = \eta_B$

### 2.3.2.3. Aplicații numerice

- **Segment de dreaptă**

Coordonatele capetelor:

A[-100,0] ; B[-80, 20];

Rrp = 100mm;

Raportul de transmitere  $i = 0.5$  .

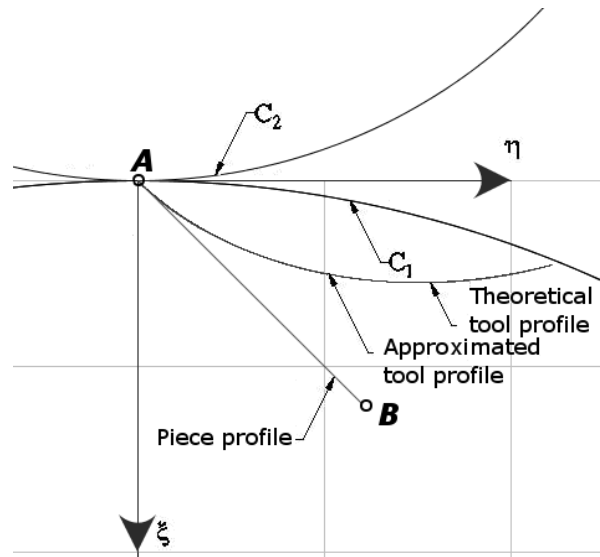


Figura 2. 24. Segment de dreaptă – cuțit roată de exterior

Tabelul 2. 24. Aproximare polinom grad 3.

Lambda	Approx $\xi$ [mm]	Approx $\eta$ [mm]	Tool profile $\xi$ [mm]	Tool profile $\eta$ [mm]	Error [mm]	$\varphi$
<b>0.0</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.0000</b>
0.05	1.0196	1.0250	0.9977	1.0596	0.0410	0.0198
0.1	2.0219	2.1948	1.9817	2.2361	0.0577	0.0392
0.15	2.9807	3.4831	2.9395	3.5260	0.0595	0.0583
0.2	3.9085	4.9123	3.8598	4.9247	0.0502	0.0771
0.25	4.7637	6.4194	4.7323	6.4270	0.0323	0.0956
0.3	5.5597	8.0247	5.5476	8.0275	0.0125	0.1138
<b>0.333</b>	<b>6.0503</b>	<b>9.1347</b>	<b>6.0503</b>	<b>9.1347</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.1256</b>
0.35	6.2915	9.7214	6.2973	9.7201	0.0059	0.1317
0.4	6.9540	11.5028	6.9739	11.4986	0.0204	0.1494
0.45	7.5418	13.3621	7.5706	13.3564	0.0294	0.1669
0.5	8.0499	15.2926	8.0815	15.2867	0.0321	0.1841
0.55	8.4732	17.2875	8.5013	17.2826	0.0285	0.2012
0.6	8.8065	19.3402	8.8253	19.3371	0.0191	0.2180
0.65	9.0446	21.4439	9.0496	21.4431	0.0051	0.2347
<b>0.666</b>	<b>9.0998</b>	<b>22.1268</b>	<b>9.0998</b>	<b>22.1268</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.2400</b>
0.7	9.1823	23.5918	9.1709	23.5935	0.0115	0.2512
0.75	9.2146	25.7773	9.1863	25.7812	0.0285	0.2676
0.8	9.1363	27.9935	9.0936	27.9990	0.0430	0.2838
0.85	8.9421	30.2337	8.8910	30.2398	0.0514	0.2999
0.9	8.6270	32.4913	8.5773	32.4968	0.0501	0.3158
0.95	8.1859	34.7593	8.1516	34.7629	0.0345	0.3316
<b>1.0</b>	<b>7.6135</b>	<b>37.0313</b>	<b>7.6135</b>	<b>37.0313</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.3472</b>

Max error:0.060286 mm

Raportul de transmitere  $i = -0.5$

Tabelul 2. 25. Aproximare polinom grad 3.

Lambda	Approx (ξ) [mm]	Approx(η) [mm]	Tool profile(ξ) [mm]	Tool profile(η) [mm]	Err. [mm]	φ
<b>0.0</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.0000</b>
0.05	1.0000	0.9749	1.0000	0.9804	0.0055	0.0198
0.1	2.0000	1.9153	2.0000	1.9230	0.0077	0.0392
0.15	3.0000	2.8223	3.0000	2.8299	0.0076	0.0583
0.2	4.0000	3.6968	4.0000	3.7029	0.0061	0.0771
0.25	5.0000	4.5397	5.0000	4.5436	0.0039	0.0956
0.3	6.0000	5.3519	6.0000	5.3534	0.0015	0.1138
<b>0.333</b>	<b>6.6600</b>	<b>5.8717</b>	<b>6.6600</b>	<b>5.8717</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.1256</b>
0.35	7.0000	6.1345	7.0000	6.1338	0.0007	0.1317
0.4	8.0000	6.8882	8.0000	6.8859	0.0024	0.1494
0.45	9.0000	7.6142	9.0000	7.6108	0.0034	0.1669
0.5	10.0000	8.3132	10.0000	8.3095	0.0037	0.1841
0.55	11.0000	8.9863	11.0000	8.9830	0.0032	0.2012
0.6	12.0000	9.6344	12.0000	9.6322	0.0021	0.2180
0.65	13.0000	10.2584	13.0000	10.2578	0.0006	0.2347
<b>0.666</b>	<b>13.3200</b>	<b>10.4531</b>	<b>13.3200</b>	<b>10.4531</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.2400</b>
0.7	14.0000	10.8592	14.0000	10.8605	0.0013	0.2512
0.75	15.0000	11.4379	15.0000	11.4410	0.0031	0.2676
0.8	16.0000	11.9953	16.0000	12.0000	0.0047	0.2838
0.85	17.0000	12.5324	17.0000	12.5380	0.0056	0.2999
0.9	18.0000	13.0502	18.0000	13.0555	0.0054	0.3158
0.95	19.0000	13.5494	19.0000	13.5531	0.0037	0.3316
<b>1.0</b>	<b>20.0000</b>	<b>14.0312</b>	<b>20.0000</b>	<b>14.0312</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.3472</b>

Max error:0.007860 mm

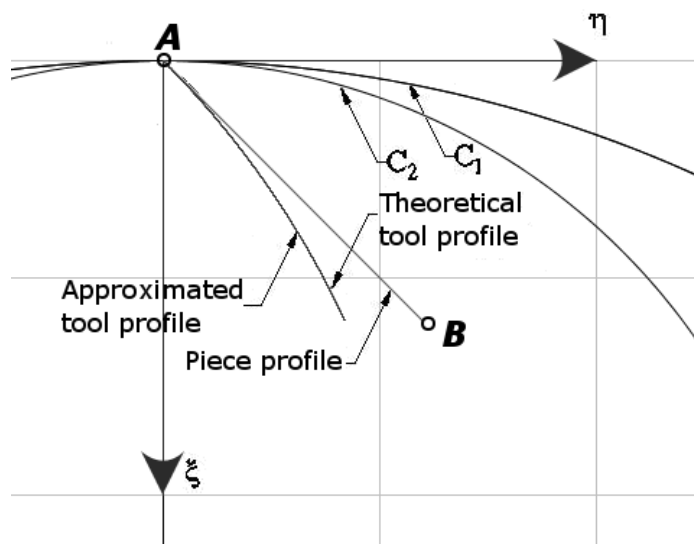


Figura 2. 25. Segment de dreaptă – cuțit roată de interior

- *Arc de cerc*

Coordonatele capetelor:

A[-87.02; 4.8]; B[-80; 20]

Centrul cercului de care aparține arcul Oc[-100; 20]

Rrp = 100mm

Raportul de transmitere  $i = -0.5$

Tabelul 2. 26. Aproximare cu polinom de grad 3

Lambda	Approx( $\xi$ ) [mm]	Approx( $\eta$ ) [mm]	Tool profile( $\xi$ ) [mm]	Tool profile( $\eta$ ) [mm]	Err. [mm]	$\varphi$
<b>0.0</b>	<b>12.0190</b>	<b>2.6755</b>	<b>12.0190</b>	<b>2.6755</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.1814</b>
0.05	12.7372	3.1072	12.7325	3.1087	0.0048	0.1828
0.1	13.4219	3.5608	13.4208	3.5665	0.0058	0.1847
0.15	14.1136	4.0636	14.1067	4.0652	0.0071	0.1854
0.2	14.7701	4.5860	14.7632	4.5861	0.0069	0.1866
0.25	15.4042	5.1361	15.4006	5.1369	0.0036	0.1876
0.3	16.0030	5.7011	16.0059	5.7056	0.0054	0.1893
<b>0.333</b>	<b>16.4048</b>	<b>6.1075</b>	<b>16.4048</b>	<b>6.1075</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.1893</b>
0.35	16.6014	6.3151	16.5997	6.3124	0.0032	0.1899
0.4	17.1518	6.9288	17.1586	6.9337	0.0084	0.1912
0.45	17.6981	7.5911	17.7017	7.5911	0.0037	0.1916
0.5	18.2063	8.2625	18.2079	8.2593	0.0035	0.1928
0.55	18.6866	8.9546	18.6860	8.9485	0.0061	0.1940
0.6	19.1380	9.6662	19.1424	9.6698	0.0057	0.1944
0.65	19.5597	10.3961	19.5602	10.3960	0.0005	0.1956
<b>0.666</b>	<b>19.6881</b>	<b>10.6333</b>	<b>19.6881</b>	<b>10.6333</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.1959</b>
0.7	19.9506	11.1431	19.9532	11.1510	0.0083	0.1961
0.75	20.3099	11.9060	20.3071	11.9069	0.0029	0.1975
0.8	20.6366	12.6837	20.6335	12.6879	0.0052	0.1982
0.85	20.9298	13.4750	20.9256	13.4791	0.0059	0.1991
0.9	21.1935	14.2948	21.1870	14.2911	0.0074	0.1995
0.95	21.4121	15.0933	21.4092	15.0964	0.0042	0.2009
<b>1.0</b>	<b>21.5994</b>	<b>15.9181</b>	<b>21.5994</b>	<b>15.9181</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.2018</b>

Max error:0.009953 mm

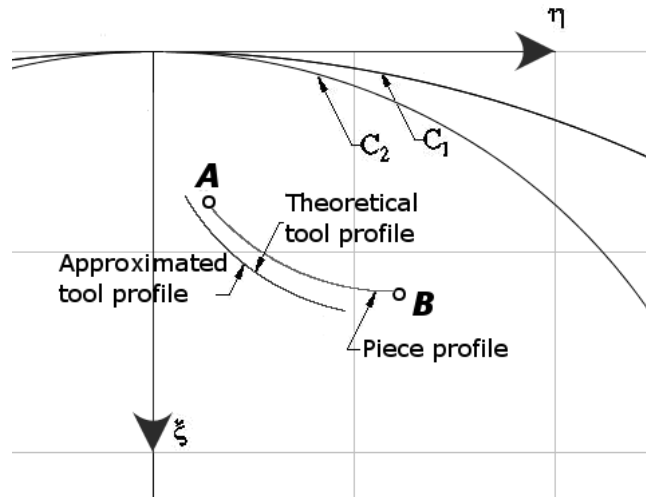


Figura 2. 26. Arc de cerc – cuțit roată de interior

- *Arc de evolventa*

A[-140.9; 0]  
 Rb = 142mm  
 Rb=150mm  
 Rrp=150mm  
 Re=160mm

Raportul de transmitere  $i = -0.5$

Tabelul 2. 27. Aproximare cu polinom de grad 3

Lambda	Approx( $\xi$ ) [mm]	Approx( $\eta$ ) [mm]	Tool profile( $\xi$ ) [mm]	Tool profile( $\eta$ ) [mm]	Err. [mm]	$\phi$
<b>0.0</b>	<b>7.5183</b>	<b>1.0733</b>	<b>7.5183</b>	<b>1.0733</b>	<b>0.0000</b>	<b>-0.1418</b>
0.05	7.2215	1.1343	7.2192	1.1374	0.0039	-0.1312
0.1	6.9017	1.2091	6.9038	1.2122	0.0037	-0.1207
0.15	6.5857	1.2911	6.5876	1.2943	0.0037	-0.1096
0.2	6.2420	1.3884	6.2404	1.3920	0.0039	-0.0995
0.25	5.8770	1.5001	5.8798	1.5013	0.0030	-0.0897
0.3	5.5059	1.6218	5.5067	1.6223	0.0010	-0.0799
<b>0.333</b>	<b>5.2542</b>	<b>1.7087</b>	<b>5.2542</b>	<b>1.7087</b>	<b>0.0000</b>	<b>-0.0736</b>
0.35	5.1226	1.7555	5.1220	1.7553	0.0006	-0.0704
0.4	4.7279	1.9011	4.7267	1.9002	0.0015	-0.0610
0.45	4.3228	2.0586	4.3214	2.0572	0.0020	-0.0518
0.5	3.9082	2.2280	3.9034	2.2278	0.0048	-0.0431
0.55	3.4849	2.4093	3.4818	2.4086	0.0032	-0.0342
0.6	3.0538	2.6022	3.0525	2.6015	0.0015	-0.0254
0.65	2.6158	2.8069	2.6150	2.8069	0.0008	-0.0171
<b>0.666</b>	<b>2.4743</b>	<b>2.8749</b>	<b>2.4743</b>	<b>2.8749</b>	<b>0.0000</b>	<b>-0.0144</b>
0.7	2.1718	3.0233	2.1733	3.0234	0.0015	-0.0086
0.75	1.7227	3.2514	1.7256	3.2519	0.0029	-0.0005
0.8	1.2693	3.4910	1.2739	3.4918	0.0046	0.0077
0.85	0.8127	3.7422	0.8179	3.7431	0.0054	0.0157
0.9	0.3535	4.0049	0.3586	4.0058	0.0052	0.0236
0.95	-0.1072	4.2790	-0.1037	4.2797	0.0036	0.0313
<b>1.0</b>	<b>-0.5687</b>	<b>4.5646</b>	<b>-0.5687</b>	<b>4.5646</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.0390</b>

Max error:0.005492 mm

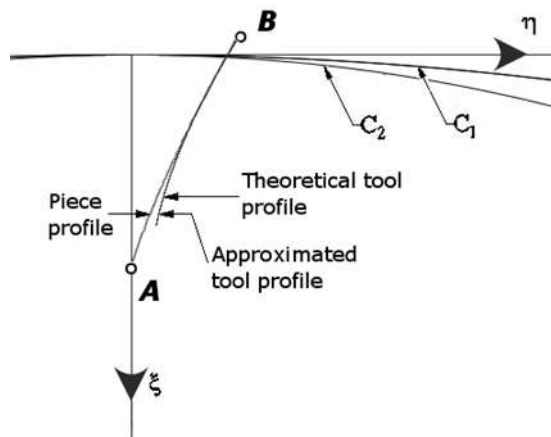


Figura 2. 27. Arc de evolventa – cuțit roată de interior

- *Arc de epicloida*

Epicloida

A[-50;0]

$$r = 10\text{mm}$$

$$R = R_p = 50\text{mm}$$

$$\theta \in [0; 0.5]$$

Raportul de transmitere  $i = -0.5$

Tabelul 2. 28. Aproximare cu polinom de grad 3.

Lambda	Approx( $\xi$ ) [mm]	Approx( $\eta$ ) [mm]	Tool profile( $\xi$ ) [mm]	Tool profile( $\eta$ ) [mm]	Err. [mm]	$\varphi$
<b>0.0</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.0000</b>	<b>-</b>
0.05	-0.3588	0.0801	-0.3666	0.0540	0.0273	0.0449
0.1	-0.7082	0.1765	-0.7206	0.1465	0.0325	0.0619
0.15	-1.0834	0.3012	-1.0937	0.2747	0.0284	0.0825
0.2	-1.4481	0.4444	-1.4542	0.4240	0.0213	0.0981
0.25	-1.7894	0.5990	-1.7981	0.5890	0.0134	0.1099
0.3	-2.1216	0.7695	-2.1255	0.7660	0.0053	0.1191
<b>0.333</b>	<b>-2.3067</b>	<b>0.8732</b>	<b>-2.3067</b>	<b>0.8732</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.1189</b>
0.35	-2.4389	0.9513	-2.4381	0.9528	0.0017	0.1263
0.4	-2.7422	1.1431	-2.7376	1.1476	0.0064	0.1320
0.45	-3.0322	1.3435	-3.0259	1.3491	0.0085	0.1368
0.5	-3.3098	1.5511	-3.3048	1.5563	0.0072	0.1407
0.55	-3.6552	1.8319	-3.6512	1.8370	0.0065	0.1579
0.6	-3.9082	2.0534	-3.9050	2.0570	0.0048	0.1599
0.65	-4.1507	2.2787	-4.1528	2.2805	0.0027	0.1615
<b>0.666</b>	<b>-4.2541</b>	<b>2.3784</b>	<b>-4.2541</b>	<b>2.3784</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.1663</b>
0.7	-4.4690	2.5933	-4.4712	2.5917	0.0027	0.1767
0.75	-4.6909	2.8256	-4.6968	2.8236	0.0063	0.1771
0.8	-4.9967	3.1629	-5.0017	3.1543	0.0100	0.1916
0.85	-5.2003	3.3985	-5.2066	3.3923	0.0088	0.1909
0.9	-5.4906	3.7490	-5.4962	3.7398	0.0108	0.2048
0.95	-5.6780	3.9841	-5.6821	3.9822	0.0046	0.2032
<b>1.0</b>	<b>-5.9551</b>	<b>4.3442</b>	<b>-5.9551</b>	<b>4.3442</b>	<b>0.0000</b>	<b>0.2165</b>

Max error: 0.033290 mm

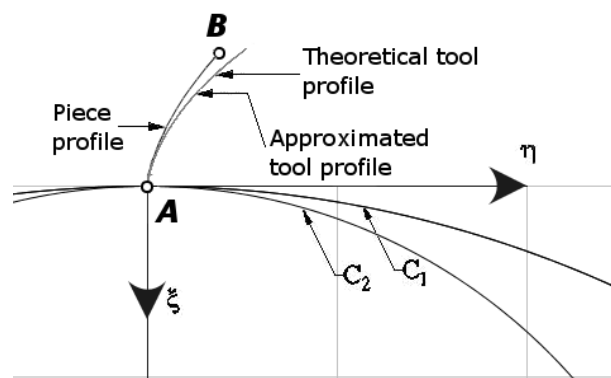


Figura 2. 28. Arc de epicloida – cuțit roată de interior

În concluzie, se poate afirma că, și în cazul profilării sculelor de tip roată, așa cum reiese din exemplele prezentate, mărimea erorilor profilurilor sculelor, pentru diferitele profiluri elementare analizate, este acceptabilă din punct de vedere industrial, pentru multiple situații de utilizare a acestor profiluri.



### 2.3.3. Generarea cu cuțite rotative

#### 2.3.3.1. Sisteme de referință – cinematica procesului

Se definesc centroidele în rulare precum și sistemele de referință specifice problemei generării cu scule rotative:

xyz este sistemul de referință fix având axa z suprapusă axei cuțitului rotativ.

XYZ este sistemul mobil asociat centroidei  $C_1$  a secțiunii axiale a melcului generat

$\xi\eta\zeta$  – sistem mobil asociat centroidei  $C_2$ , a cuțitului rotativ.

Între parametrii de mișcare a celor două centroide;  $C_1$  a semifabricatului și  $C_2$  a sculei rotative, există dependența dată de condiția de rulare a centroidelor ,

$$\lambda = R_{r_s} \cdot \phi \quad (2.123)$$

în care,  $R_{r_s}$  este raza centroidei, circulară,  $C_2$ .

Mișcarea relativă între sistemele de referință mobile,  $\xi\eta\zeta$  și XYZ, este descrisă de transformarea :

$$\xi = \omega_3(\phi) [X + a]; \quad a = \begin{vmatrix} -R_{r_s} \\ -\lambda \\ 0 \end{vmatrix} \quad (2.124)$$

astfel că, pentru puncte aparținând profilului  $\Sigma$  (profilul secțiunii axiale a melcului de generat) transformarea (2.124) permite transpunerea acestora în sistemul de referință al sculei roată.

Principial, pentru un profil  $\Sigma$  definit de formele parametrice ;

$$\Sigma \begin{cases} X = X(u) \\ Y = Y(u) \end{cases}; \quad (2.125)$$

cu  $u$  variabilă,

$$u_A \leq u \leq u_B, \quad (2.126)$$

$u_A$  și  $u_B$  - mărimile parametrului  $u$  pentru cele două puncte care delimitează zona utilă a profilului  $\Sigma$ , dezvoltarea transformatei (2.124) conduce la forma:

$$\begin{cases} \xi = [X(u) - R_{r_s}] \cos(\phi) + [Y(u) - R_{r_s} \phi] \sin(\phi); \\ \eta = [X(u) - R_{r_s}] \sin(\phi) + [Y(u) - R_{r_s} \phi] \cos(\phi), \end{cases} \quad (2.127)$$

care, pentru diferitele mărimi ale parametrului  $u$  și, corespunzător, ale parametrului  $\phi$ , determină coordonate ale înfășurătoarei în sistemul sculei  $\xi\eta\zeta$ .

#### 2.3.3.2. Algoritm de profilare a sculei rotative

Din condiția ca normala la profilul

$$\overline{N_\Sigma} : [X - X(u)] \dot{X}_u + [Y - Y(u)] \dot{Y}_u \quad (2.128)$$

să intersecteze centroida  $C_1$ ,

$$C_1 : X = 0; Y = \lambda \quad (2.129)$$

se determină mărimea parametrului  $\phi$  corespunzătoare punctelor de pe profilul de generat, în forma

$$\phi = \frac{X(u) \dot{X}_u + Y(u) \dot{Y}_u}{\dot{Y}_u R_{r_s}}. \quad (2.130)$$

Mărimea  $R_{r_s}$  – raza centroidei circulare asociată sculei se determină din considerente tehnologice.

Se propun, în cele ce urmează, algoritmi specifici, pentru tipuri de profiluri elementar de generat, în vederea profilării prin aproximări polinomiale Bezier a sculei rotative.

### 2.3.3.3. Profil axial rectiliniu

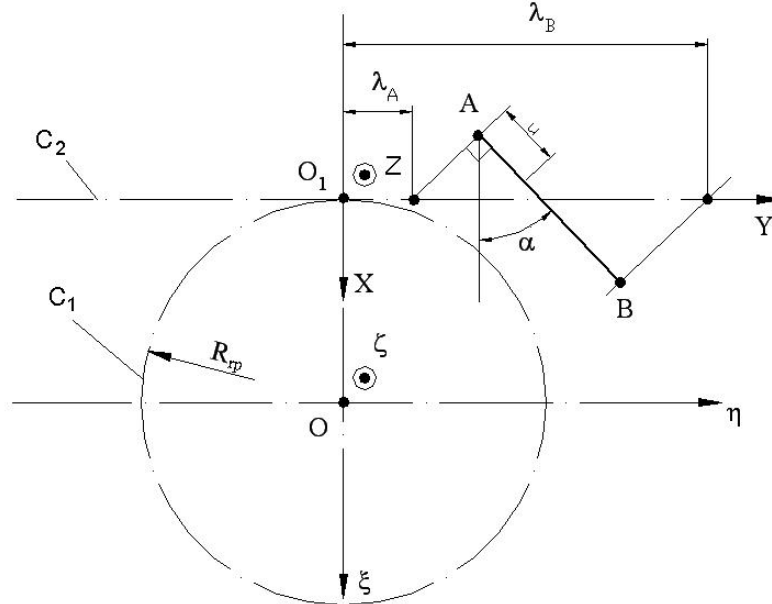


Figura 2. 29. Profil rectiliniu al secțiunii axiale

Se definește profilul rectiliniu, segmentul  $\overline{AB}$ , definit de ecuațiile parametrice :

$$\begin{aligned} X &= X_A + u \cdot \cos(\alpha); \\ Y &= Y_A + u \cdot \sin(\alpha), \end{aligned} \quad (2.131)$$

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{|Y_B - Y_A|}{|X_B - X_A|}. \quad (2.132)$$

În conformitate cu relația (2.130), se determină mărimile parametrului  $\varphi$  corespunzătoare punctelor de capăt ale segmentului:

$$\varphi_A = \frac{X_A \cos(\alpha) + Y_A \sin(\alpha)}{R_s \cdot \sin(\alpha)} \quad (2.133)$$

și, respectiv,

$$\varphi_B = \frac{X_B \cos(\alpha) + Y_B \sin(\alpha)}{R_s \sin(\alpha)}. \quad (2.134)$$

În mod similar, vezi tabelul 2. 29., se procedează pentru puncte intermediare, în lungul segmentului  $\overline{AB}$  (în total 4 puncte pe segmentul  $\overline{AB}$ ).

$$\begin{aligned} \xi &= \lambda^3 A_\xi + 3\lambda^3(1-\lambda)B_\xi + 3\lambda(1-\lambda)^2 C_\xi + (1-\lambda)^3 D_\xi \\ \eta &= \lambda^3 A_\eta + 3\lambda^3(1-\lambda)B_\eta + 3\lambda(1-\lambda)^2 C_\eta + (1-\lambda)^3 D_\eta \end{aligned} \quad (2.135)$$

pentru cazul profilului elementar, de generat, segment de dreaptă.

Tabelul 2. 29. Polinom de aproximare de gradul 3

$\lambda$	Profilul primar de generat	Condiția de înfășurare	Puncte pe profilul cuțitului rotativ	Coefficienții polinomului de gradul 3
0	$X_A, Y_A$ $tg(\alpha) = \frac{ Y_B - Y_A }{ X_B - X_A }$	$\varphi_A = \frac{X_A \cos(\alpha) + Y_A \sin(\alpha)}{R_{r_s} \cdot \sin(\alpha)}$	$\xi_A = [X_A - R_{r_s}] \cdot \cos(\varphi_A) + [Y_A - R_{r_s} \cdot \varphi_A] \cdot \sin(\varphi_A)$ $\eta_A = [X_A - R_{r_s}] \cdot \sin(\varphi_A) + [Y_A - R_{r_s} \cdot \varphi_A] \cdot \cos(\varphi_A)$	$D_\xi = \xi_A$ $D_\eta = \eta_A$
$\frac{1}{3}$	$X_B = X_A + \frac{1}{3}[X_D - X_A]$ $Y_B = Y_A + \frac{1}{3}[Y_D - Y_A]$	$\varphi_B = \frac{X_B \cos(\alpha) + Y_B \sin(\alpha)}{R_{r_s} \cdot \sin(\alpha)}$	$\xi_B = [X_B - R_{r_s}] \cdot \cos(\varphi_B) + [Y_B - R_{r_s} \cdot \varphi_B] \cdot \sin(\varphi_B)$ $\eta_B = [X_B - R_{r_s}] \cdot \sin(\varphi_B) + [Y_B - R_{r_s} \cdot \varphi_B] \cdot \cos(\varphi_B)$	$B_\xi = \frac{-5\xi_D + 2\xi_A + 18\xi_C - 9\xi_B}{6}$ $B_\eta = \frac{-5\eta_D + 2\eta_A + 18\eta_C - 9\eta_B}{6}$
$\frac{2}{3}$	$X_C = X_A + \frac{2}{3}[X_D - X_A]$ $Y_C = Y_A + \frac{2}{3}[Y_D - Y_A]$	$\varphi_C = \frac{X_C \cos(\alpha) + Y_C \sin(\alpha)}{R_{r_s} \cdot \sin(\alpha)}$	$\xi_C = [X_C - R_{r_s}] \cdot \cos(\varphi_C) + [Y_C - R_{r_s} \cdot \varphi_C] \cdot \sin(\varphi_C)$ $\eta_C = [X_C - R_{r_s}] \cdot \sin(\varphi_C) + [Y_C - R_{r_s} \cdot \varphi_C] \cdot \cos(\varphi_C)$	$C_\xi = \frac{18\xi_B - 9\xi_C + 2\xi_D - 5\xi_A}{6}$ $C_\eta = \frac{18\eta_B - 9\eta_C + 2\eta_D - 5\eta_A}{6}$
1	$X_D, Y_D$	$\varphi_D = \frac{X_D \cos(\alpha) + Y_D \sin(\alpha)}{R_{r_s} \cdot \sin(\alpha)}$	$\xi_D = [X_D - R_{r_s}] \cdot \cos(\varphi_D) + [Y_D - R_{r_s} \cdot \varphi_D] \cdot \sin(\varphi_D)$ $\eta_D = [X_D - R_{r_s}] \cdot \sin(\varphi_D) + [Y_D - R_{r_s} \cdot \varphi_D] \cdot \cos(\varphi_D)$	$A_\xi = \xi_D$ $A_\eta = \eta_D$

### 2.3.3.4. Profil axial circular

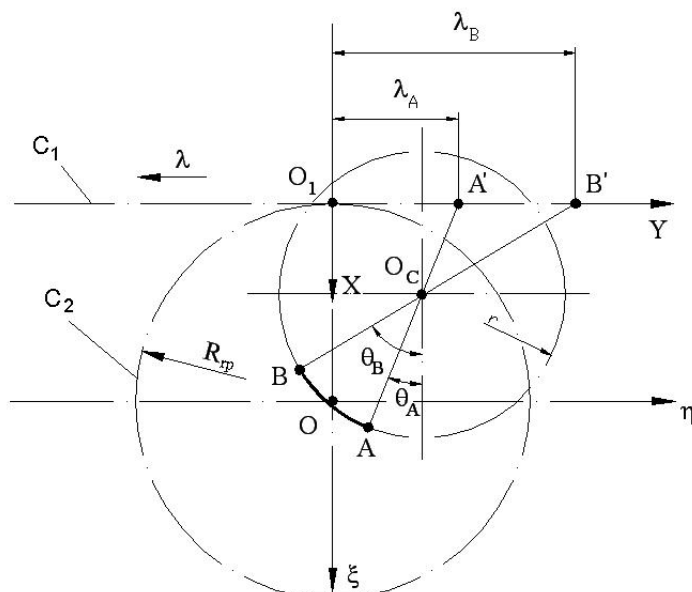


Figura 2. 30. Profil axial circular

Se definește, figura 2. 30, segmentul de arc de cerc  $\widehat{AB}$  prin ecuațiile parametrice:

$$X = X_{o_c} + r \cdot \cos(\theta); \quad (2.136)$$

$$Y = Y_{o_c} + r \cdot \sin(\theta),$$

cu  $O_c [X_{o_c}, Y_{o_c}]$  coordonatele centrului cercului de raza  $r$ ;  $\theta$  parametru variabil.

Din condiția de intersecție a normalei la profilul (2.136) cu centroidele  $C_1$  se determină mărimea parametrului  $\varphi$  pentru punctele  $A'$  și  $B'$

$$\varphi_A = \frac{X_{o_c} \sin(\theta_A) + Y_{o_c} \cos(\theta_A)}{R_B \cos(\theta_B)} \quad (2.137)$$

$$\varphi_B = \frac{X_{o_c} \sin(\theta_B) + Y_{o_c} \cos(\theta_B)}{R_B \cos(\theta_B)} \quad (2.138)$$

și, în mod similar, pentru puncte intermediare pe arcul  $\widehat{AB}$ .

În tabelul 2. 30., este prezentat algoritmul pentru calculul coeficienților polinomului Bezier (2.136) de aproximare a profilului cuțitului rotativ.

Tabelul 2. 30. Aproximare cu polinom de gradul 3

$\theta$ $\lambda$	Profilul primar de generat	Condiția de înfășurare	Puncte pe profilul cuțitului rotativ	Coefficienții polinomului de gradul 3
$\theta_A$ 0	$X_A = X_{o_c} + r \cdot \cos(\theta_A)$ $Y_A = Y_{o_c} + r \cdot \sin(\theta_A)$	$\varphi_A = \frac{X_{o_c} \sin(\theta_A) + Y_{o_c} \cos(\theta_A)}{R_B \cos(\theta_B)}$	$\xi_A = [X_A - R_{r_s}] \cdot \cos(\varphi_A) + [Y_A - R_{r_s} \cdot \varphi_A] \cdot \sin(\varphi_A)$ $\eta_A = [X_A - R_{r_s}] \cdot \sin(\varphi_A) + [Y_A - R_{r_s} \cdot \varphi_A] \cdot \cos(\varphi_A)$	$D_\xi = \xi_A$ $D_\eta = \eta_A$
$\frac{1}{3}$	$\theta_B = \theta_A + \frac{\theta_D - \theta_A}{3}$ $X_B = X_{o_c} + r \cdot \cos(\theta_B)$ $Y_B = Y_{o_c} + r \cdot \sin(\theta_B)$	$\varphi_B = \frac{X_{o_c} \sin(\theta_B) + Y_{o_c} \cos(\theta_B)}{R_B \cos(\theta_B)}$	$\xi_B = [X_B - R_{r_s}] \cdot \cos(\varphi_B) + [Y_B - R_{r_s} \cdot \varphi_B] \cdot \sin(\varphi_B)$ $\eta_B = [X_B - R_{r_s}] \cdot \sin(\varphi_B) + [Y_B - R_{r_s} \cdot \varphi_B] \cdot \cos(\varphi_B)$	$B_\xi = \frac{-5\xi_D + 2\xi_A + 18\xi_C - 9\xi_B}{6}$ $B_\eta = \frac{-5\eta_D + 2\eta_A + 18\eta_C - 9\eta_B}{6}$
$\frac{2}{3}$	$\theta_C = \theta_A + \frac{2}{3}(\theta_D - \theta_A)$ $X_C = X_{o_c} + r \cdot \cos(\theta_C)$ $Y_C = Y_{o_c} + r \cdot \sin(\theta_C)$	$\varphi_C = \frac{X_{o_c} \sin(\theta_C) + Y_{o_c} \cos(\theta_C)}{R_B \cos(\theta_C)}$	$\xi_C = [X_C - R_{r_s}] \cdot \cos(\varphi_C) + [Y_C - R_{r_s} \cdot \varphi_C] \cdot \sin(\varphi_C)$ $\eta_C = [X_C - R_{r_s}] \cdot \sin(\varphi_C) + [Y_C - R_{r_s} \cdot \varphi_C] \cdot \cos(\varphi_C)$	$C_\xi = \frac{18\xi_B - 9\xi_C + 2\xi_D - 5\xi_A}{6}$ $C_\eta = \frac{18\eta_B - 9\eta_C + 2\eta_D - 5\eta_A}{6}$
1	$X_D = X_{o_c} + r \cdot \cos(\theta_D)$ $Y_D = Y_{o_c} + r \cdot \sin(\theta_D)$	$\varphi_D = \frac{X_{o_c} \sin(\theta_D) + Y_{o_c} \cos(\theta_D)}{R_B \cos(\theta_D)}$	$\xi_D = [X_D - R_{r_s}] \cdot \cos(\varphi_D) + [Y_D - R_{r_s} \cdot \varphi_D] \cdot \sin(\varphi_D)$ $\eta_D = [X_D - R_{r_s}] \cdot \sin(\varphi_D) + [Y_D - R_{r_s} \cdot \varphi_D] \cdot \cos(\varphi_D)$	$A_\xi = \xi_D$ $A_\eta = \eta_D$

## 2.3.4. Discontinuități pe profilul sculei

### 2.3.4.1. Problema generală

Urmare a faptului că profilurile cremalierii, reciproc înfășurătoare celor două segmente  $\overline{AB}$  și  $\overline{BC}$ , se definesc pe zone de rulare distincte pe cercul de rulare, arcele  $\widehat{A'B'}$  și  $\widehat{B''C'}$ , cărora le corespund unghiurile la centru  $\varphi_B$ , respectiv  $\varphi_{B'}$ , între cele două semiprofiluri ale cremalierii nu există continuitate, figura 2. 31, neexistând un punct unic care să corespundă, pe cremaliera, punctului  $B$  de pe profilul de generat.

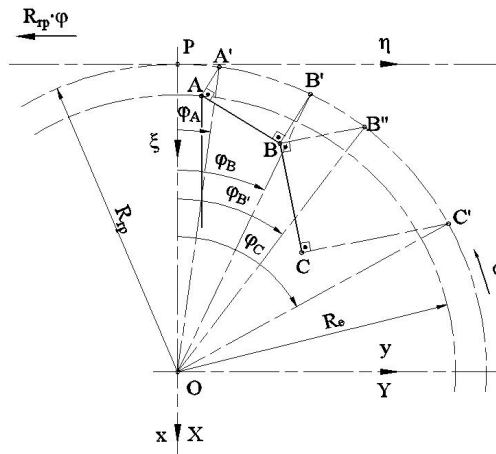


Figura 2. 31. Discontinuitate pe profilul cremalierii

Astfel, pe profilul cremalierii se vor defini punctele  $[\xi_B, \eta_B]$  și, respectiv,  $[\xi_{B'}, \eta_{B'}]$  vezi și

tabelul 2. 31.

Determinarea riguroasă a acestor puncte pe profilul cremalierii, în vederea execuției acesteia, este dificilă, și, mai ales, neproductivă. Profilul cremalierii ar trebui realizat ca în forma prezentată în figura 2. 32, cu o discontinuitate realizată prin unirea punctelor  $B'$  și  $B''$  cu o curbă oarecare de trecere,  $\widehat{B'B''}$ .

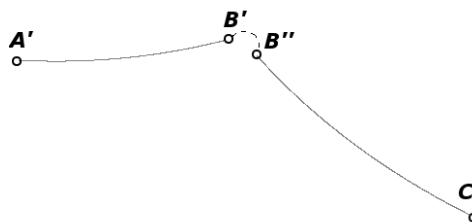


Figura 2. 32. Discontinuitate pe profilul cremalierii

Tehnologic o astfel de rezolvare nu este întotdeauna acceptabilă. Se propune o soluție cu o mai bună tehnologicitate și care nu impune determinarea riguroasă a punctelor  $B'$  și  $B''$ : *prelungirea virtuală a profilurilor*.

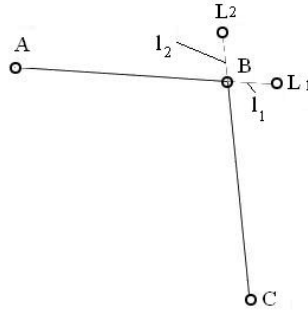


Figura 2. 33. Prelungirea virtuală a profilurilor

Astfel, profilurile  $\overline{AB}$  și  $\overline{BC}$  se prelungesc virtual, vezi figura 2. 33, cu segmentele  $l_1$  respectiv  $l_2$ . Se calculează scula-cremalieră pentru semiprofilurile  $\overline{AL_1}$  și, respectiv,  $\overline{CL_2}$ , conform metodologiei prezentate anterior. Rezultatul va fi un profil compus al sculei cremalieră, vezi figura 2. 34.

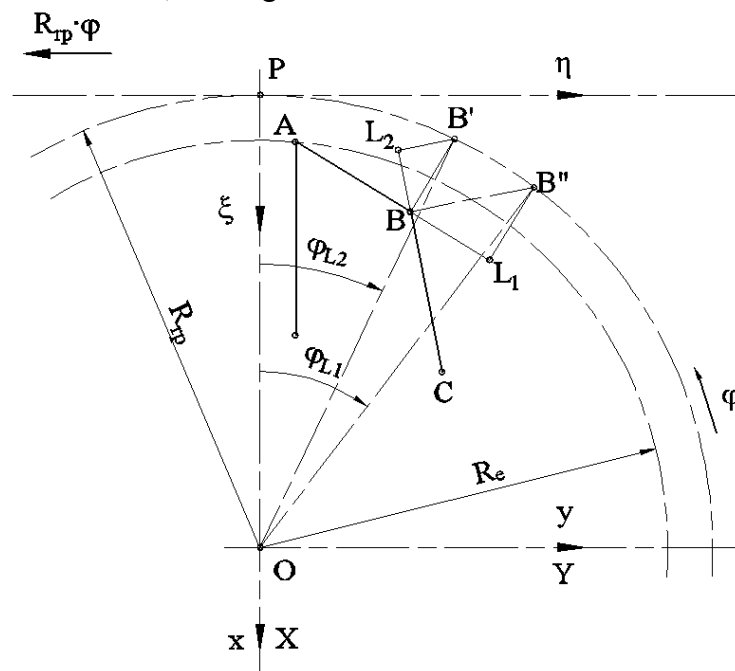


Figura 2. 34. Profil compus din segmente de dreaptă

Se impune condiția ca normala la segmentul  $\overline{AL_1}$ , în punctul  $L_1$  de pe prelungirea virtuală a segmentului  $\overline{AB}$ :

$$L_1 \begin{cases} X = X_A + [u_{\max} + l_1] \cdot \cos \alpha; \\ Y = Y_A + [u_{\max} + l_1] \cdot \sin \alpha, \end{cases} \quad (2.139)$$

$$u_{\max} = \sqrt{(X_A - X_B)^2 + (Y_A - Y_B)^2},$$

să intersecteze cercul de rulare în același punct în care normala la segmentul  $\overline{BC}$  îl intersectează – punctul  $B''$ .

Normala la profil în punctul  $L_1$  are forma:

$$N_{L_1}: [X - X_A - (u_{\max} + l_1) \cos \alpha] \cos \alpha + [Y - Y_A - (u_{\max} + l_1) \sin \alpha] \sin \alpha = 0. \quad (2.140)$$

Cercul de rulare are ecuațiile parametrice:

$$C_1 \begin{cases} X = R_{rp} \cos \varphi; \\ Y = R_{rp} \sin \varphi, \end{cases} \quad (2.141)$$

Pentru  $\varphi = \varphi_{B'}$ , din condiția de intersecție a normalei la profil cu cercul de rază  $R_{rp}$ , rezultă mărimea  $l_1$  a segmentului de prelungire virtuala:

$$l_1 = R_{rp} \cos[\varphi_{B'} - \alpha] - X_A \cos \alpha - Y_A \sin \alpha - u_{\max}. \quad (2.142)$$

În mod similar, pentru punctul  $L_2$  de pe prelungirea virtuala a segmentului  $\overline{BC}$ :

$$L_2 \begin{cases} X = X_{L_2} - l_2 \cos \beta; \\ Y = Y_{L_2} - l_2 \sin \beta, \end{cases} \quad (2.143)$$

se obține forma

$$l_2 = X_B \cos \beta + Y_B \sin \beta - R_{rp} \cos(\varphi_B - \beta). \quad (2.144)$$

Cele două profiluri ale sculei cremaliera,  $AB'$  și  $B''C'$ , reciproc înfășurătoare segmentelor virtual prelungite,  $\overline{AL_1}$  și  $\overline{CL_2}$ , se intersectează într-un punct care nu trebuie riguros determinat, deoarece nu se află pe profilul efectiv generator al sculei, figura 2. 35.

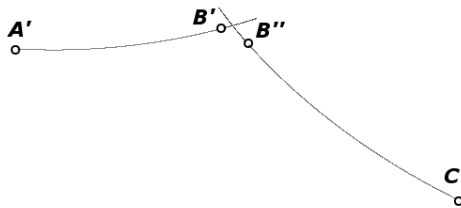


Figura 2. 35. Intersecția profilurilor virtuale ale sculei

În practică este necesara prelungirea segmentelor  $\overline{AB}$  și  $\overline{BC}$  cu mărimi  $l_1$ , respectiv,  $l_2$  care pot fi mult mai mici decât cele determinate conform relațiilor prezentate, deoarece se urmărește numai eliminarea problemei stabilirii pe profilul sculei a punctelor corespunzătoare punctului singular,  $B$ , de pe profilul de generat, și nu realizarea unei continuități a generării profilului compus – condiție din care s-au determinat analitic mărimile  $l_1$  și, respectiv,  $l_2$ .

În acest fel, locul punctului  $B$  —punctul singular— este luat de două puncte  $L_1$  și  $L_2$ , de pe cele două semiprofiluri „virtual prelungite”. Profilurile sculei-cremalieră se calculează, acum, pentru  $\overline{AL_1}$  și  $\overline{L_2C}$ , înlocuind în toate relațiile coordonatele  $B[X_B, Y_B]$  și  $\varphi_B$ ,  $\varphi'_B$  — mărimea unghiurilor de rulare, cu  $L_1[X_{L_1}, Y_{L_1}]$  și  $\varphi_{L_1}$  precum și  $L_2[X_{L_2}, Y_{L_2}]$  și  $\varphi_{L_2}$ , vezi și figura 2. 35.



Tabelul 2. 31. Identificarea coeficienților polinomului de aproximare de gradul 2 (profiluri virtuale)

Nr. crt.	$\lambda$ $u$	Profilul primar	Unghiul de rulare
1.	$\lambda = 1$ $u = 0$	$X_A, Y_A$	$\varphi_A = \arccos \left[ \frac{X_A \cos \alpha + Y_A \sin \alpha}{Rrp} \right] + \alpha$
2.	$\lambda = 0.5$ $u = 0.5 u_{\max}$	$X_D = 0.5 \cdot X_A + 0.5 \cdot X_{L_1}$ $Y_D = 0.5 \cdot Y_A + 0.5 \cdot Y_{L_1}$	$\varphi_D = \arccos \left[ \frac{X_D \cos \alpha + Y_D \sin \alpha}{Rrp} \right] + \alpha$
3.	$\lambda = 0$ $u = u_{\max} + 1$	$X_{L_1} = X_A + (u_{\max} + l_1) \cdot \cos(\alpha)$ $Y_{L_1} = Y_A + (u_{\max} + l_1) \cdot \sin(\alpha)$	$\varphi_{L_1} = \arccos \left[ \frac{X_{L_1} \cos \alpha + Y_{L_1} \sin \alpha}{Rrp} \right] + \alpha$
4.	$\lambda_1 = 1$ $t = 0$	$X_{L_2} = X_B - l_2 \cos(\beta)$ $Y_{L_2} = Y_B - l_2 \sin(\beta)$	$\varphi_{L_2} = \arccos \left[ \frac{X_{L_2} \cos \beta + Y_{L_2} \sin \beta}{Rrp} \right] + \beta$
5.	$\lambda_1 = 0.5$ $t = 0.5 t_{\max}$	$X_E = 0.5 \cdot X_B + 0.5 \cdot X_C$ $Y_E = 0.5 \cdot Y_B + 0.5 \cdot Y_C$	$\varphi_E = \arccos \left[ \frac{X_E \cos \beta + Y_E \sin \beta}{Rrp} \right] + \beta$
6.	$\lambda_1 = 0$ $t = t_{\max}$	$X_C, Y_C$	$\varphi_C = \arccos \left[ \frac{X_C \cos \beta + Y_C \sin \beta}{Rrp} \right] + \beta$
		<b>Puncte pe profilul cremalierii</b>	<b>Coeficientii polinomului de aproximare</b>
1.		$\xi_A = X_A \cos \varphi_A - Y_A \sin \varphi_A + Rrp$ $\eta_A = X_A \sin \varphi_A + Y_A \cos \varphi_A + Rrp \cdot \varphi_A$	$A_\xi = \xi_A$ $A_\eta = \eta_A$
2.		$\xi_D = X_D \cos \varphi_D - Y_D \sin \varphi_D + Rrp$ $\eta_D = X_D \sin \varphi_D + Y_D \cos \varphi_D + Rrp \cdot \varphi_D$	$B_\xi = \frac{\xi_D - 0.25 \cdot \xi_A - 0.25 \cdot \xi_{L_1}}{0.5}$ $B_\eta = \frac{\eta_D - 0.25 \cdot \eta_A - 0.25 \cdot \eta_{L_1}}{0.5}$
3.		$\xi_{L_1} = X_{L_1} \cos \varphi_{L_1} - Y_{L_1} \sin \varphi_{L_1} + Rrp$ $\eta_{L_1} = X_{L_1} \sin \varphi_{L_1} + Y_{L_1} \cos \varphi_{L_1} + Rrp \cdot \varphi_{L_1}$	$C_\xi = \xi_{L_1}$ $C_\eta = \eta_{L_1}$
4.		$\xi_{L_2} = X_{L_2} \cos \varphi_{L_2} - Y_{L_2} \sin \varphi_{L_2} + Rrp$ $\eta_{L_2} = X_{L_2} \sin \varphi_{L_2} + Y_{L_2} \cos \varphi_{L_2} + Rrp \cdot \varphi_{L_2}$	$A'_\xi = \xi_{L_2}$ $A'_\eta = \eta_{L_2}$
5.		$\xi_D = X_D \cos \varphi_D - Y_D \sin \varphi_D + Rrp$ $\eta_D = X_D \sin \varphi_D + Y_D \cos \varphi_D + Rrp \cdot \varphi_D$	$B'_\xi = \frac{\xi_E - 0.25 \cdot \xi_{L_2} - 0.25 \cdot \xi_C}{0.5}$ $B'_\eta = \frac{\eta_E - 0.25 \cdot \eta_{L_2} - 0.25 \cdot \eta_C}{0.5}$
6.		$\xi_C = X_C \cos \varphi_C - Y_C \sin \varphi_C + Rrp$ $\eta_C = X_C \sin \varphi_C + Y_C \cos \varphi_C + Rrp \cdot \varphi_C$	$C'_\xi = \xi_C$ $C'_\eta = \eta_C$

### 2.3.4.2. Aplicație numerică

Se prezintă o aplicație a algoritmului pentru un profil compus din două segmente de dreaptă, vezi figura 2. 36.

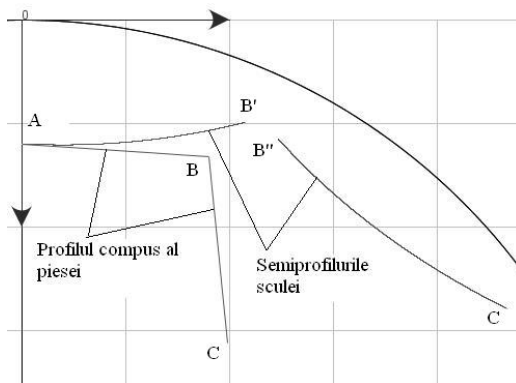


Figura 2. 36. Profil compus la piesei

În tabelul 2. 32 și tabelul 2. 33, sunt prezentate coordonatele profilului sculei-cremalieră, approximate cu un polinom Bezier de gradul doi.

Tabelul 2. 32. Semiprofilul AB'

$\lambda$	Profilul aproximatal sculei	
	$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]
<b>0.0</b>	<b>20.0071</b>	<b>0.2666</b>
0.05	20.0867	2.0532
0.1	20.1415	3.8719
0.15	20.1694	5.6862
0.2	20.1705	7.4961
0.25	20.1449	9.3015
0.3	20.0925	11.1024
0.35	20.0132	12.8990
0.4	19.9072	14.6911
0.45	19.7715	16.5144
<b>0.5</b>	<b>19.6113</b>	<b>18.2976</b>
0.55	19.4244	20.0763
0.6	19.2061	21.8860
0.65	18.9651	23.6557
0.7	18.6973	25.4210
0.75	18.4026	27.1819
0.8	18.0812	28.9383
0.85	17.7330	30.6903
0.9	17.3580	32.4379
0.95	16.9562	34.1810
<b>1.0</b>	<b>16.5365</b>	<b>35.8849</b>

Tabelul 2. 33. Semiprofilul B''C

$\lambda$	Profilul aproxiamat al sculei	
	$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]
<b>0.0</b>	<b>19.2708</b>	<b>41.2620</b>
0.05	20.8710	42.7394
0.1	22.4439	44.2496
0.15	24.0208	45.8245
0.2	25.5693	47.4335
0.25	27.0895	49.0767
0.3	28.5812	50.7541
0.35	30.0446	52.4657
0.4	31.5081	54.2467
0.45	32.9142	56.0273
<b>0.5</b>	<b>34.3191</b>	<b>57.8787</b>
0.55	35.6946	59.7657
0.6	37.0144	61.6501
0.65	38.3058	63.5688
0.7	39.5939	65.5610
0.75	40.8280	67.5487
0.8	42.0337	69.5705
0.85	43.2111	71.6266
0.9	44.3374	73.6746
0.95	45.4586	75.7983
<b>1.0</b>	<b>46.5298</b>	<b>77.9127</b>

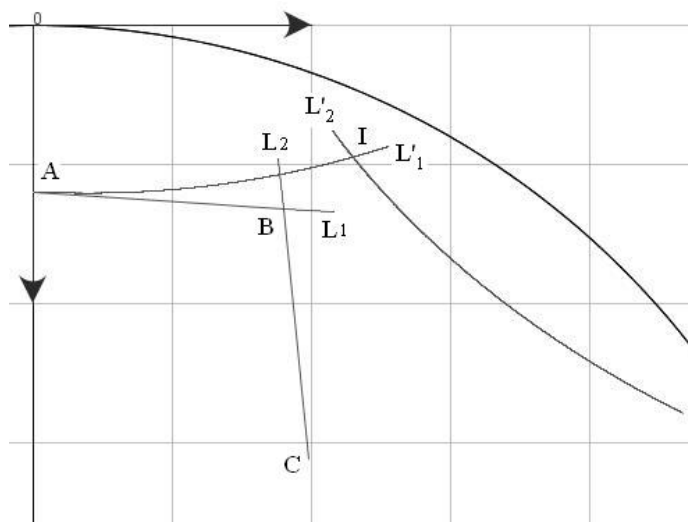


Figura 2. 37. Prelungiri virtuale ale profilurilor

Tabelul 2. 34.

$\lambda$	Profilul aproximatal sculei	
	$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]
<b>0.0</b>	<b>20.0071</b>	<b>0.2666</b>
0.05	20.0977	2.4212
0.1	20.1523	4.6114
0.15	20.1688	6.7497
0.2	20.1477	8.9233
0.25	20.0884	11.0884
0.3	19.9909	13.2452
0.35	19.8521	15.4364
0.4	19.6774	17.5761
0.45	19.4598	19.7500
<b>0.5</b>	<b>19.2078</b>	<b>21.8727</b>
0.55	18.9177	23.9870
0.6	18.5823	26.1350
0.65	18.2150	28.2323
0.7	17.8009	30.3629
0.75	17.3563	32.4432
0.8	16.8735	34.5151
0.85	16.3524	36.5786
0.9	15.8047	38.5926
0.95	15.2080	40.6394
<b>1.0</b>	<b>14.5861</b>	<b>42.6371</b>

Tabelul 2. 35.

$\lambda$	Profilul aproximatal sculei	
	$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]
<b>0.0</b>	<b>12.7096</b>	<b>35.9371</b>
0.05	14.6788	37.4608
0.1	16.6531	39.0673
0.15	18.5910	40.7254
0.2	20.5310	42.4706
0.25	22.4332	44.2695
0.3	24.3344	46.1597
0.35	26.1602	48.0672
0.4	27.9834	50.0682
0.45	29.7673	52.1250
<b>0.5</b>	<b>31.5118</b>	<b>54.2378</b>
0.55	33.2170	56.4066
0.6	34.8828	58.6312
0.65	36.4776	60.8665
0.7	38.0654	63.2018
0.75	39.5839	65.5456
0.8	41.0645	67.9432
0.85	42.5073	70.3945
0.9	43.8844	72.8490
0.95	45.2253	75.3550
<b>1.0</b>	<b>46.5298</b>	<b>77.9127</b>

Soluția propusă permite construcția unui profil cu o mai bună tehnologicitate a sculei așchietoare.

Evitarea problemelor legate de discontinuitățile de pe profilurile sculelor se poate realiza numai dacă se elimină punctele singulare pe profiluri, ceea ce înseamnă că în toate punctele singulare, trecerile între elementele componente ale profilului să fie prevăzute cu racordări.

## **2.4. Aplicații pentru suprafețele active ale sculelor aschietoare (burghie elicoidale)**

Problematika profilării suprafețelor periferice primare a sculelor care generează prin înfășurare suprafețe elicoidale cilindrice și de pas constant (scula-disc, scula cilindro-frontală, scula inelară) este cunoscută și aplicată în baza teoremelor fundamentale ale înfășurării suprafețelor (Olivier, Gohman). De asemenea, este cunoscută soluționarea unor astfel de probleme, în baza unor metode complementare pentru exprimări analitice ale suprafețelor de generat.

În cele ce urmează, se propune o soluție de aproximare a suprafețelor cunoscute în formă discretă, printr-un număr mic de puncte în lungul unei generatoare a acesteia, prin polinoame Bezier și, pornind de aici, elaborarea unei metodologii specifice profilării sculelor mărginite de suprafețe periferice primare de revoluție, care generează prin înfășurare o suprafață elicoidală. Metodica, care substituie o suprafață cunoscută în formă discretă, poate fi aplicată și în situația în care modelul suprafeței de generat este obținut prin măsurarea efectivă pe o mașină de măsurat 3D a coordonatelor punctelor de pe o generatoare a acesteia (cazul unei generatoare plane fiind situația cea mai ușor de aplicat). Se urmărește a se evidenția că nivelul de eroare al profilului sculei, în raport cu o metodă bazată pe teoremele fundamentale, poate fi suficient de redus, pentru multiple situații practice cunoscute.

### **2.4.1. Metode de profilare a sculelor în vederea obținerii unor muchii aschietoare cu geometrie impusa**

Se propune abordarea problemei profilării sculelor mărginite de suprafețe periferice primare de revoluție (scule-disc) pentru generarea suprafețelor elicoidale cilindrice și de pas constant, în condițiile cunoșterii unui număr limitat de puncte ale unei generatoare plane ale acesteia.

Generatoarea plană este substituită cu un polinom Bezier de grad inferior (2 sau 3), vezi și figura 2. 38, în condițiile în care se consideră că generatoarea aparține planului transversal axei suprafeței elicoidale –  $\vec{V}$  (axa Z):

$$\begin{aligned} X &= P_X(\lambda); \\ Y &= P_Y(\lambda), \end{aligned} \tag{2.145}$$

cu  $\lambda \in [0,1]$ ,  $P_X(\lambda)$  și  $P_Y(\lambda)$  sunt polinoamele Bezier de aproximare a generatoarei G.

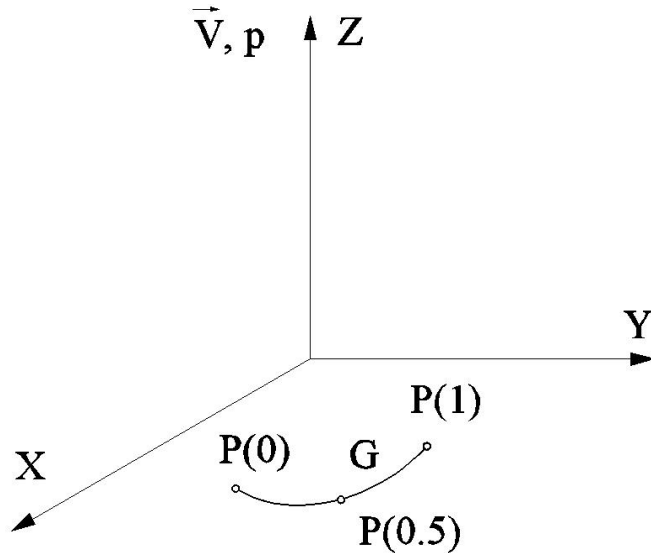


Figura 2. 38. Generatoare în planul transversal axei suprafeței elicoidale (polinom de aproximare de gradul 2)

**Notă:** Problema poate fi tratată și în condițiile cunoașterii unei generatoare spațiale, prin acceptarea proiecțiilor acestora pe planele sistemului de referință triortogonal drept.

În mișcarea elicoidală de pe axă  $\vec{V}$  și parametru  $p$ ,

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} P_X(\lambda) \\ P_Y(\lambda) \\ P_Z(\lambda) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ p\varphi \end{pmatrix}, \quad (2.146)$$

cu  $\varphi$  parametru variabil, și se definește suprafața elicoidală cilindrică și de pas constant în exprimarea:

$$\Pi(\lambda, \varphi) : \begin{cases} X = P_X(\lambda) \cdot \cos \varphi - P_Y(\lambda) \cdot \sin \varphi; \\ Y = P_X(\lambda) \cdot \sin \varphi + P_Y(\lambda) \cdot \cos \varphi; \\ Z = p \cdot \varphi, \end{cases} \quad (2.147)$$

cu  $\lambda$  și  $\varphi$  parametrii variabili.

Parametrul  $\lambda$  este cunoscut pentru un număr mic de valori (3 sau 4) în funcție de gradul polinomului de aproximare (2 sau 3) și de forma generatoarei suprafeței elicoidale. Se identifică, astfel, polinomul de aproximare pentru generatoarea suprafeței elicoidale în forma unor polinoame de gradul 2:

$$P \begin{cases} P_X(\lambda) = \lambda^2 A_x + 2\lambda(1-\lambda)C_x + (1-\lambda)^2 B_x; \\ P_Y(\lambda) = \lambda^2 A_y + 2\lambda(1-\lambda)C_y + (1-\lambda)^2 B_y, \end{cases} \quad (2.148)$$

sau de gradul 3,

$$P \begin{cases} P_X(\lambda) = \lambda^3 A_x + 3\lambda^2(1-\lambda)B_x + 3\lambda(1-\lambda)^2 C_x + (1-\lambda)^3 D_x; \\ P_Y(\lambda) = \lambda^3 A_y + 3\lambda^2(1-\lambda)B_y + 3\lambda(1-\lambda)^2 C_y + (1-\lambda)^3 D_y, \end{cases} \quad (2.149)$$

prin determinarea coeficienților  $A_x, A_y, B_x, B_y, C_x, C_y, D_x, D_y$ , în funcție de coordonatele punctelor cunoscute pe generatoarea suprafeței elicoidale.

Din (2.147), (2.148) și (2.149), se determină suprafața elicoidală “aproximată”, care, în această accepțiune, se poate considera ca având o reprezentare “analitică”, astfel că se pot utiliza teoremele fundamentale ale înfășurării suprafețelor pentru profilarea

suprafețelor periferice, de revoluție, ale sculelor care generează prin înfășurare această suprafață elicoidală, cunoscută în forma de aproximare Bezier, în principiu, în forma:

$$\Pi(\lambda, \varphi) \begin{cases} X = \Pi_X(\lambda, \varphi); \\ Y = \Pi_Y(\lambda, \varphi); \\ Z = p \cdot \varphi, \end{cases} \quad (2.150)$$

în care,  $\Pi_X(\lambda, \varphi)$  și  $\Pi_Y(\lambda, \varphi)$  sunt determinabile din (2.147),

$$\begin{aligned} \Pi_X(\lambda, \varphi) &= P_X(\lambda) \cdot \cos \varphi - P_Y(\lambda) \cdot \sin \varphi; \\ \Pi_Y(\lambda, \varphi) &= P_X(\lambda) \cdot \sin \varphi + P_Y(\lambda) \cdot \cos \varphi. \end{aligned} \quad (2.151)$$

Se calculează normala la suprafața elicoidală "aproximată" -  $\Pi(\lambda, \varphi)$ , acum într-o formă de reprezentare analitică,

$$\vec{N}_\Pi = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \Pi_X'(\varphi) & \Pi_Y'(\varphi) & p \\ \Pi_X'(\lambda) & \Pi_Y'(\lambda) & 0 \end{vmatrix}, \quad (2.152)$$

sau

$$\vec{N}_\Pi = N_X \vec{i} + N_Y \vec{j} + N_Z \vec{k}, \quad (2.153)$$

vezi și formele (2.151), putându-se scrie, acum, condiția de înfășurare NIKOLAEV,

$$(\vec{N}_\Pi, \vec{r}_1, \vec{A}) = 0, \quad (2.154)$$

în care:

$$\vec{r}_1 = [\Pi_X(\lambda, \varphi) - a] \cdot \vec{j} + \Pi_Y(\lambda, \varphi) \cdot \vec{j} + p\varphi \cdot \vec{k}; \quad (2.155)$$

$$\vec{A} = -\sin(\alpha) \vec{j} + \cos(\alpha) \vec{k}; \quad (2.156)$$

a și  $\alpha$ -parametrii determinați din considerente tehnologice, vezi și figura 2. 39.

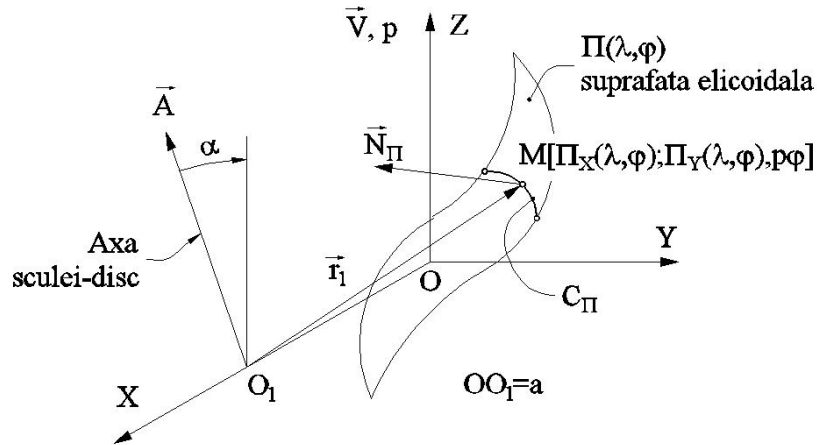


Figura 2. 39. Condiția Nikolaev

Condiția de înfășurare specifică devine (vezi (2.154))

$$-\varepsilon \leq \begin{vmatrix} N_X & N_Y & N_Z \\ \Pi_X(\lambda, \varphi) - a & \Pi_Y(\lambda, \varphi) & \Pi_Z(\lambda, \varphi) \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{vmatrix} \leq \varepsilon \quad (2.157)$$

cu  $\varepsilon$  suficient de mic în valoare absolută.

Se determină în baza condiției (2.157) punctele aparținând curbei caracteristice, pentru 3 sau 4 mărimi ale parametrului „ $\lambda$ ”, în funcție de gradul polinomului de

aproximare al generatoarei suprafeței elicoidale (2.148), (2.149),  $C_{\Pi}$ , vezi figura 2. 39, în forma

$$C_{\Pi} = \begin{bmatrix} X_{C_{\Pi},\lambda=0} & Y_{C_{\Pi},\lambda=0} & Z_{C_{\Pi},\lambda=0} \\ X_{C_{\Pi},\lambda=1/2} & Y_{C_{\Pi},\lambda=1/2} & Z_{C_{\Pi},\lambda=1/2} \\ X_{C_{\Pi},\lambda=1} & Y_{C_{\Pi},\lambda=1} & Z_{C_{\Pi},\lambda=1} \end{bmatrix}, \quad (2.158)$$

pentru un polinom de gradul 2.

Prin transformarea de coordonate la sistemul de referință al sculei-disc, figura 2. 40, se determină aceste 3 sau 4 puncte de pe scula – S:

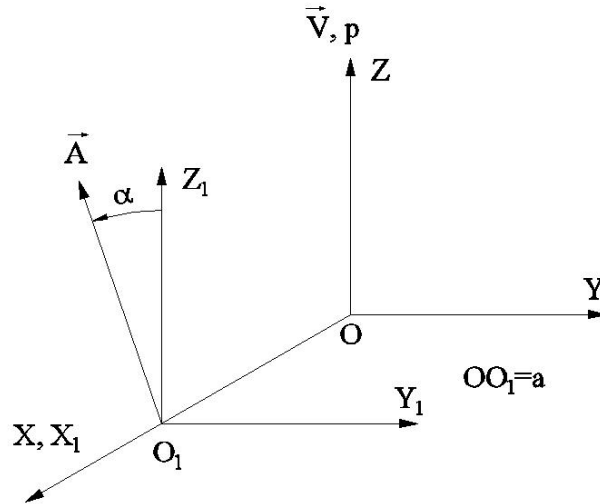


Figura 2. 40. Sisteme de referință,  $\vec{A}$  axa sculei-disc

$$\begin{bmatrix} X_{i_{C_{\Pi}}} \\ Y_{i_{C_{\Pi}}} \\ Z_{i_{C_{\Pi}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ 0 & -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_{C_{\Pi}} \\ Y_{C_{\Pi}} \\ Z_{C_{\Pi}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.159)$$

Rezultă, în baza transformării (2.159) coordonatele curbei caracteristice a sculei-disc, figura 2. 41, fie acestea

$$[X_{i_{C_{\Pi}}}, Y_{i_{C_{\Pi}}}, Z_{i_{C_{\Pi}}}], \quad (i=1,2,3). \quad (2.160)$$

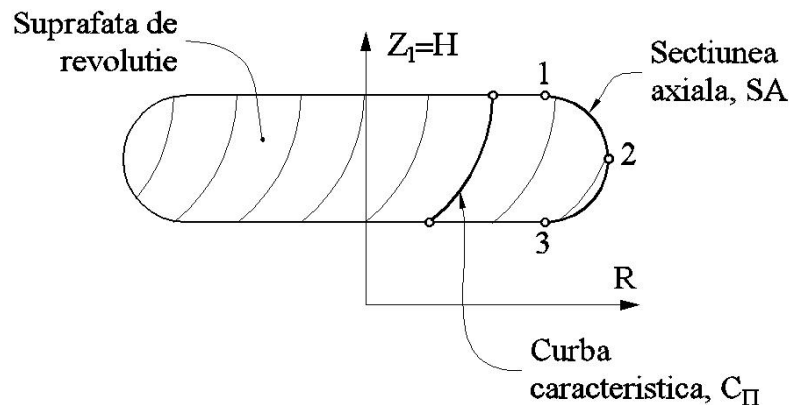


Figura 2. 41. Secțiunea axială a suprafeței periferice a sculei-disc

Se definesc, coordonatele secțiunii axiale,  $S_A$ :



$$S_A \begin{cases} (Z_{i_{c\pi}})_i = H_i; \\ (\sqrt{X_{i_{c\pi}}^2 + Y_{i_{c\pi}}^2})_i = R_i, \end{cases} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2.161)$$

pentru un polinom de gradul 2, sau  $i=1,2,\dots,4$  un polinom de gradul 3, în funcție de aproximarea generatoarei suprafeței elicoidale.

Aproximarea secțiunii axiale, astfel determinate, se face printr-un polinom Bezier de gradul 2,

$$Q: \begin{cases} Q_H(\lambda) = \lambda^2 D_H + 2\lambda(1-\lambda)E_H + (1-\lambda)^2 F_H; \\ Q_R(\lambda) = \lambda^2 D_R + 2\lambda(1-\lambda)E_R + (1-\lambda)^2 F_R, \end{cases} \quad (2.162)$$

în care

$$Q(0) = S_1; Q\left(\frac{1}{2}\right) = S_2; Q(1) = S_3, \quad (2.163)$$

vezi și definițiile (2.160).

Din aceste definiții (2.163), se determină coeficienții  $D_H, D_R, E_H, E_R, F_H, F_R$  ai polinomului de aproximare  $Q(\lambda)$  a secțiunii axiale aparținând sculei-disc - suprafața de revoluție.

Se obține, astfel, sub forma unei reprezentări polinomiale Bezier (mai sus, în forma unui polinom de gradul 2) o reprezentare aproximată a secțiunii axiale a sculei-disc, reciproc înfășurătoare unei suprafețe elicoidale cilindrice și de pas constant, cunoscută în formă discretă.

Metoda, caracterizată prin utilizarea unui număr restrâns de puncte de pe generatoarea suprafeței elicoidale (3 sau 4) în conformitate cu gradul polinomului de aproximare, poate avea avantajul unei profilări, deși aproximativă, mai rapidă decât în cazul utilizării unor metode ce decurg din legile generale ale înfășurării suprafețelor, în cazul reprezentării prin formele analitice ale suprafețelor de generare.

Mai mult, metoda permite profilarea sculei-disc și în condițiile în care suprafața elicoidală (generatoarea acesteia) este cunoscută prin măsurătoarea efectivă a acesteia, prin mijloace de măsurare specifice inclusiv mijloace O.M.M.

Evident, numărul de puncte de pe generatoarea discretă, poate fi oricât de mare, precizia reprezentării crescând, odată cu acesta.

Calitatea metodei propuse se poate exprima prin compararea rezultatelor obișnuite pentru aceleași cazuri numerice, pe suprafețe elicoidale cunoscute în forma analitică tratate prin metodica teoremelor fundamentale ale generării prin înfășurare (de exemplu, metoda NIKOLAEV) și metodica propusă, de aproximare prin polinoame Bezier.

#### **2.4.2. Identificarea geometriei canalului burghiului - suprafață elicoidală și de pas constant cu profil rectiliniu al generatoarei (melcul convolut)**

Se urmărește a se determina precizia de profilare a sculei-disc, reciproc înfășurătoare unui melc cu generatoarea rectilinie, prin metoda propusă, (metoda de aproximare prin polinoame Bezier), cu rezultatele obținute printr-o metodă analitică clasică.

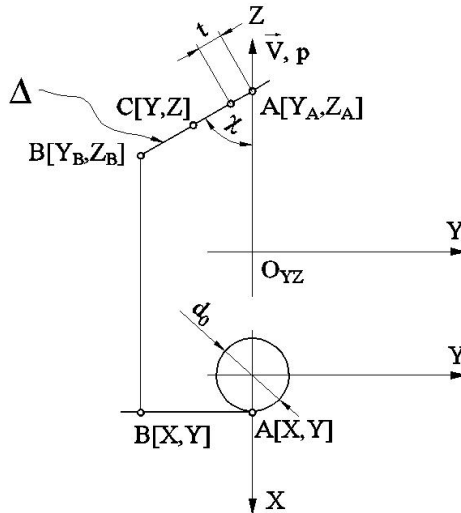


Figura 2. 42. Sisteme de referință. Generatoarea  $\Delta$  a suprafeței elicoidale de axă  $\vec{V}$

În figura 2. 42, sunt prezentate sistemele de referință forma generatoarei rectilinii și punctele caracteristice ale acestora:

- XYZ este sistemul de referință față de care este definită generatoarea suprafeței elicoidale  $\Delta$ ;
- puncte caracteristice în lungul generatoarei,  $A[X_A, Y_A, Z_A]$  și  $B[X_B, Y_B, Z_B]$ ;
- $\kappa$  - parametru unghiular constant;
- $d_0$  - diametrul cilindrului, coaxial suprafeței elicoidale la care este tangentă generatoarea.

Polinomul de substituție a generatoarei este un polinom de gradul 1, astfel încât ecuațiile generatoarei sunt:

$$\Delta \begin{cases} X = \frac{d_0}{2}; \\ Y = \lambda A_Y + (1 - \lambda) B_Y; \\ Z = \lambda A_Z + (1 - \lambda) B_Z. \end{cases} \quad (2.164)$$

Din transformarea (2.147), rezultă forma de exprimare a suprafeței elicoidale approximate:

$$\Pi(\lambda, \varphi) \begin{cases} X = \frac{d_0}{2} \cdot \cos(\varphi) - Y(\lambda) \sin(\varphi); \\ Y = \frac{d_0}{2} \cdot \cos(\varphi) + Y(\lambda) \sin(\varphi); \\ Z = Z(\lambda) + p \cdot \varphi. \end{cases} \quad (2.165)$$

Rezultă parametrii directori ai normalei suprafeței elicoidale approximate, vezi (2.152) și (2.153):

$$\begin{aligned}
N_{\Pi_x} &= p[A_Y - B_Y] \cos(\varphi) - [A_Z - B_Z] \cdot \left[ \frac{d_0}{2} \cos(\varphi) - Y(\lambda) \cdot \sin(\varphi) \right]; \\
N_{\Pi_y} &= - \left\{ -p[A_Y - B_Y] \sin(\varphi) + [A_Z - B_Z] \cdot \left[ \frac{d_0}{2} \sin(\varphi) + Y(\lambda) \cdot \cos(\varphi) \right] \right\}; \\
N_{\Pi_z} &= - \left[ \frac{d_0}{2} \cos(\varphi) - Y(\lambda) \cdot \sin(\varphi) \right] \cdot (A_Y - B_Y) \cdot \sin(\varphi) - \\
&\quad \left[ -\frac{d_0}{2} \sin(\varphi) - Y(\lambda) \cdot \cos(\varphi) \right] \cdot (A_Y - B_Y) \cdot \cos(\varphi).
\end{aligned} \tag{2.166}$$

Astfel, cu definiția

$$\begin{aligned}
\vec{r}_1 &= \left[ \frac{d_0}{2} \cos(\varphi) + Y(\lambda) \cdot \sin(\varphi) - a \right] \cdot \vec{i} + \left[ \frac{d_0}{2} \sin(\varphi) + Y(\lambda) \cdot \cos(\varphi) \right] \cdot \vec{j} + \\
&\quad [Z(\lambda) + p \cdot \varphi] \cdot \vec{j},
\end{aligned} \tag{2.167}$$

se scrie condiția de înfășurare specifică (2.157), care, împreună cu (2.165), determină curba caracteristică pe suprafața elicoidală aproximată (suprafața identificată a canalului burghiului). Se identifică polinomul de gradul 1, vezi tabelul 2. 36

Tabelul 2. 36.

t	Profilul primar	$\lambda$	Coef. polinomului de aproximare
$t_A$	$t_A = 0$ $Y = Y_A$ $Z = Z_A$	0	$B_Y = Y_A$ $B_Z = Z_A$
$t_B$	$t_B = \sqrt{[Y_A - Y_B]^2 + [Z_A - Z_B]^2}$	1	$A_Y = Y_B$ $A_Z = Z_B$

### • Aplicație numerică

Se dezvoltă o aplicație numerică pentru profilarea sculei-disc generatoare a canalului elicoidal al burghiului elicoidal, vezi și figura 2. 42 pentru datele inițiale:

- diametrul exterior al burghiului  $D = 20mm$ ;
- diametrul miezului burghiului  $d_0 = 0,16 \cdot D = 3,2mm$ ;
- distanța  $a=50$  mm;
- unghiul de înclinare al elicei pe diametrul exterior al burghiului,  $\omega = \frac{\pi}{6}$ ;
- parametrul elicoidal al suprafeței canalului burghiului  $p = \frac{D}{2 \cdot \operatorname{tg} \omega}$ .

Tabelul 2. 37.

$\lambda$	Profil aproximat		Profil teoretic		Eroare [mm]
	R[mm]	H[mm]	R[mm]	H[mm]	
<b>0.000</b>	<b>48.400</b>	<b>0.000</b>	<b>48.400</b>	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>
0.050	48.384	0.527	48.388	0.531	0.006
0.100	48.338	1.053	48.343	1.058	0.007
0.150	48.260	1.577	48.266	1.578	0.006
0.200	48.151	2.098	48.155	2.103	0.006
0.250	48.011	2.615	48.013	2.619	0.005
0.300	47.840	3.126	47.841	3.126	0.001
<b>0.333</b>	<b>47.710</b>	<b>3.459</b>	<b>47.709</b>	<b>3.461</b>	<b>0.002</b>
0.350	47.638	3.630	47.636	3.633	0.003
0.400	47.404	4.127	47.401	4.127	0.003
0.450	47.139	4.615	47.133	4.618	0.007
0.500	46.843	5.093	46.838	5.094	0.006
0.550	46.516	5.561	46.516	5.554	0.007
0.600	46.157	6.016	46.154	6.014	0.003
0.650	45.766	6.457	45.767	6.454	0.004
<b>0.666</b>	<b>45.634</b>	<b>6.595</b>	<b>45.630</b>	<b>6.599</b>	<b>0.005</b>
0.700	45.342	6.884	45.339	6.888	0.005
0.750	44.886	7.293	44.887	7.297	0.004
0.800	44.395	7.685	44.403	7.686	0.008
0.850	43.869	8.056	43.868	8.065	0.009
0.900	43.306	8.405	43.311	8.409	0.007
0.950	42.703	8.728	42.703	8.732	0.004
<b>1.000</b>	<b>42.053</b>	<b>9.020</b>	<b>42.053</b>	<b>9.020</b>	<b>0.000</b>

În tabelul 2. 37, sunt prezentate, comparativ, coordonatele secțiunii axiale a sculei-disc calculate în baza unei metode analitice (riguroase) a suprafețelor reciproc înfășurătoare și prin metoda de aproximare cu polinoame Bezier.

Eroarea maximă obținută este: 0.008mm pentru valoarea parametrului:  $\lambda = 0.841$ .

În figura 2. 43, este prezentată forma secțiunii axiale a suprafeței periferice primare a sculei-disc, corespunzătoare zonei identificate a canalului burghiului (zona fetei de degajare).

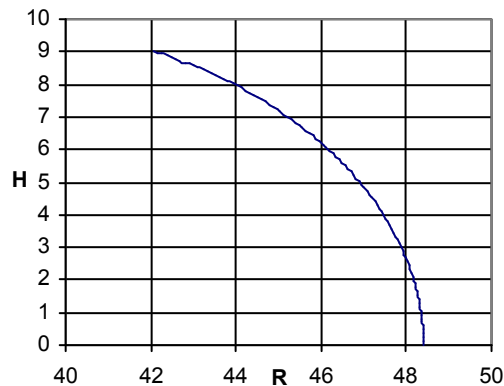


Figura 2. 43. Profilul secțiunii axiale a sculei disc

Este evident faptul că, eroarea între cele două profiluri axiale ale sculei-disc este suficient de mică astfel că metoda aproximării generatoarei suprafeței elicoidale prin polinoame Bezier de grad inferior (în cazul de față cu un polinom de gradul 3) asigură o precizie de determinare a profilului sculei-disc, satisfăcătoare pentru generarea canalului burghiului elicoidal.

### 2.4.3. Identificarea geometriei canalului burghiului - suprafață elicoidală și de pas constant cu profil circular al generatoarei într-un plan paralel planului axial (burghiu elicoidal cu tășuri curbe)

În figura 2. 44, sunt prezentate forma profilului secțiunii plane prin suprafața elicoidală cilindrică și de pas constant, coordonate punctelor cunoscute și sistemele de referință.

Profilul suprafeței elicoidale este un arc de cerc, de rază  $R$ , având cunoscute punctele caracteristice  $A[X_A, Y_A, Z_A]$  și  $B[X_B, Y_B, Z_B]$ , precum și centrul cercului  $O[X_{O_c}, Y_{O_c}, Z_{O_c}]$ .

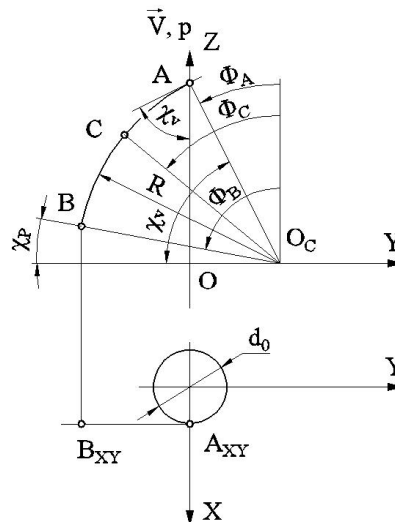


Figura 2. 44. Profilul generatoarei suprafeței elicoidale—puncte caracteristice

Se identifică polinomul de aproximare a profilului circular, (generatoarea suprafeței elicoidale) ca un polinom de gradul 2, vezi tabelul 2. 38 sau de gradul 3, vezi tabelul 2. 39.

Tabelul 2. 38.

$\Phi$	Profilul primar	$\lambda$	Polinomul înlocuitor
$\Phi_A$	$X_A = \frac{d_0}{2}$ $Y_A = Y_{O_C} - R \cdot \sin(\Phi_A)$ $Z_A = Z_{O_C} + R \cdot \sin(\Phi_A)$	1	$A_Y = Y_A$ $A_Z = Z_A$
$\Phi_C$	$\Phi_C = \Phi_A + \frac{\Phi_B - \Phi_A}{2}$ $X_C = \frac{d_0}{2}$ $Y_C = Y_{O_C} - R \cdot \sin(\Phi_C)$ $Z_C = Z_{O_C} + R \cdot \cos(\Phi_C)$	0,5	$C_Y = \frac{Y_C - 0,25 \cdot X_A - 0,25 \cdot X_B}{0,5}$ $C_Z = \frac{Z_C - 0,25 \cdot Z_A - 0,25 \cdot Z_B}{0,5}$
$\Phi_B$	$X_B = \frac{d}{2}$ $Y_B = Y_{O_C} - R \cdot \sin(\Phi_B)$ $Z_B = Z_{O_C} + R \cdot \sin(\Phi_B)$	0	$B_Y = Y_B$ $C_Z = Z_B$

Tabelul 2. 39.

$\Phi$	Profil primar	$\lambda$	Coefficienții polinomului
$\Phi_A$	$\Phi_A; X_A = \frac{d_0}{2}$ $Y_C = Y_{O_C} - R \cdot \sin(\Phi_C)$ $Z_C = Z_{O_C} + R \cdot \cos(\Phi_C)$	0	$D_Y = Y_A$ $D_Z = Z_A$
$\Phi_B$	$\Phi_B = \Phi_A + \frac{\Phi_D - \Phi_A}{3}$ $X_B = \frac{d_0}{2}$ $Y_B = Y_{O_C} - R \cdot \sin(\Phi_B)$ $Z_B = Z_{O_C} + R \cdot \cos(\Phi_B)$	$\frac{1}{3}$	$B_Y = \frac{18 \cdot Y_C - 9 \cdot Y_B + 2 \cdot Y_A - 5 \cdot Y_D}{6}$ $B_Z = \frac{18 \cdot Z_C - 9 \cdot Z_B + 2 \cdot Z_A - 5 \cdot Z_D}{6}$
$\Phi_C$	$\Phi_C = \Phi_A + \frac{2}{3}(\Phi_D - \Phi_A)$ $X_C = \frac{d_0}{2}$ $Y_C = Y_{O_C} - R \cdot \sin(\Phi_C)$ $Z_C = Z_{O_C} + R \cdot \cos(\Phi_C)$	$\frac{2}{3}$	$C_Y = \frac{-5 \cdot Y_A + 2 \cdot Y_D + 18 \cdot Y_B - 9 \cdot Y_C}{6}$ $C_Z = \frac{-5 \cdot Z_A + 2 \cdot Z_D + 18 \cdot Z_B - 9 \cdot Z_C}{6}$
$\Phi_D$	$X_D = \frac{d_0}{2}$ $Y_D = Y_{O_C} - R \cdot \sin(\Phi_D)$ $Z_D = Z_{O_C} + R \cdot \sin(\Phi_D)$	1	$A_Y = Y_B$ $A_Z = Z_B$

Mărimi inițiale  $R, \Phi_A, \Phi_B, [Y_{O_c}, Z_{O_c}]$  - centrul cercului.

Se identifică, în acest fel, un tip de polinom înlocuitor de grad inferior, vezi (2.148) și (2.149), în baza căruia se determină forma “aproximată” a suprafeței elicoidale, vezi forma (2.147), sau, principial, forma (2.150).

Astfel, în baza condiției (2.157), se determină forma (2.158) a curbei caracteristice pe suprafața elicoidală “aproximată” și prin transformarea (2.159), se definește secțiunea axială  $S_A$  - a viitoarei suprafețe periferice primare a sculei-disc (2.161).

Se aproximează acest profil printr-un polinom de grad inferior, de exemplu, forma (2.162) reprezentând profilul aproximat al șablonului de control al sculei-disc (secțiunea axială  $S_A$ ).

Precizăm că, în toate aceste etape, se operează numai cu 3 puncte de pe aceste suprafețe și profiluri ceea ce conduce la o substanțială reducere a numărului de calcule necesar.

Totodată, problematica dezbătută este aplicabilă și în cazul în care punctele pe profilul generatoarei suprafeței elicoidale, vezi figura 2. 44, sunt date de coordonate efectiv măsurate, metodica permițând o transpunere în formă analitică prin „aproximarea” cu polinoame Bezier de grad mic (2 sau 3).

Se prezintă în tabelul 2. 40 și figura 2. 45, coordonatele și forma profilului sculei de ordin doi, pentru generarea canalului elicoidal, figura 2. 43, determinată prin metoda aproximării prin polinoame Bezier, precum și printr-o metodă analitică – metoda NIKOLAEV.

### • Aplicație numerică

Se prezintă un exemplu numeric pentru profilarea secțiunii axiale a sculei-disc, generatoare a canalului elicoidal având caracteristicile geometrice:

- diametrul burghiului  $D=20$  mm;
- diametrul miezului,  $d_0=3,2$  mm;

$$\text{- raza muchiei principale de așchiere } R = \frac{\sqrt{\frac{d_1^2}{4} - \frac{d_0^2}{4}}}{\left(\cos \frac{\pi}{6} - \cos \frac{\pi}{3}\right)};$$

- limitele de variație a mărimii unghiului de atac,  $k_p=30^\circ, k_v=60^\circ$ ;
- coordonatele centrului cercului de rază  $R$ ,

$$X_{O_c} = 0;$$

$$Y_{O_c} = R \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3}\right);$$

$$Z_{O_c} = 0;$$

- distanța între axa sculei-disc și axa suprafeței generate,  $a=50$  mm;
- unghiul de înclinare al elicei pe diametrul exterior al burghiului,  $\omega = \frac{\pi}{10}$ ;

- parametrul elicoidal al suprafeței canalului burghiului  $p = \frac{D}{2 \cdot \operatorname{tg} \omega}$ ;

În tabelul 2. 40 și figura 2. 45, sunt prezentate, comparativ, forma profilurilor sculei-disc (secțiunea axială) determinate prin metoda de aproximare Bezier și o metodă riguroasă, teoretică, pentru zona identificată a canalului elicoidal corespunzătoare fetei de degajare a burghiului).

Tabelul 2. 40.

$\lambda$	Profil aproximat		Profil teoretic		Eroare [mm]
	R[mm]	H[mm]	R[mm]	H[mm]	
<b>0.000</b>	<b>49.666</b>	<b>13.033</b>	<b>49.669</b>	<b>13.027</b>	<b>0.006</b>
0.051	49.805	12.785	49.800	12.785	0.006
0.101	49.945	12.504	49.937	12.502	0.008
0.152	50.080	12.190	50.071	12.191	0.010
0.202	50.213	11.831	50.206	11.829	0.007
0.253	50.328	11.457	50.325	11.452	0.006
0.303	50.429	11.056	50.429	11.050	0.005
<b>0.336</b>	<b>50.487</b>	<b>10.776</b>	<b>50.488</b>	<b>10.774</b>	<b>0.003</b>
0.354	50.513	10.628	50.515	10.625	0.004
0.404	50.578	10.176	50.586	10.135	0.042
0.455	50.622	9.700	50.631	9.631	0.070
0.505	50.642	9.202	50.648	9.124	0.079
0.556	50.638	8.684	50.639	8.614	0.069
0.606	50.606	8.146	50.605	8.105	0.041
0.657	50.533	7.499	50.533	7.495	0.005
<b>0.673</b>	<b>50.506</b>	<b>7.317</b>	<b>50.505</b>	<b>7.312</b>	<b>0.005</b>
0.707	50.438	6.924	50.437	6.928	0.004
0.758	50.311	6.335	50.308	6.336	0.003
0.808	50.150	5.732	50.147	5.732	0.003
0.859	49.956	5.118	49.953	5.119	0.003
0.909	49.726	4.494	49.723	4.492	0.004
0.960	49.460	3.863	49.460	3.864	0.001
<b>1.000</b>	<b>49.170</b>	<b>3.091</b>	<b>49.170</b>	<b>3.091</b>	<b>0.000</b>

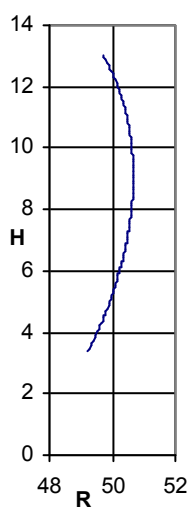


Figura 2. 45. Profilul sculei disc in secțiune axială



Eroarea maximă obținută este: 0.0078 mm pentru valoarea parametrului:  $\lambda = 0.504$ .

### • Concluzii

Identificări ale geometriei canalelor elicoidale ale burghelor, prin metode de aproximare prin poli (tehnici de reprezentare discretă a profilurilor) conduc, după aplicarea algoritmilor propuși, la forme a profilurilor axiale ale sculelor-disc generatoare ale canalelor satisfăcătoare din punctul de vedere tehnic. Erorile în raport cu metodele analitice sunt deosebit de mici și total acceptabile în practica industrială. Pentru identificarea geometriei canalelor sunt necesare, conform metodei, un număr redus de puncte al generatoarei, trei sau patru puncte.

Metoda propusă prezintă și avantajul că identificarea geometriei canalului se poate face și prin măsurarea efectivă în trei sau patru puncte a generatoarei acestuia.

## 2.5. Elaborarea de produse soft specifice

Se prezintă în cele ce urmează implementarea algoritmilor propuși pentru generarea prin înfășurare prin metoda rularii (varietăți de profiluri asociate unor cupluri de centroide în rulare) precum și algoritmi pentru profilarea sculei-disc generatoare a canalelor elicoidale cilindrice și de pas constant (în legătură cu activitățile 2.3 și 2.4)

### 2.5.1. Implementarea unui algoritm de îmbunătățire a aproximării prin poli a profilurilor generate prin metoda rularii

#### • Algoritm

Sunt analizate profiluri elementare – ca și componente ale unor profiluri compozite - date printr-o ecuație unică: segment de dreaptă, cerc, evolventă, arc de epicycloidă.

Considerăm, ca input al programului, un număr relativ mic de puncte cunoscute de pe suprafață- profilul de generat

- capetele segmentului sau ale arcului:  $A[X_A, Y_A]; B[X_B, Y_B]$ ;
- unul sau două puncte intermediare de pe profil, depinzând de gradul (2 sau 3) al polinomului Bezier înlocuitor.

Fie

$$\Delta \begin{cases} X = X(\lambda); \\ Y = Y(\lambda), \end{cases} \quad (2.168)$$

exprimarea analitică a profilului, unde,  $0 \leq \lambda \leq 1$ .

În cazul gradului 2 sau 3 al polinomului de aproximare, ecuațiile aproximative ale profilurilor sunt:

$$\Sigma \begin{cases} \xi = A_\xi \lambda^2 + 2B_\xi \lambda(1-\lambda) + C_\xi (1-\lambda)^2; \\ \eta = A_\eta \lambda^2 + 2B_\eta \lambda(1-\lambda) + C_\eta (1-\lambda)^2; \end{cases} \quad (2.169)$$

$$\Sigma \begin{cases} \xi = A_\xi \lambda^3 + 3B_\xi \lambda^2(1-\lambda) + 3C_\xi \lambda(1-\lambda)^2 + D_\xi (1-\lambda)^3; \\ \eta = A_\eta \lambda^3 + 3B_\eta \lambda^2(1-\lambda) + 3C_\eta \lambda(1-\lambda)^2 + D_\eta (1-\lambda)^3, \end{cases} \quad (2.170)$$

(în sistemul de coordonate al sculei: cremaliera, cuțit roata, cuțit rotativ).

Considerând valori ale parametrului unghiular  $\varphi$ , în mișcarea de rotație a controidii piesei, astfel încât normala profilului de generat intersectează centroida asociată, o familie de curbe se obține, pentru fiecare scula în parte, după cum urmează:

- **scula cremalieră,**

$$\begin{Bmatrix} \xi(\lambda) \\ \eta(\lambda) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} X(\lambda) \\ Y(\lambda) \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} -R_{rp} \\ -R_{rp} \cdot \varphi \end{Bmatrix}, \quad (2.171)$$

- **cuțit roată,**

$$\begin{Bmatrix} \xi(\lambda) \\ \eta(\lambda) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \cos(i\varphi) & -\sin(i\varphi) \\ \sin(i\varphi) & \cos(i\varphi) \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} X(\lambda) \\ Y(\lambda) \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} -A_{12} \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (2.172)$$

unde  $R_{rs}$  este raza cuțitului roată,  $A_{12} = R_{rp} + R_{rs}$ ,  $i = \frac{R_{rp}}{R_{rs}}$ ;

- **cuțit rotativ,**

$$\begin{Bmatrix} \xi(\lambda) \\ \eta(\lambda) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ -\sin \varphi & \cos \varphi \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} X(\lambda) \\ Y(\lambda) \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} -R_{rs} \\ -R_{rs} \cdot \varphi \end{Bmatrix}, \quad (2.173)$$

unde  $R_{rs}$  este raza cuțitului rotativ.

Astfel, combinând ecuațiile de mai sus (2.171), (2.172) și (2.173), și considerând  $\lambda \in \left\{0; \frac{1}{2}; 1\right\}$  - în cazul polinomului de aproximare de grad 2, sau

$\lambda \in \left\{0; \frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1\right\}$  - în cazul polinomului de aproximare de grad 3, se obțin coeficienții  $A_\xi, B_\xi, C_\xi, A_\eta, B_\eta, C_\eta$  și respectiv  $A_\xi, B_\xi, C_\xi, D_\xi, A_\eta, B_\eta, C_\eta, D_\eta$ .

## • Aplicație soft în limbajul Java

Aplicația a fost dezvoltată în limbajul de programare Java și utilizând uneltele de dezvoltare *Sun Java Development Kit*. Programul este realizat sub formă de „applet”, fiind ușor de inserat în paginile Web.

Așa cum s-a prezentat în secțiunea anterioară, majoritatea calculelor pot fi făcute fără a cunoaște ce tip de profil elementar (segment de dreaptă, arc e cerc, evolventă sau epicicloidă) urmează a fi generat. Dacă, pentru orice poziție arbitrară de pe profilul piesei, se poate pune la dispoziție o modalitate de a determina vectorul normală, este irelevant din punctul de vedere al algoritmului ce profil urmează a fi generat. Această abordare corespunde perfect conceptului de Programare Orientată Obiect (POO). Drept urmare, aplicația poate fi ușor extinsă pentru a analiza comportamentul algoritmului în cazul alor profiluri elementare, doar implementând o metoda de calcul a vectorului normală, pentru un punct arbitrar de pe acest nou profil. Așa cum se arată și în diagrama de clase (figura 1), clasa care execută calculul aproximării polinomiale (**PolyApproximator**) nu trebuie să cunoască în mod explicit, tipul de profil elementar. Este suficient ca pentru profilul elementar să fie expusă o metodă de calcul a normalei (**Vector:calculateNormal( $\lambda$ )**), pentru orice valoare arbitrară a parametrului  $\lambda$ .

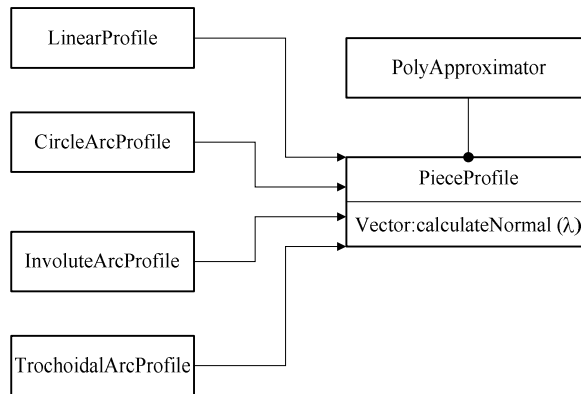


Figura 2. 46. Diagrama claselor

Odată vectorul normală calculat, poate fi determinată valoarea paraemtrului unghiular  $\varphi$ , și prin rezolvarea sistemelor de ecuație se pot determina coeficienții aproximării polinomiale. Rezolvarea sistemelor de ecuații se face folosind biblioteca de funcții matematice *JSscience - Open Source Library*.

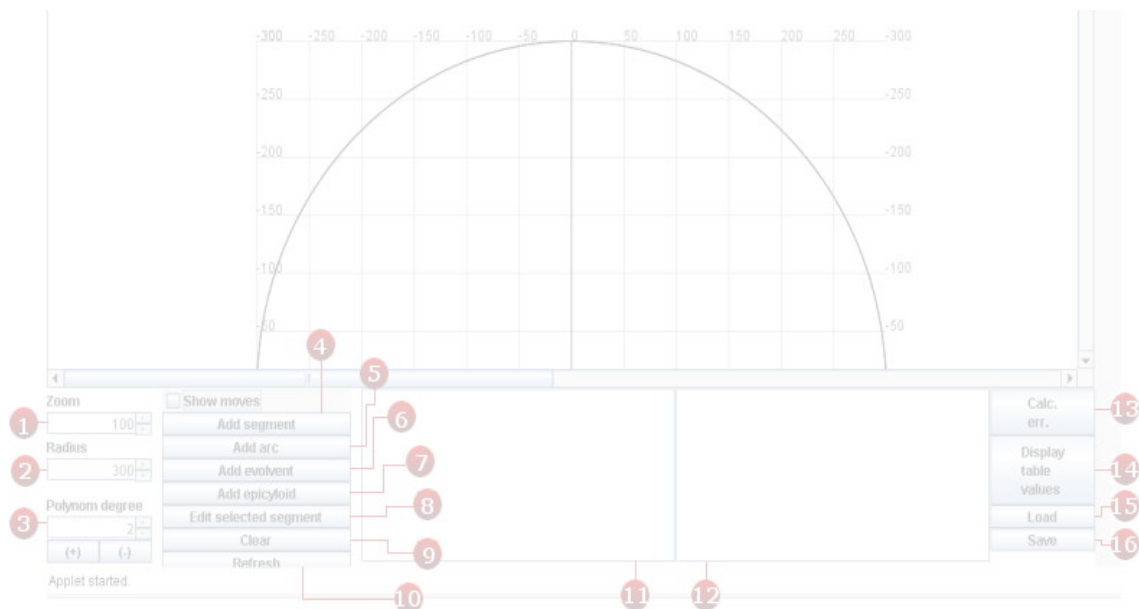


Figura 2. 47. Interfața principală a aplicației

### • Descrierea aplicației

În această secțiune este descrisă interfața utilizator a aplicației dezvoltate. Cele mai importante elemente vizuale ale aplicației sunt prezentate în figura 2.5.2, după cum urmează:

**1**– controlează nivelul de zoom din fereastra de afișare; **2**– modifică raza  $R_{rp}$  a centroidei  $C_1$  (centroida piesei); **3**– modifică gradul polinomului de aproximare ce urmează a fi obținut;

**4**– adaugă un segment de dreaptă la profilul compus; segmentul este determinat de capetele sale (figura 2.5.3); **5**– adaugă un arc de cerc la profilul compus, specificând capetele sale și raza cercului de care aparține; specificând raza pozitivă sau negativă se poate controla poziția relativă a centrului cercului (figura 2.5.4), pentru profil concav (a) sau convex (b).

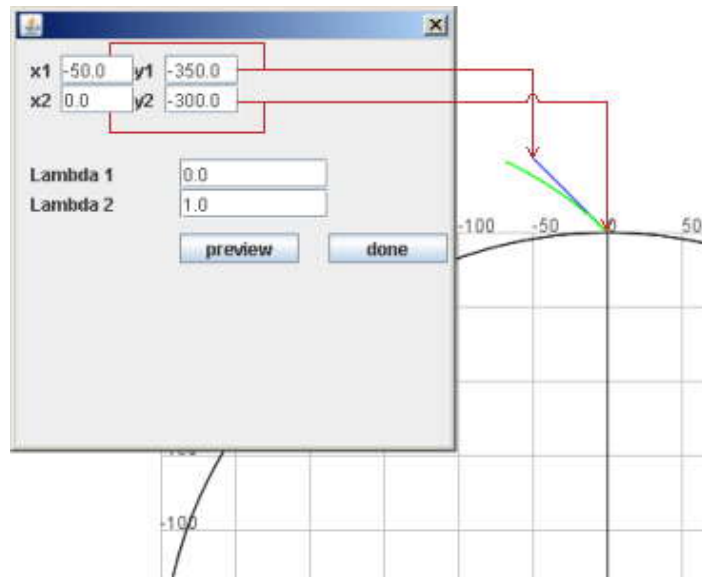
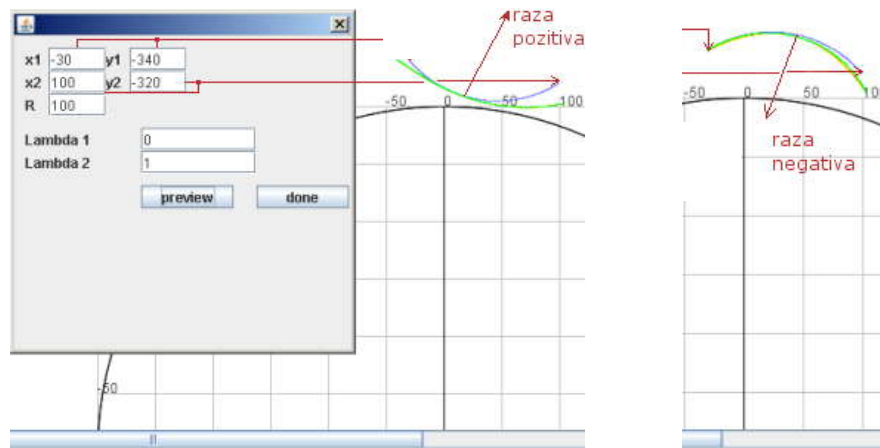


Figura 2. 48. Adăugarea unui segment de dreaptă la profil



a).

b).

Figura 2. 49. Adăugarea unui arc de cerc

6– adaugă un arc de evolventă la profilul compus, definit prin: poziția punctului inițial, raza cercului de bază al evolventei  $R_b$ , raza interioară ( $R_i$ ) și raza exterioară ( $R_e$ ). De asemenea, sensul trigonometric (sau invers-trigonometric) poate fi specificat (figura 2. 50); 7– adaugă un arc de epicycloidă la profilul compozit, definit prin: poziția punctului inițial, raza  $r$  a eicicului, raza cercului fix  $R = R_{rp}$  și intervalul de variație a parametrului  $\alpha$  (când  $\alpha$  variază între 0 și  $\alpha = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{R}$  epicyclul execută o rotație completă în jurul cercului fix). De asemenea, sensul trigonometric (sau invers-trigonometric) poate fi specificat (figura 2. 51).

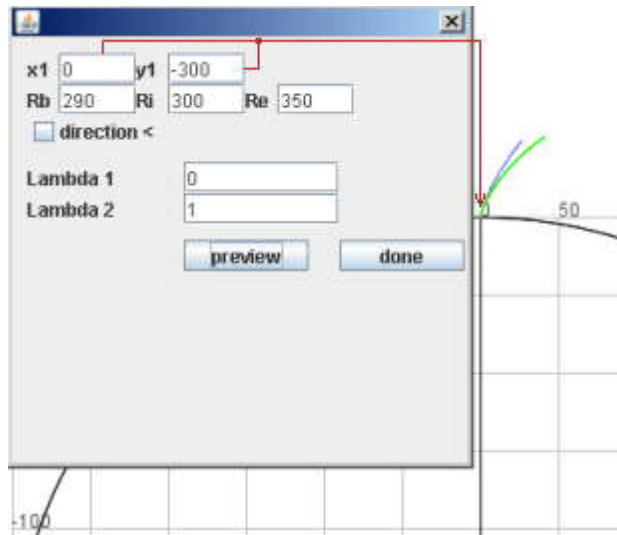


Figura 2. 50. Adăugarea unui arc de evolventă

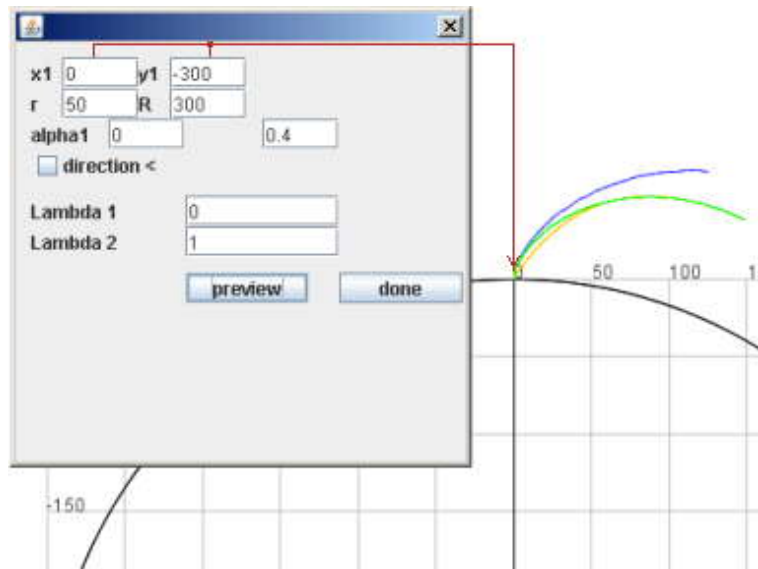


Figura 2. 51. Adăugarea unui arc de epicicloidă

**8**– acest buton permite editarea profilului elementar selectat (selectat din lista continand profilurile elementare, vezi pasul 11); **9**– elimina profilul elementar selectat din proiect;

**10**– redesenează fereastra principala;**11**– lista conținând toate profilele elementare adăugate la profilul compozit; **12**– zonă de afișare a diferitelor mesaje privind eroarea de aproximare a polinoamelor, pentru fiecare profil elementar;

**13**– acest buton pornește execuția procedurii de calcul al erorii maxime, pentru fiecare profil elementar;**14**– butonul deschide o nouă fereastră care afișează un tabel cu rezultatele comparative ale profilului teoretic si aproximat; de asemenea sunt afișate si erorile de aproximare; **15/16**. – aceste butoane permit salvarea și încărcarea unor fișiere conținând profilurile compuse, vezi și figura 2. 52 și figura 2. 53.

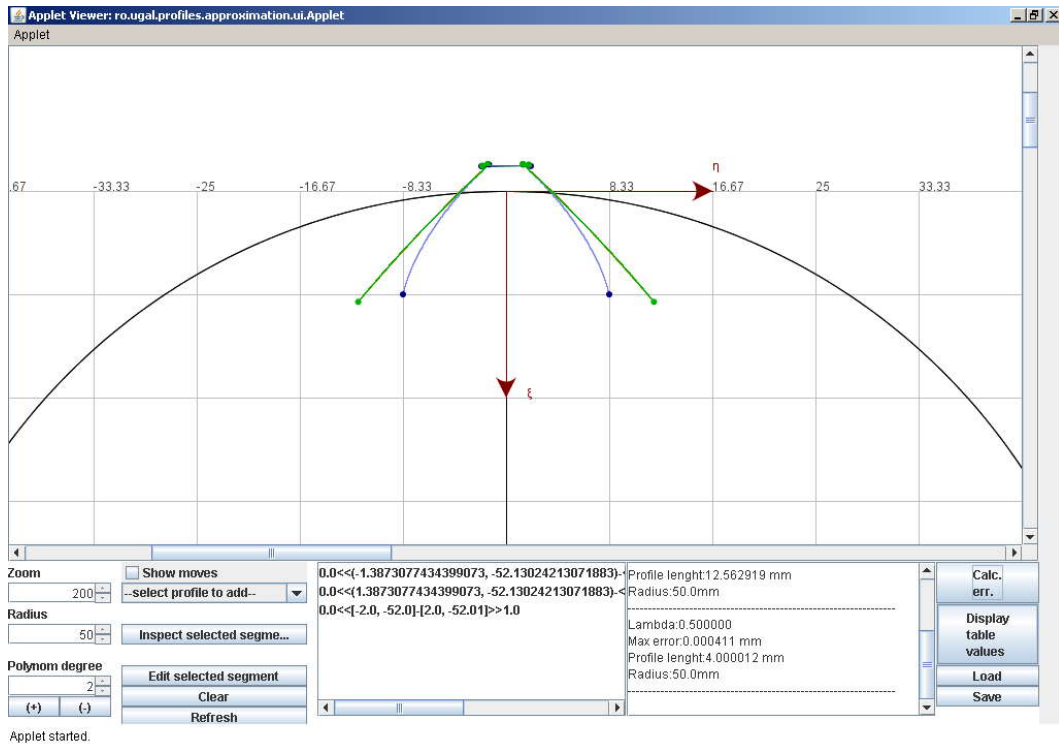


Figura 2. 52. Profilarea aproximativă a unei roți dințate. Scula cremalieră

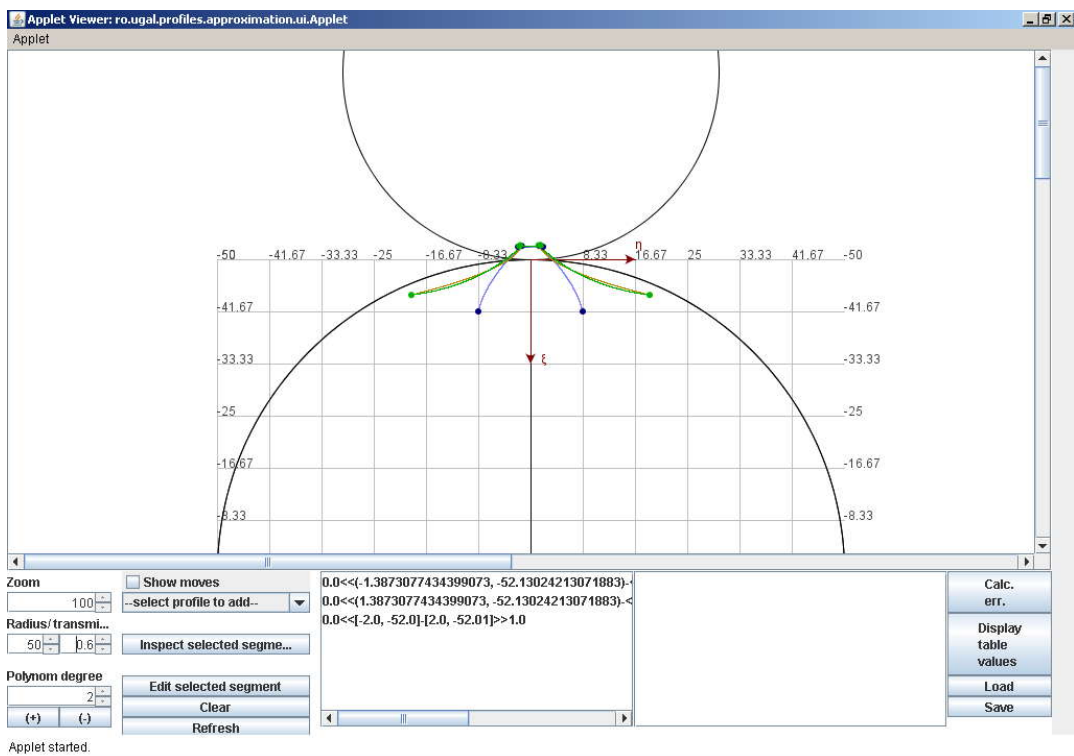


Figura 2. 53. Profilarea aproximativă a unei roți dințate. Cuțitul roată

## 2.5.2. Implementarea unui algoritm de aproximare a profilurilor sculelor generatoare de suprafețe elicoidale

Pe baza algoritmului de determinare, prin polinoame Bezier, a aproximărilor sculelor generatoare de suprafețe elicoidale, a fost implementată o aplicație în limbajul Java. Aplicația a fost realizată sub forma unui applet, ușor de inclus în pagini web.

Suprafețele elicoidale sunt generate de scule așchietoare prin rotirea piesei ce urmează a fi prelucrată și translația simultană în direcția axei de rotație.

Funcție de suprafața ce se dorește a fi obținută putem considera o curbă spațială – profilul generator; rotind și translatând simultan această curbă, aplicând condiția de înfășurare, se poate calcula profilul axial al sculei ce generează suprafața elicoidală considerată. Mai mult, așa cum s-a văzut și în urma experimentelor efectuate, condiția de înfășurare poate fi evaluată doar într-un număr redus de puncte de pe profilul generator, și, prin aproximări polinomiale successive, se poate calcula cu ușurință o aproximare suficient de precisă a profilului axial al sculei.

### • Algoritm

Fie  $P$  aproximarea printr-un polinom Bezier a profilului generator (figura 2. 54.a):

$$P: \begin{cases} X = P_X(\lambda) \\ Y = P_Y(\lambda) \\ Z = P_Z(\lambda) \end{cases}, \lambda \in [0,1]. \quad (2.174)$$

Rotind (cu unghiul  $\varphi$ ) și translatând (cu  $p\varphi$ , unde  $p$  este o constantă) simultan curba  $P$ ,

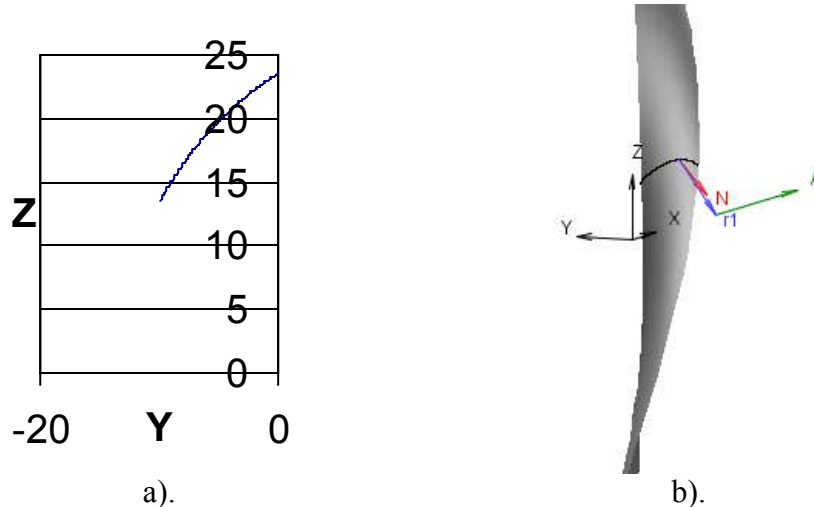


Figura 2. 54. (a) Generatoarea arc de cerc – planul axial  $zOy$  și (b) suprafața elicoidală asociată

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_X(\lambda) \\ P_Y(\lambda) \\ P_Z(\lambda) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ p\varphi \end{pmatrix}, \quad (2.175)$$

se obține suprafața elicoidală  $\Pi$  (figura 2. 54.b).

$$\Pi(\lambda, \varphi) \begin{cases} X = P_X(\lambda) \cdot \cos\varphi - P_Y(\lambda) \cdot \sin\varphi; \\ Y = P_X(\lambda) \cdot \sin\varphi + P_Y(\lambda) \cdot \cos\varphi; \\ Z = p \cdot \varphi. \end{cases} \quad (2.176)$$

Vectorul normal la suprafața  $\Pi$ , poate acum fi ușor determinat:

$$\vec{N}_{\Pi} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \Pi_X'(\varphi) & \Pi_Y'(\varphi) & p \\ \Pi_X'(\lambda) & \Pi_Y'(\lambda) & 0 \end{vmatrix}, \quad (2.177)$$

sau

$$\vec{N}_{\Pi} = N_X \vec{i} + N_Y \vec{j} + N_Z \vec{k}. \quad (2.178)$$

Funcție de scula folosită la generarea suprafeței, trebuie considerat un al vector  $\vec{A}$ , drept axă a sculei.

Se pot determina astfel, perechi de parametrii  $(\lambda, \varphi)$  astfel încât vectorii  $\vec{N}_{\Pi}$  și  $\vec{A}$  sunt coplanari (condiția de înfășurare); considerând un număr redus de valori ale parametrului  $\lambda$  – fie  $\lambda \in \left(0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1\right)$  – se determină valorile corespunzătoare ale parametrului  $\varphi$ .

Astfel, se obțin 4 puncte aparținând curbei caracteristice (figura 2. 54.b):

$$C_{\Pi} = \begin{vmatrix} X_{C_{\Pi}, \lambda=0} & Y_{C_{\Pi}, \lambda=0} & Z_{C_{\Pi}, \lambda=0} \\ X_{C_{\Pi}, \lambda=1/3} & Y_{C_{\Pi}, \lambda=1/3} & Z_{C_{\Pi}, \lambda=1/3} \\ X_{C_{\Pi}, \lambda=2/3} & Y_{C_{\Pi}, \lambda=2/3} & Z_{C_{\Pi}, \lambda=2/3} \\ X_{C_{\Pi}, \lambda=1} & Y_{C_{\Pi}, \lambda=1} & Z_{C_{\Pi}, \lambda=1} \end{vmatrix}. \quad (2.179)$$

Transformând coordonatele aparținând curbei discrete  $C_{\Pi}$  din sistemul de referință al suprafeței elicoidale în sistemul de referință al sculei (figura 2. 55), o a doua curbă discretă,  $I_{\Pi}$ , cu 4 puncte, de pe suprafața sculei este obținută:

$$I_{\Pi} = \begin{vmatrix} X_{I_{\Pi}, \lambda=0} & Y_{I_{\Pi}, \lambda=0} & Z_{I_{\Pi}, \lambda=0} \\ X_{I_{\Pi}, \lambda=1/3} & Y_{I_{\Pi}, \lambda=1/3} & Z_{I_{\Pi}, \lambda=1/3} \\ X_{I_{\Pi}, \lambda=2/3} & Y_{I_{\Pi}, \lambda=2/3} & Z_{I_{\Pi}, \lambda=2/3} \\ X_{I_{\Pi}, \lambda=1} & Y_{I_{\Pi}, \lambda=1} & Z_{I_{\Pi}, \lambda=1} \end{vmatrix}. \quad (2.180)$$

Secțiunea axială a sculei -  $S_A$  (figura 2. 56), se poate calcula după cum urmează:

$$S_A \begin{cases} H_{\lambda} = Z_{I_{\Pi}, \lambda} \\ R_{\lambda} = \left( \sqrt{X_{I_{\Pi}, \lambda}^2 + Y_{I_{\Pi}, \lambda}^2} \right)_i, \end{cases} \quad (2.181)$$

$$\lambda \in \left(0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1\right)$$



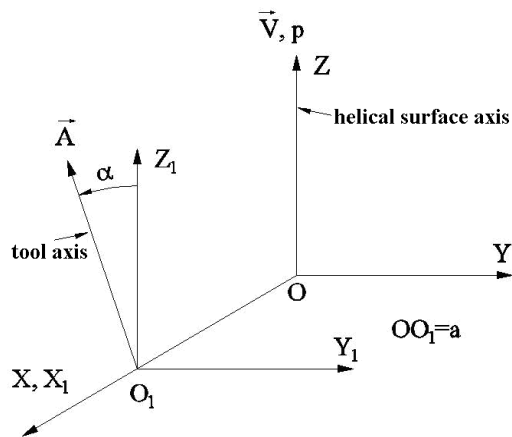


Figura 2. 55. Sisteme de referință (sistem fix ,XYZ; al sculei,  $X_1, Y_1, Z_1$ )

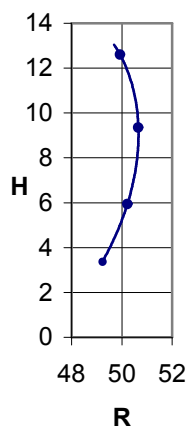


Figura 2. 56. Profilul axial al sculei- $S_A$

Interpolând punctele curbei  $I_{\Pi}$  printr-un polinom Bezier, un profil aproximativ, Q pentru secțiunea axială a sculei este obținut.

Notă:

- Dacă profilul generator este dat ca o curbă spațială continuă și derivabilă, această curbă poate fi folosită în calculele de mai sus, în locul polinomului P. Considerând valori suficient de dense ale parametrului  $\lambda$  (e.g.:  $10^3$  valori ale parametrului  $\lambda$ ) se obține un profil axial al sculei suficient de precis. Aceste rezultate vor fi folosite pentru a determina eroarea algoritmului de aproximare prin polinoame Bezier.
- Funcție de scula de așchiere folosită, axa sculei -  $\vec{A}$ , și  $O_1$  - originea sculei, vor fi considerate după cum urmează:

-scula disc

$$\begin{aligned} \vec{A} &= -\sin(\alpha)\vec{j} + \cos(\alpha)\vec{k}, \\ O_1 &= (a, 0, 0); \end{aligned} \quad (2.182)$$

-scula cilindrică

$$\begin{aligned} \vec{A} &= -\sin(\alpha)\vec{j} + \cos(\alpha)\vec{k}, \\ O_1 &= (\infty, 0, 0); \end{aligned} \quad (2.183)$$

-scula cilindro-frontală

$$\begin{aligned}\vec{A} &= \vec{i}, \\ O_1 &= (0, 0, 0).\end{aligned}\tag{2.184}$$

Drept urmare, transformarea de coordonate folosită la determinarea  $S_A$  se poate exprima după cum urmează:

$$\begin{pmatrix} X_{I_{11}} \\ Y_{I_{11}} \\ Y_{I_{11}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ 0 & \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_{G_{11}} \\ Y_{G_{11}} \\ Y_{G_{11}} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} Q_1 x \\ Q_1 y \\ Q_1 z \end{pmatrix},\tag{2.185}$$

unde  $\alpha = 0$  în cazul sculei cilindro-frontale și

$$\alpha = \arctan\left(\frac{D}{2p}\right)\tag{2.186}$$

în celelalte cazuri, și  $D$  este diametrul exterior al suprafeței elicoidale.

### • Aplicatie soft in limbajul Java

Principalul obiectiv al aplicației este de a permite utilizatorilor determinarea profilului sculelor care generează suprafețe elicoidale, cand un numar limitat de puncte de pe aceste suprafețe, sunt cunoscute (măsurate cu o mașină de măsurat 3D).

De asemenea, algoritmul se poate aplica pentru determinarea erorii de aproximație (Nota, ptc. A) pentru o serie de profiluri analitice elementare: arc de cerc (in plan axial sau transversal), arc de evolventă in plan transversal, segment de dreaptă în plan axial.

Așa cum s-a prezentat în secțiunea anterioară, majoritatea calculelor pot fi efectuate fără a cunoaște tipul de profil elementar generator ce urmează a fi studiat (segment de dreaptă, arc de cerc, evolventă) și nici tipul de sculă folosită la prelucrare. Dacă există o metodă care determină derivată de ordinul I in orice poziție arbitrar aleasă de pe profilul generator, este irelevant din punctul de vedere al algoritmului de aproximare ce tip de suprafață elicoidală urmează a fi generata.

Mai mult, este suficient sa specificăm originea sculei și direcția axei acesteia, pentru a determina condiția de înfășurare și a efectua transformarea din sistemul de coordonate al suprafeței elicoidale, în sistemul de coordonate al sculei.

Această abordare se potrivește perfect paradigmei de Programare Orientată Obiect (POO). Aplicația poate astfel fi ușor extinsă, considerând și alte profiluri elementare ca și generatoare doar implementând o metodă de calcul a derivatei de ordinul I pentru acest nou profil, in orice poziție arbitrar aleasă în lungul acestuia.

### • Descrierea aplicație

În cele ce urmeaza, vor fi descrise principalele elemente vizuale ale aplicației realizate. In figura 2. 57 este prezentată interfața utilizator a aplicației:

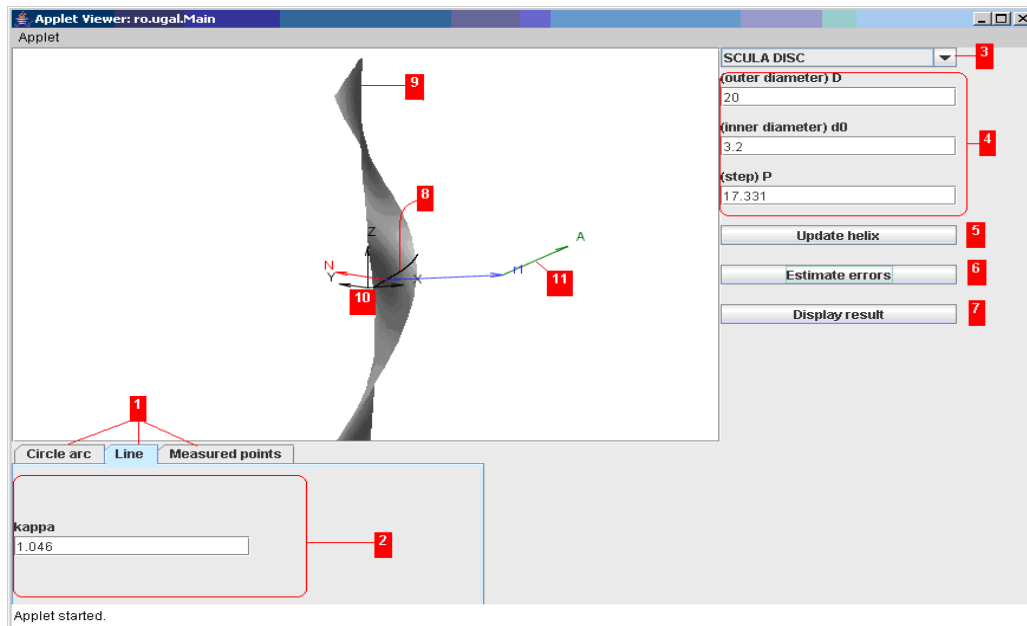


Figura 2. 57. Interfața aplicației

- 1– selecția tipului de profil generator;
- 2– configurarea diferiților parametri ai profilului generator (in cazul “Measured points” – o listă de coordonate ale punctelor masurate poate fi introdusă);
- 3– selecția tioului sculei;
- 4– o serie de parametri ai suprafeței elicoidale: diametrul exterior, diametrul interior, parametrul elicoidal;
- 5– redesenează suprafața elicoidală ținând cont de parametrii selecție/editați mai sus;
- 6– calculează eroarea de aproximare;
- 7– afișează sub formă tabelară rezultatele comparative – profilul teoretic al sculei generatoare și profil aproximativ, determinat prin algoritmul descris anterior;
- 8– curba caracteristică;
- 9– suprafața elicoidală
- 10– originea și sistemul de coordonate ale suprafeței elicoidale
- 11– axa sculei, vezi și figura 2. 58 și figura 2. 59.

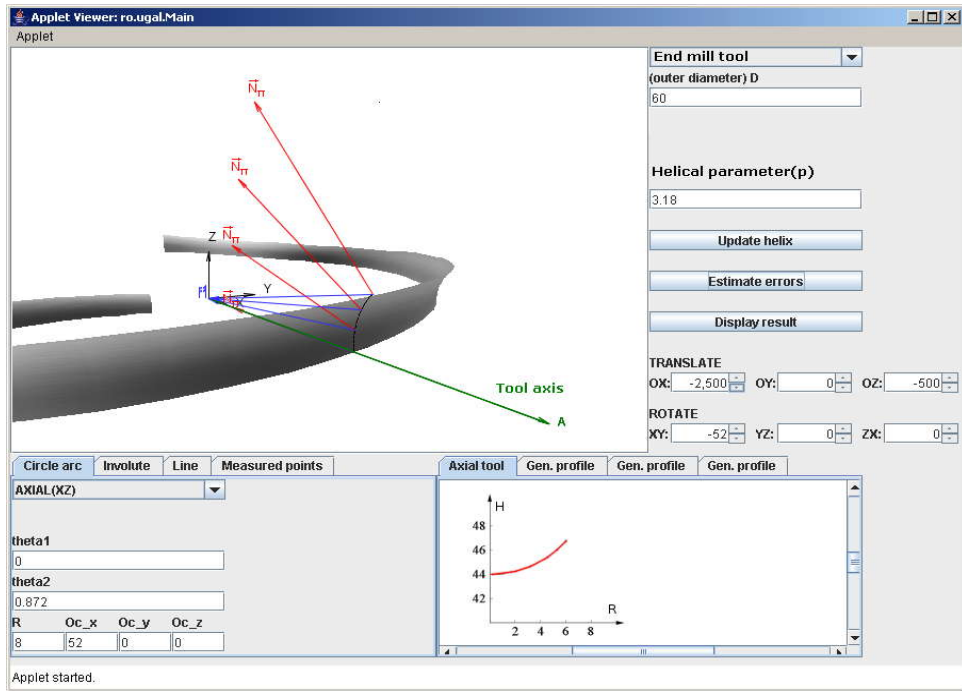


Figura 2. 58. Scula cilindro-frontală

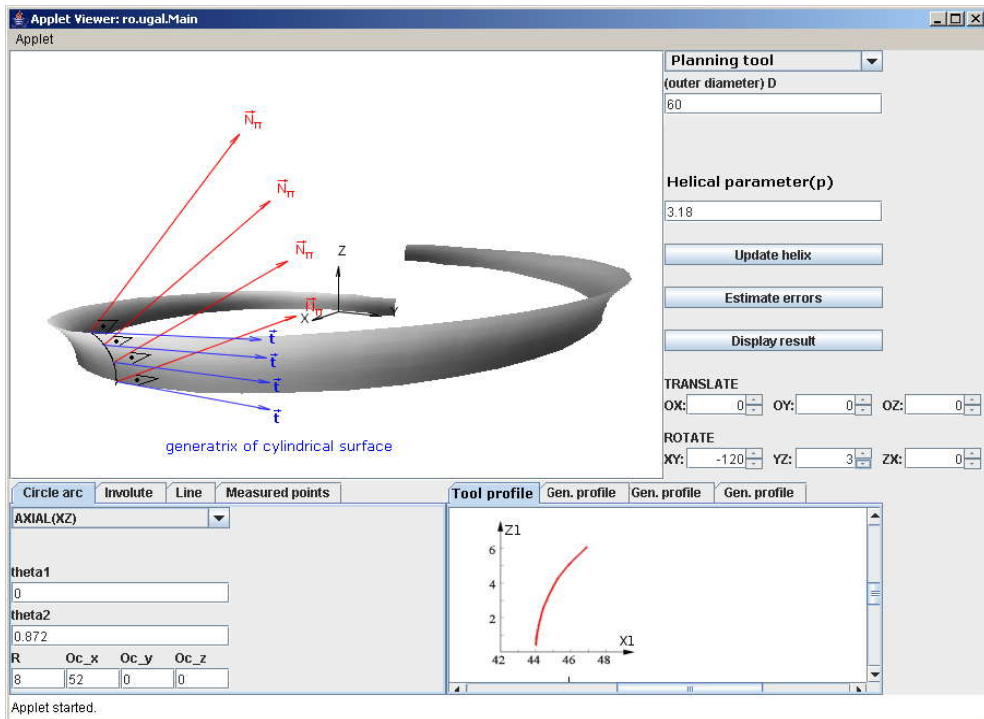


Figura 2. 59. Scula cilindrică

### **Obiectivul 3. Elaborarea unui model de predicție și compensare a erorii de generare a suprafeței de prelucrat prin simularea unei suprafețe țintă fictivă și profilarea corectivă a sculei în raport cu acest model fictiv al suprafeței de generat, prin metode de reprezentare discretă**

Generarea suprafețelor elicoidale prin metoda înfășurării este însoțită de erori de generare datorate: rigidității nesatisfăcătoare a sistemului tehnologic; uzurii neuniforme a sculei; deformației termice a sistemului tehnologic etc.

În cele mai multe cazuri, cunoașterea corectă a cauzelor erorilor precum și a sensului în care acestea influențează forma și dimensiunile suprafeței generate sunt imposibil de determinat.

Mașinile-unelte cu comandă numerică pot permite o diminuare a erorii suprafeței generate prin prelucrarea succesivă în mai mulți “pași”. Aceasta presupune existența pe mașină a unui sistem pentru măsurarea suprafeței *efectiv generate*, astfel că determinarea acesteia punct cu punct, va conduce la o cunoaștere discretă a suprafeței generate( sistemul OMM).

Pornind de la această suprafață efectivă, cunoscută printr-un număr finit de puncte, se poate determina un nou profil corectat pentru scula generatoare care, la reluarea prelucrării, să determine în procesul de generare o nouă suprafață efectiv generată cu o abatere mai redusă față de suprafața geometrică.

O astfel de modalitate de abordare a generării suprafețelor presupune rezolvarea a două probleme:

- determinarea unei suprafețe *fictive* - o nouă suprafață țintă, diferită de suprafața geometrică exactă;
- reprofilarea sculei, în scopul corectării profilului inițial al acesteia, profilare ce trebuie făcută pornind de la o suprafață măsurată și cunoscută, evident, discret.

De alegerea corespunzătoare a suprafeței fictive și facând supoziția ca sistemul tehnologic va reacționa în același mod ca în faza prelucrării suprafeței efective (măsurate) și acceptată ca bază de pornire în acțiunea de corecție, se poate conchide că, prelucrarea cu scula corectată va conduce la o suprafața efectivă mai apropiată de suprafața teoretică de prelucrat.

Algoritmul de corecție poate fi gândit și pentru o fabricație de serie, la care corecția sculei se aplică după măsurarea primelor piese prelucrate, în scopul reducerii erorilor restului de repere prelucrate din lot.

#### **3.1. Elaborarea unor modele de predicție a mărimii erorii de generare**

##### **3.1.1. Generatoarea teoretică, efectivă și fictivă**

Dată fiind o suprafața elicoidală cilindrică și de pas constant, cunoscută prin ecuațiile sale parametrice, se poate accepta ca, în planul transversal axei acesteia, generatoarea suprafeței elicoidale este o curbă ce se poate reprezenta discret în forma,

$$G_T = \left\| \begin{array}{cccc} X_{T_1} & X_{T_2} & \dots & X_{T_n} \\ Y_{T_1} & Y_{T_2} & \dots & Y_{T_n} \end{array} \right\|^T \quad (3.1)$$

Reprezentarea în formă discretă a secțiunii transversale,  $G_T$ , se poate obține prin variația incrementală a unuia dintre parametrii variabili ai suprafeței.

*Generatoarea efectivă* ( $G_E$ ), în același plan cu *generatoarea teoretică*, are, de regulă, o formă deosebită de aceasta din urmă.

Convențional, se pot defini curbe echidistante secțiunii transversale –  $G_T$ , ca abateri limită între care poate varia *generatoarea efectivă* -  $G_E$ . Fie  $L_I$  și  $L_S$  aceste curbe limită, figura. 3. 1.

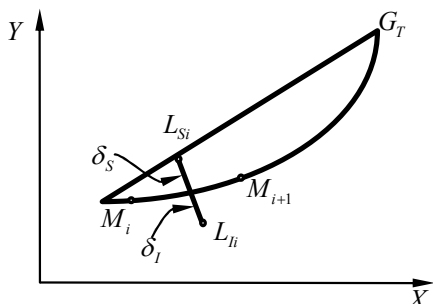


Figura. 3. 1. Distanțele  $\delta_S$  și  $\delta_I$

linii  $L_I$  și  $L_S$ , rezultă expresiile:

$$L_S : \begin{cases} X_{S_i} = X_{T_i} - \delta_S \cos \alpha_i; \\ Y_{S_i} = Y_{T_i} + \delta_S \sin \alpha_i \end{cases} \quad (3.2)$$

și

$$L_I : \begin{cases} X_{I_i} = X_{T_i} - \delta_I \cos \alpha_i; \\ Y_{I_i} = Y_{T_i} + \delta_I \sin \alpha_i; \end{cases} \quad (3.3)$$

în care,

$$\operatorname{tg} \alpha_i = \frac{|Y_{T_{(i+1)}} - Y_{T_i}|}{|X_{T_{(i+1)}} - X_{T_i}|}. \quad (3.4)$$

În acest fel, liniile limită, superioară și inferioară, pot fi definite de vectorii:

$$L_S = \left\| \begin{matrix} X_{S_1} & X_{S_2} & \dots & X_{S_n} \\ Y_{S_1} & Y_{S_2} & \dots & Y_{S_n} \end{matrix} \right\|^T \quad (3.5)$$

și

$$L_I = \left\| \begin{matrix} X_{I_1} & X_{I_2} & \dots & X_{I_n} \\ Y_{I_1} & Y_{I_2} & \dots & Y_{I_n} \end{matrix} \right\|^T. \quad (3.6)$$

Cunoscută fiind forma efectivă (măsurată) a secțiunii transversale a suprafeței elicoidale generate, fie

$$S_E = \left\| \begin{matrix} X_{E_1} & X_{E_2} & \dots & X_{E_n} \\ Y_{E_1} & Y_{E_2} & \dots & Y_{E_n} \end{matrix} \right\|^T, \quad (3.7)$$

aceasta, se pot determina pozițiile punctelor aparținând acestuia, în raport cu liniile  $L_S$  și  $L_I$ .

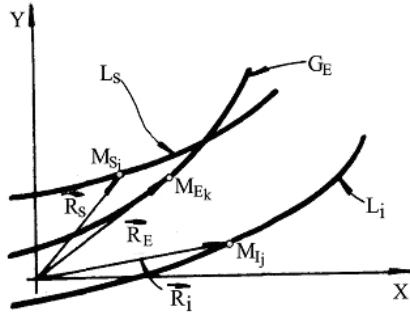


Figura. 3. 2. Poziția generatoarei  $G_E$

Pentru un punct oarecare al liniei efective, se determină poziția sa în raport cu liniile  $L_S$  și  $L_I$ , calculând distanțele:

$$\Delta_S = \left| \sqrt{X_{S_i}^2 + Y_{S_i}^2} - \sqrt{X_{E_k}^2 + Y_{E_k}^2} \right|; \quad (3.8)$$

$$\Delta_I = \left| \sqrt{X_{I_j}^2 + Y_{I_j}^2} - \sqrt{X_{E_k}^2 + Y_{E_k}^2} \right|, \quad (3.9)$$

ca minime ale valorilor pentru un punct oarecare considerat pe generatoarea efectivă.

Comparând modulele  $\Delta_S$  și  $\Delta_I$ , se poate stabili poziția punctului  $M_{E_k}$  față de liniile  $L_I$  și

$L_S$ .

Se calculează distanțele:

$$\Delta_{ES} = |M_{S_i} M_{E_k}| = \left| \sqrt{(X_{E_k} - X_{S_i})^2 + (Y_{E_k} - Y_{S_i})^2} \right|; \quad (3.10)$$

$$\Delta_{SI} = |M_{I_j} M_{S_i}| = \left| \sqrt{(X_{I_j} - X_{S_i})^2 + (Y_{I_j} - Y_{S_i})^2} \right|; \quad (3.11)$$

$$\Delta_{EI} = |M_{E_k} M_{I_j}| = \left| \sqrt{(X_{E_k} - X_{I_j})^2 + (Y_{E_k} - Y_{I_j})^2} \right|. \quad (3.12)$$

Dacă, de exemplu:

- $\Delta_{EI} > \Delta_{SI}$ , punctul  $M_{E_k}$  este “deasupra” liniei  $L_S$  (în afara câmpului de toleranță);
- $\Delta_{ES} < \Delta_{SI}$  și  $\Delta_{EI} < \Delta_{SI}$ , punctul  $M_{E_k}$  este în interiorul câmpului de toleranță și, în principiu, profilul se consideră corect;
- $\Delta_{EI} > \Delta_{SI}$ , punctul  $M_{E_k}$  este “sub” linia  $L_I$  (în afara câmpului de toleranță), iar suprafața efectivă poate fi în acest caz considerată rebut.

### Generatoarea și suprafața “fictivă”

Se propune considerarea noțiunii de *generatoare fictivă*, diferită de *generatoarea teoretică*, care să aibă față de aceasta din urmă o formă ce să permită compensarea erorilor nedeterminate din procesul de generare.

Se propune definirea *generatoarei fictive* ca *imaginea în oglindă* a liniei  $G_E$  față de *generatoarea teoretică*. În acest fel, se poate considera că factorii perturbatori, acționând în același fel, vor conduce la obținerea unei generatoare  $G_E$  mai apropiată de forma teoretică a secțiunii transversale a suprafeței, la o nouă reluare a procesului de generare.

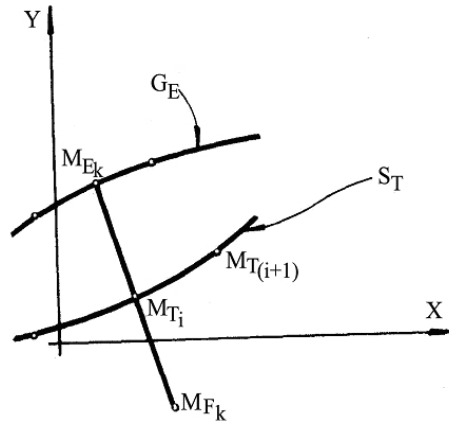


Figura. 3. 3. Puncte pe generatoarea fictivă -  $G_F$

Fie, figura. 3. 3, poziția definită a punctului  $M_{E_k}$  de pe generatoarea efectivă. Pentru punctul  $M_{E_k}$  de pe generatoarea efectivă se determină punctul de pe generatoarea teoretică cel mai apropiat, fie  $M_{T_i}$  acesta, determinat din condiția de minim a distanței

$$d_{\min} = \left| \sqrt{(X_{E_k} - X_{T_i})^2 + (Y_{E_k} - Y_{T_i})^2} \right|. \quad (3.13)$$

Punctul  $M_{F_k}$  al generatoarei fictive, ca punct aflat pe normala dusă din  $M_{E_k}$  pe segmentul  $\overline{M_{T_i}M_{T_{i+1}}}$  la distanța  $\overline{M_{T_i}M_{F_k}} = \overline{M_{E_k}M_{T_i}}$ .

$$M_{F_k} \begin{cases} X_{M_{F_k}} = X_{M_{E_k}} + 2d_{\min} \sin \alpha_i; \\ Y_{M_{F_k}} = Y_{M_{E_k}} - 2d_{\min} \cos \alpha_i, \end{cases} \quad (3.14)$$

în care

$$\operatorname{tg} \alpha_i = \left| \frac{Y_{T_{i+1}} - Y_{T_i}}{X_{T_{i+1}} - X_{T_i}} \right|. \quad (3.15)$$

Ansamblul punctelor  $M_{F_k}$  formează *generatoarea fictivă*, reprezentată în formă discretă printr-o matrice de forma

$$G_F = \left\| \begin{matrix} X_{F_1} & X_{F_2} & \dots & X_{F_k} \\ Y_{F_1} & Y_{F_2} & \dots & Y_{F_k} \end{matrix} \right\|^T \quad (3.16)$$

care, în mișcarea elicoidală, de axă  $\bar{V}(Z)$  și parametru elicoidal “p”, generează o “suprafață elicoidală” ca referință pentru profilarea sculei-disc modificată (corectată) față de profilul sculei corespunzător suprafeței teoretice,

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \omega_3^T(j\theta) \begin{pmatrix} X_{F_k} \\ Y_{F_k} \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ pj\theta \end{pmatrix} \quad (j=1,2,\dots,m) \quad (3.17)$$

sau



$$\Sigma_F = \left\{ \left\| \begin{array}{cccc} X_{F_1} & X_{F_2} & \dots & X_{F_k} \\ Y_{F_1} & Y_{F_2} & \dots & Y_{F_k} \\ Z_{F_1} & Z_{F_2} & \dots & Z_{F_k} \end{array} \right\| \right\}_{j\theta}^T \quad (j=1,2,\dots,m), \quad (3.18)$$

cu  $\theta$  parametru unghiular de rotație .

Profilarea sculei-disc, în baza suprafeței fictive  $\Sigma_F$  (3.18), se face apelând la metoda tangențelor, în comparație cu una dintre metodele cunoscute.

### Profilarea de corecție a sculei-disc în baza metodei tangențelor

În obiectivul 2, a fost prezentată modalitatea de reprezentare în formă discretă a suprafeței elicoidale cilindrice și de pas constant.

Dacă, se consideră că secțiunea transversală  $S_T$ , vezi figura. 3. 4, a suprafeței

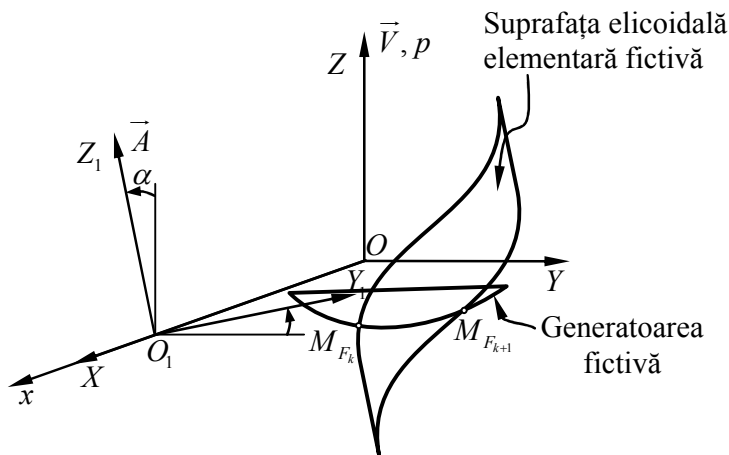


Figura. 3. 4. Profilarea sculei-disc, metoda tangențelor, generatoarea fictivă- $G_F$

elicoidale este generatoarea fictivă  $G_F$ , vezi definițiile (3.14) și (3.15), atunci normala la suprafața elicoidală fictivă este calculabilă. Se poate elabora, în baza reprezentării în formă discretă a suprafeței elicoidale fictive, un algoritm pentru profilarea sculei-disc, vezi figura. 3. 5.

Pentru linia elicoidală corespunzătoare punctului  $M_i$  de pe generatoarea fictivă -  $G_F$  - care are ecuații de forma (3.16), condiția ca normala la suprafața elicoidală fictivă să intersecteze axa sculei-disc se reduce la

$$(\overrightarrow{N_{\Sigma_F}} \cdot \overrightarrow{A} \cdot \overrightarrow{r_F}) = 0 \quad (3.19)$$

în care:

-  $\overrightarrow{N_{\Sigma_F}}$  este normala la suprafața elicoidală fictivă, cu

$$\begin{cases} \overrightarrow{N_{X_F}} = p \cdot [\cos \beta_{F_k} \cdot \sin \varphi + \sin \beta_{F_k} \cdot \cos \varphi]; \\ \overrightarrow{N_{Y_F}} = -p \cdot [\cos \beta_{F_k} \cdot \cos \varphi - \sin \beta_{F_k} \cdot \sin \varphi]; \\ \overrightarrow{N_{Z_F}} = -X_i \cdot \cos \beta_{F_k} - Y_i \cdot \sin \beta_{F_k}; \end{cases} \quad (3.20)$$

pentru  $\beta_{F_k}$  vezi definiția din activitatea 1.2;

-  $\overrightarrow{A}$  - axa sculei-disc a cărui profil urmează a fi corectat,

$$\overrightarrow{A} = -\sin \alpha \cdot \vec{j} + \cos \alpha \cdot \vec{k}; \quad (3.21)$$

-  $\overrightarrow{r_F}$  - vectorul current pe suprafața elicoidală fictivă elementară,

$$\overrightarrow{r_F} = [X_{F_k} \cdot \cos \varphi - Y_{F_k} \cdot \sin \varphi] \cdot \vec{i} + [X_{F_k} \cdot \sin \varphi + Y_{F_k} \cdot \cos \varphi] \cdot \vec{j} + p \cdot \varphi \cdot \vec{k}. \quad (3.22)$$

Notă Se consideră vectorul  $\vec{r}_{F_k}$  ca fiind vectorul punctului curent pe linia elicoidală corespunzătoare punctului  $M_{F_k, j\theta}$  de pe secțiunea transversală fictivă a suprafeței elicoidale corectate.

Ansamblul ecuațiilor reprezentând condiția de înfășurare, în care se ține seama de definițiile secțiunii transversale fictive ale suprafeței (3.13), (3.14), (3.15) și ale familiei de suprafețe elicoidale elementare:

$$\begin{cases} X = X_{F_k} \cdot \cos \varphi - Y_{F_k} \cdot \sin \varphi; \\ Y = X_{F_k} \cdot \sin \varphi + Y_{F_k} \cdot \cos \varphi; \\ Z = p \cdot \varphi, \end{cases} \quad (3.23)$$

unde  $k=0,1,2,3,\dots,m$ , reprezintă caracteristica suprafeței de revoluție reciproc înfășurătoare suprafeței elicoidale fictive.

Scula-disc astfel profilată este o sculă cu profil corectat, care va genera corecția suprafeței elicoidale.

### Profilarea sculei-disc prin metoda distanței minime

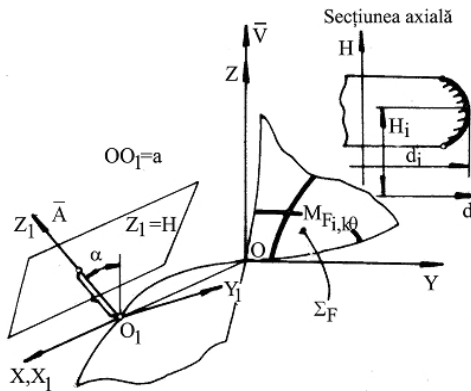


Figura. 3. 5. Sisteme de referință

Cunoscând suprafața elicoidală fictivă (3.18), se poate profila scula-disc reciproc înfășurătoare apelând la metoda “distanței minime”.

Astfel, suprafața elicoidală fictivă (3.18) se raportează la sistemul de referință al sculei-disc, figura. 3. 5,  $X_1Y_1Z_1$ -prin transformarea:

$$X_1 = \alpha \cdot (X - a); \quad (3.24)$$

$$a = \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \alpha = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}; \quad (3.25)$$

$$X = \begin{pmatrix} X_{F_k} \\ Y_{F_k} \\ Z_{F_k} \end{pmatrix}, \text{ matricea punctului curent pe } \Sigma_{F_k}. \quad (3.26)$$

Se ajunge la o expresie de forma

$$\Sigma_F^1 = \left\{ \begin{matrix} \begin{pmatrix} X1_{F_1} & X1_{F_2} & \dots & X1_{F_k} \\ Y1_{F_1} & Y1_{F_2} & \dots & Y1_{F_k} \\ Z1_{F_1} & Z1_{F_2} & \dots & Z1_{F_k} \end{pmatrix} \\ j\theta \end{matrix} \right\}^T, \quad j=1,2,\dots,m \quad (3.27)$$

a suprafeței fictive în sistemul de referință al sculei-disc.

În secțiunile plane  $Z_1 = H$  ( $H$  - variabil) pe suprafețele de tipul (3.27), se determină punctele care satisfac condiția de minim a distanței față de axa  $\vec{A}(Z_1)$

$$d = \sqrt{X_{1_{k,j\theta}}^2 + Y_{1_{k,j\theta}}^2}, \quad (3.28)$$

puncte care reprezintă curba de contact a sculei-disc cu suprafața elicoidală fictivă. Secțiunea axială a sculei-disc este dată de un vector de forma

$$S_A = \left\| \begin{matrix} H_1 & H_2 & \dots & H_n \\ d_1 & d_2 & \dots & d_n \end{matrix} \right\|. \quad (3.29)$$

### Profilarea de corecție a sculei cilindro-frontale în baza metodei tangențelor

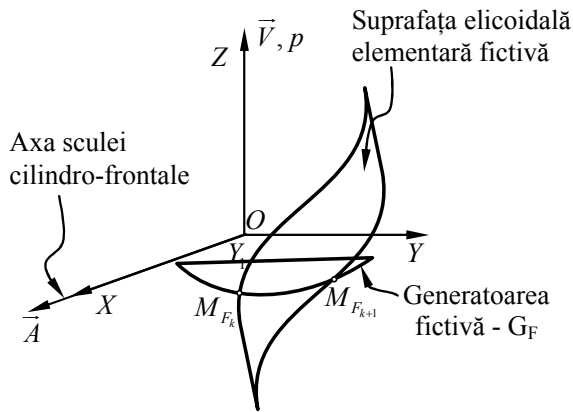


Figura. 3. 6. Profilarea sculei cilindro-frontale, metoda tangențelor

În mod similar, se propune un model pentru profilarea de corecție a sculei cilindro-frontale, pentru generarea suprafeței elicoidale cilindrice și de pas constant, figura. 3. 6.

Acceptând pentru definirea suprafeței elicoidale elementare exprimările date anterior, vezi (3.22), condiția pentru determinarea curbei caracteristice la profilarea sculei cilindro-frontale trebuie definită ținându-se seama de poziția particulară a axei de rotație a sculei,

care, în acest caz, este suprapusă axei X, vezi figura. 3. 6,  $\vec{A} = \vec{i}$ .

Condiția de înfășurare se reduce la

$$\left( \vec{N}_{\Sigma_F} \vec{r}_F \vec{i} \right) = 0. \quad (3.30)$$

Ansamblul de ecuații reprezentând familia de suprafețe elicoidale elementare fictive a suprafeței corectate și condiția de înfășurare reprezintă caracteristica suprafeței periferice primare a sculei cilindro-frontale corectate.

### Profilarea de corecție a sculei cilindro-frontale în baza metodei distanței minime

Acceptând cunoașterea în formă discretă (punctuală) a suprafeței elicoidale, se propune, în baza metodei *distanței minime*, un algoritm pentru profilarea corectivă a sculei cilindro-frontale a cărei suprafață periferică este conjugată suprafeței elicoidale.

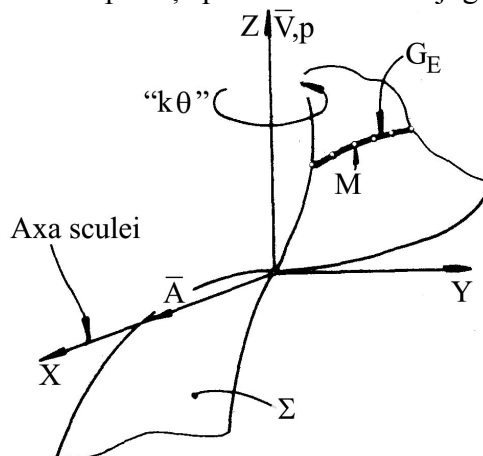


Figura. 3. 7. Axa sculei cilindro-frontale

În figura. 3. 7, sunt prezentate sistemele de referință și poziția relativă a axelor:

- $\vec{A}$  este axa sculei cilindro-frontale, perpendiculară pe axa  $\vec{V}$  a elicoidului;

- XYZ - sistemul de referință în care este definită suprafața elicoidală determinată punctiform.

Suprafața elicoidală se presupune cunoscută, în formă discretă, prin masivul

$$\Sigma = \left\{ \left\| \begin{matrix} X_1 & X_2 & \dots & X_n \\ Y_1 & Y_2 & \dots & Y_n \\ Z_1 & Z_2 & \dots & Z_n \end{matrix} \right\|^T \right\}_{k\theta} \quad (k=1,2,\dots,m), \quad (3.31)$$

în care:

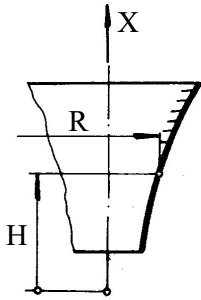


Figura. 3. 8. Secțiunea axială a sculei cilindro-frontale

- $(X_i, Y_i, Z_i)$  sunt coordonatele unui punct de pe suprafața elicoidală;
- "θ" este incrementul unghiular de rotație a generatoarei efective în jurul axei  $\vec{V}$ ;
- "n" este un număr natural, suficient de mare pentru a defini, riguros din punct de vedere tehnic, *generatoarea efectivă* a suprafeței elicoidale.

Conform metodei *distanței minime*, în planele

$$X = H \quad (H \text{ variabil}), \quad (3.32)$$

punctul de contact între suprafața elicoidală (3.31) și suprafața periferică primară a sculei cilindro-frontale este determinat, din totalitatea punctelor care aparțin masivului  $\Sigma$ , din condiția ca distanța

$$d_{\min} = \left| \sqrt{X_{i,k\theta}^2 + Y_{i,k\theta}^2} \right| \quad (3.33)$$

să fie minimă.

Profilul axial al sculei cilindro-frontale este dat de (3.34),

$$S_A : \begin{cases} R = d_{\min_{i,k\theta}}; \\ H = X_{i,k\theta}. \end{cases} \quad (3.34)$$

### 3.2. Crearea unor modele fictive ale suprafeței de generat, ca suprafețe țintă pentru profilarea sculelor generând prin rulare

#### 3.2.1. Algoritmi pentru modelarea profilării de corecție a sculelor care prelucrează prin metoda rulării

Ca și în cazurile anterior analizate, generarea prin înfășurare cu scule asociate unor axoide în rulare (scule de tip cuțit-roată sau scula-cremalieră) este însoțită de erori de generare ale căror cauze sunt nedeterminabile.

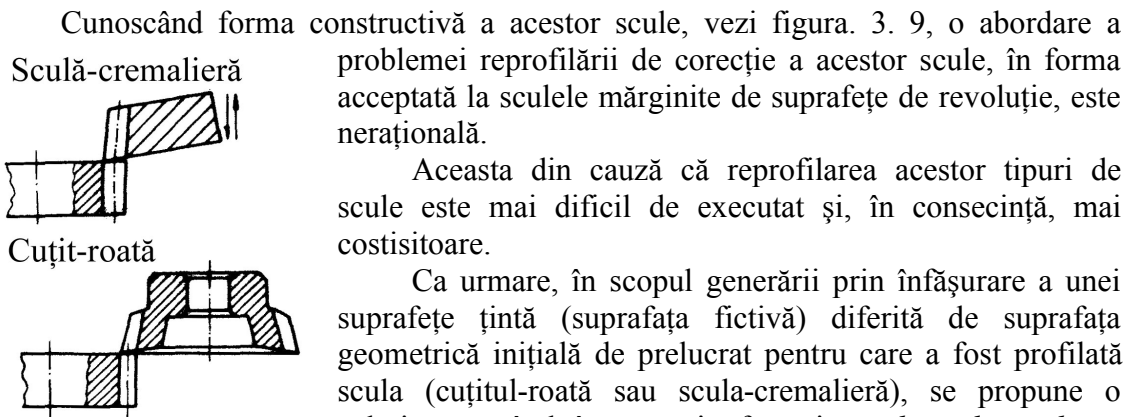


Figura. 3. 9. Cuțit-roată și scula-cremalieră

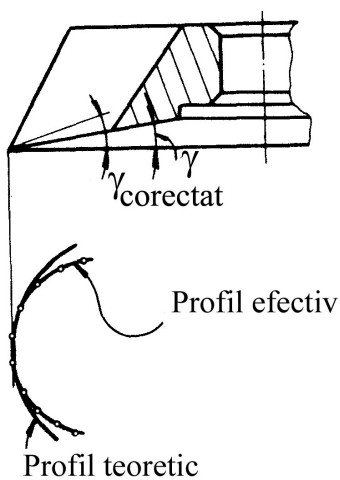


Figura. 3. 10. Realizarea profilului corectat

nemodificabile în timp).

• Algoritm pentru modelarea profilării de corecție a cuțitelor-roată

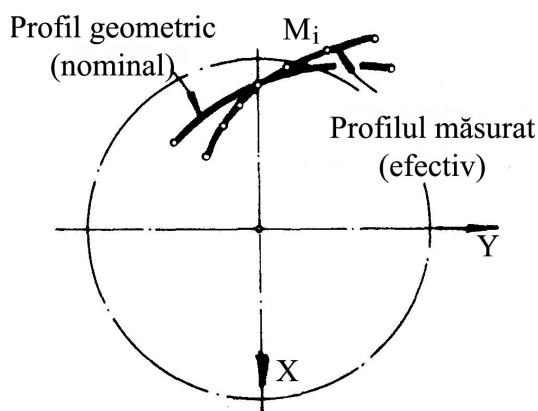


Figura. 3. 11. Profilurile efectiv și nominal

Cunoscând forma constructivă a acestor scule, vezi figura. 3. 9, o abordare a problemei reprofilării de corecție a acestor scule, în forma acceptată la sculele mărginite de suprafețe de revoluție, este nerațională.

Aceasta din cauză că reprofilarea acestor tipuri de scule este mai dificil de executat și, în consecință, mai costisitoare.

Ca urmare, în scopul generării prin înfășurare a unei suprafețe țintă (suprafața fictivă) diferită de suprafața geometrică inițială de prelucrat pentru care a fost profilată scula (cuțitul-roată sau scula-cremalieră), se propune o soluție constând în corecția formei *muchiei de așchiere efective* a sculei, prin modificarea suprafeței de degajare a acesteia, vezi figura. 3. 10.

Modificarea formei suprafeței de degajare se poate face prin reascuțirea sculei pentru un unghi de degajare diferit de cel inițial pentru care s-a proiectat scula, conducând la o muchie de așchiere efectivă - *profilul aproximat*.

În acest fel, se poate determina situația în care noua muchie de așchiere efectivă este suficient de apropiată de profilul sculei, reprojectat pentru generarea noii suprafețe țintă și, în consecință, poate fi aproximat cu acesta.

Este evident, nu în orice situație o astfel de rezolvare este posibilă. Totuși, o atare soluție este cea mai economică metodă de reprofilare de corecție a acestor tipuri de scule.

Un astfel de mod de a gândi această problemă a corecției are sens pentru o producție repetabilă, când condițiile în care are loc generarea sunt identice pentru toate semifabricatele supuse prelucrării cu aceeași sculă (sistem tehnologic, regim de lucru, condiții de lucru etc.

Suprafețele generate cu cuțitele-roată pot fi afectate de erori de generare ale căror cauze nu pot fi eliminate. Ca urmare, *suprafețele efective*, realizate în procesul de generare și a căror generatoare în plane transversale axei semifabricatului se pot măsura, pot fi cunoscute printr-o matrice ale cărei elemente sunt coordonatele punctelor efective de pe aceste generatoare, figura. 3. 11 și (3.35). În cele mai multe dintre situații, profilul efectiv nu coincide cu profilul nominal din cauze nedeterminabile.

$$\Sigma = \begin{pmatrix} X_1 & Y_1 \\ X_2 & Y_2 \\ \vdots & \vdots \\ Y_m & Y_m \end{pmatrix}. \quad (3.35)$$

În scopul îmbunătățirii preciziei generării, se propune realizarea de modificări ale profilurilor sculelor în funcție de forma efectivă a profilului generat, diferit de profilul geometric (teoretic), figura. 3. 12, în ipoteza că sistemul tehnologic, reacționând la fel, se ajunge la o suprafață efectivă mai apropiată de cea nominală (teoretică).

### Generatoarea fictivă

În ipoteza că procesul se va desfășura, la orice reluare a generării, în același mod, în sensul că erorile de generare se vor manifesta în același sens și vor avea aceleași valori, se propune introducerea noțiunii de *generatoare fictivă* obținută ca imaginea în oglindă a punctelor aparținând generatoarei efective în raport cu *generatoarea nominală* (teoretică), figura. 3. 12.

Astfel, construcția generatoarei fictive se face în felul următor.

Se construiește normala în punctul  $M_i$  al generatoarei efective, cunoscute fiind două puncte succesive în lungul acesteia,

$$M_i^e = \begin{Bmatrix} X_i^e \\ Y_i^e \end{Bmatrix} \quad (3.36)$$

și

$$M_{i+1}^e = \begin{Bmatrix} X_{i+1}^e \\ Y_{i+1}^e \end{Bmatrix}, \quad (3.37)$$

de ecuație

$$(X - X_i^e)N_x + (Y - Y_i^e)N_y = 0, \quad (3.38)$$

în care  $N_x$  și  $N_y$  sunt parametrii directorii ai normalei, cu

$$\operatorname{tg} \alpha_i = \frac{|Y_{i+1}^e - Y_i^e|}{|X_{i+1}^e - X_i^e|} \text{ și } N_x = \cos \alpha_i, N_y = \sin \alpha_i. \quad (3.39)$$

Se intersectează normala (3.38) - normala în punctul  $M_i$  la generatoarea efectivă - cu generatoarea nominală (teoretică) cunoscută analitic prin ecuațiile:

$$X=X(u), Y=Y(u), u - \text{variabil}, \quad (3.40)$$

obținându-se coordonatele punctului  $M_i^n$  pe această generatoare nominală,

$$M_i^n = \{X_i^n \quad Y_i^n\}. \quad (3.41)$$

Se calculează distanța “ $\delta$ ” între  $M_i^e$  și  $M_i^n$ ,

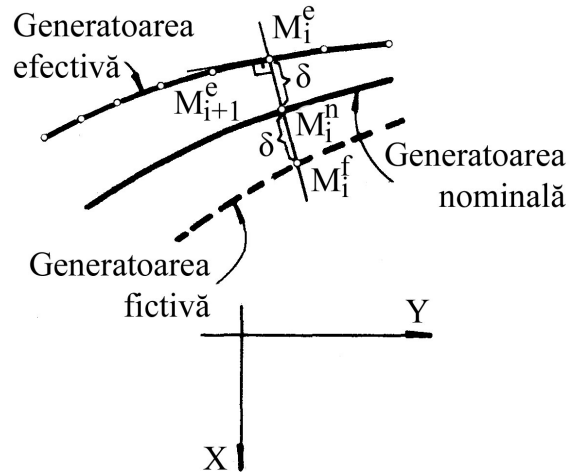


Figura. 3. 12. Generatoarea fictivă

$$\delta = \left| \sqrt{(X_i^n - X_i^e)^2 + (Y_i^n - Y_i^e)^2} \right|. \quad (3.42)$$

Se determină coordonatele punctului curent de pe generatoarea fictivă,

$$M_i^f : \begin{cases} X_i^f = X_i^n + \delta \cos \alpha_i; \\ Y_i^f = Y_i^n + \delta \sin \alpha_i. \end{cases} \quad (3.43)$$

Ansamblul punctelor  $M_i^f$  determină generatoarea fictivă pe baza căreia se va determina *profilul corectat* al sculei de tip cuțit-roată.

### Modelarea profilării de corecție a sculei de tip cuțit-roată prin metoda tangentelor

Dacă se acceptă forma de exprimare a generatoarei fictive a sculei de tip roată în forma (3.44)

$$G^F = \begin{Bmatrix} X_1^F & X_2^F & \dots & X_m^F \\ Y_1^F & Y_2^F & \dots & Y_m^F \end{Bmatrix}^T \quad (3.44)$$

în baza metodei tangentelor, se definește familia de profiluri exprimate în formă discretă, în sistemul de referință al cuțitului-roată, pentru  $\varphi = 0$ ,

$$\begin{Bmatrix} \xi \\ \eta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \cos \varphi_2 & -\sin \varphi_2 \\ \sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 \\ \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} X_i^F \cos \varphi - Y_i^F \sin \varphi \\ X_i^F \sin \varphi + Y_i^F \cos \varphi \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -A_{12} \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (3.45)$$

$i = 1, 2, 3, \dots, m$ .

După dezvoltare, rezultă:

$$\begin{cases} \xi = X_i^F \cos(\varphi_1 + \varphi_2) - Y_i^F \sin(\varphi_1 + \varphi_2) + A_{12} \cos \varphi_2; \\ \eta = X_i^F \sin(\varphi_1 + \varphi_2) + Y_i^F \cos(\varphi_1 + \varphi_2) + A_{12} \sin \varphi_2. \end{cases} \quad (3.46)$$

Condiția de înfășurare specifică,

$$\left[ (i+1) \cdot Y_i^F - i \cdot A_{12} \cdot \sin \varphi_1 \right] \cdot \sin \beta_i^F + \left[ (i+1) \cdot X_i^F + i \cdot A_{12} \cdot \cos \varphi_1 \right] \cdot \cos \beta_i^F = 0, \quad (3.47)$$

cu definiția

$$\beta_i^F = \arctg \left[ \frac{Y_{i+1}^F - Y_i^F}{X_{i+1}^F - X_i^F} \right] \quad (3.48)$$

în care,  $X_i^F, Y_i^F, X_{i+1}^F, Y_{i+1}^F$  sunt coordonate ale matricei generatoarei fictive  $G^F$ .

### Modelarea profilării de corecție a sculei de tip cuțit-roată prin metoda distanței minime

Profilarea cuțitului-roată se face acceptând că generatoarea fictivă este descrisă de o matrice de forma (3.44).

În baza teoremelor *metodei distanței minime*, vezi figura. 3. 13, se determină familia de generatoare fictive, în sistemul de referință al sculei, pornind de la mișcarea relativă:

$$\xi = \omega_3(-\varphi_2) [\omega_3^T(k\varphi_1)X - a]; \quad (3.49)$$

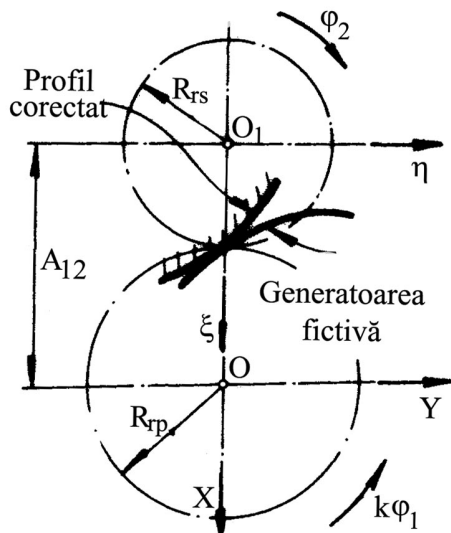


Figura. 3. 13. Sisteme de referință

unde

$$a = \begin{pmatrix} -A_{12} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \text{ și } \varphi_2 = \frac{R_{rp}}{R_{rs}} k \varphi_1; \quad (3.50)$$

și

- X - matricea formată cu coordonatele generatoarei fictive;
- $\varphi_1$  - incrementul unghiular al mișcării de rotație.

Familia generatoarelor fictive se exprimă printr-o matrice de forma

$$(G)_{k\varphi_1} = \left\{ \begin{matrix} \xi_1 & \xi_2 & \dots & \xi_m \\ \eta_1 & \eta_2 & \dots & \eta_m \end{matrix} \right\}_{k\varphi_1} \quad (3.51)$$

( $k=1,2,\dots, n$ ).

Condiția de înfășurare asociată familiei  $(G)_{k\varphi_1}$  este

$$d_{\min} = \sqrt{\left[ \xi_{i,k\varphi_1} - R_{rs} \cos(k\varphi_1) \right]^2 + \left[ \eta_{i,k\varphi_1} - R_{rs} \sin(k\varphi_1) \right]^2}. \quad (3.52)$$

Punctele  $(\xi_{i,k\varphi_1}, \eta_{i,k\varphi_1})$  sunt preluate din masivul (3.51).

Totalitatea punctelor aparținând masivului (3.51) care verifică condiția distanței minime (3.52) reprezintă profilul corectat al sculei, în scopul diminuării erorii de generare a suprafeței prelucrate.

### Profilul aproximat

Facem observația că, în condițiile propuse, profilul corectat este un profil ideal.

Forma constructivă a sculei de tip cuțit-roată precum și posibilitățile de reascuțire ale acesteia nu fac posibilă realizarea unui profil generator identic cu profilul corectat, anterior determinat.

Acceptăm că cea mai economică modalitate de corecție a profilului sculei este modificarea unghiului de degajare al acesteia, figura. 3. 14.

În acest fel, prin modificarea unghiului  $\gamma$ , profilul efectiv după reascuțire se modifică putând, în anumite condiții (mărime a unghiului  $\gamma$ ), să fie mai apropiat de profilul corectat al sculei (3.46), (3.47) sau (3.51), (3.52).

Evident, trebuie acceptată o marjă de eroare a profilului aproximat (efectiv, după ascuțire) în raport cu ceea ce s-a convenit a numi profil corectat.

Profilul efectiv după ascuțire (reascuțire) rezultă ca intersecție între suprafața de așezare a sculei și suprafața conică ce reprezintă suprafața de degajare a acesteia, figura. 3. 14.

Se presupune cunoscut profilul teoretic (corespunzător generatoarei geometrice a suprafeței de prelucrat),  $P_T$ , determinat printr-una din metodele cunoscute.

Suprafața de așezare se consideră ca fiind o suprafață riglată determinată de dreapta  $\Delta a$  care se sprijină cu un punct al său pe curba  $P_T$  a profilului teoretic al sculei, figura. 3. 14.

Se acceptă, pentru profilul teoretic  $P_T$ , o exprimare de forma



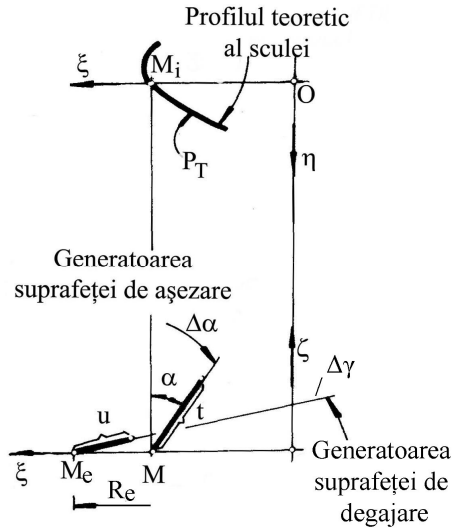


Figura. 3. 14. Suprafața de așezare

$$P_T = \left\| \begin{matrix} \xi_1^T & \xi_2^T & \cdots & \xi_n^T \\ \eta_1^T & \eta_2^T & \cdots & \eta_n^T \end{matrix} \right\|^T \quad (3.53)$$

Suprafața de așezare cu generatoarele ( $\Delta\alpha$ ) are ecuațiile parametrice, vezi (3.54),

$$(\Delta\alpha): \begin{cases} \xi = \xi_i + t \sin \alpha; \\ \eta = \eta_i; \\ \zeta = t \sin \alpha, \end{cases} \quad (3.54)$$

cu punctele  $\xi_i, \eta_i$  aparținând directoarei  $P_T$ , vezi (3.53) și  $t$  variabila continuă.

Suprafața de degajare este o suprafață conică de revoluție, generată de generatoarea rectilinie  $\Delta\gamma$  corespunzătoare punctului  $M_e$  aflat la raza  $R_e$  pe profil (raza maximă a profilului  $P_T$  în raport cu axa de simetrie a cuțitului-roată).

Ecuațiile generatoarei suprafeței de degajare sunt, vezi (3.55),

$$\Delta\gamma: \begin{cases} \xi = R_e - u \cos \gamma; \\ \eta = 0; \\ \zeta = u \sin \gamma. \end{cases} \quad (3.55)$$

Prin rotirea în jurul axei  $\zeta$  a generatoarei  $\Delta\gamma$ , vezi (3.56),

$$\begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_e - u \cos \gamma \\ 0 \\ u \sin \gamma \end{pmatrix}, \quad (3.56)$$

se generează suprafața conică de revoluție, de ecuații, vezi (3.57),

$$S_\gamma: \begin{cases} \xi = (R_e - u \cos \gamma) \cos \varphi; \\ \eta = (R_e - u \cos \gamma) \sin \varphi; \\ \zeta = u \sin \gamma, \end{cases} \quad (3.57)$$

reprezentând suprafața de degajare a cuțitului-roată.

Intersecția între suprafețele (3.54) și (3.57) reprezintă profilul geometric (teoretic) al cuțitului-roată,  $P_T$ , figura. 3. 15,

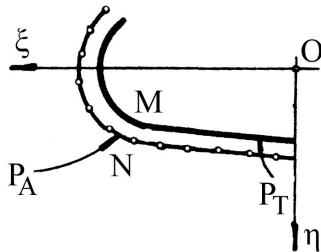


Figura. 3. 15. Profilul teoretic al cuțitului-roată

$$P_T: \begin{cases} (R_e - u \cos \gamma)^2 = (\xi_i + t \sin \alpha)^2 + \eta_i^2; \\ t = \frac{u \sin \gamma}{\cos \alpha}; \\ \varphi = \arcsin \left( \frac{R_e - u \cos \gamma}{\eta_i} \right). \end{cases} \quad (3.58)$$

Pentru diferite mărimi ale parametrului “ $\gamma$ ”, se pot obține diferite forme ale profilului aproximat după reascuțirea sculei. Se acceptă acel profil,  $P_A$ , care este cel mai apropiat de profilul corectat al sculei (3.46), (3.47) sau (3.51), (3.52).

Pentru un număr suficient de mare de puncte prin care sunt descrise cele două profile, corectat -  $P_C$  și aproximat după ascuțire -  $P_A$ , se poate defini o poziție relativă între acestea.

Pentru punctul  $M$  aparținând profilului  $P_T$ ,  $M = \{\xi_i^T \quad \eta_i^T\}$ , se calculează distanțele la punctele profilului  $P_A$ ,  $N = \{\xi_j^A \quad \eta_j^A\}$ , cu relația

$$\delta = \left| \sqrt{(\xi_i^T - \xi_j^A)^2 + (\eta_i^T - \eta_j^A)^2} \right| \quad (i = 1, 2, \dots, n), (j = 1, 2, \dots, n). \quad (3.59)$$

Valoarea minimă a distanței (3.59) reprezintă, pentru punctele  $M$  și  $N$ , o mărime comparabilă cu distanța măsurată pe normala la una dintre curbe, între  $P_T$  și  $P_A$ .

Se limitează valorile  $\delta$ , prin variația unghiului  $\gamma$ , la o valoare acceptată, suficient de mică, pentru a considera că cele două curbe  $P_T$  și  $P_A$  sunt foarte apropiate (identice din punct de vedere tehnic).

#### • Algoritm pentru modelarea profilării de corecție a sculei - cremalieră

În mod similar, se dezvoltă, în cele ce urmează, un algoritm specific pentru profilarea de corecție a sculei-cremalieră.

Cunoscând legitățile pentru determinarea profilului (suprafața periferică primară) sculei-cremalieră pornind de la generatoarea nominală a suprafeței de generat și definind, de asemenea, *generatoarea fictivă* a suprafeței ca noua suprafață țintă, se construiește un masiv de tipul (3.35), vezi și figura. 3. 16.

Se propune un algoritm, în baza metodei tangentelor aplicată generatoarei fictive a noii suprafețe țintă. Astfel, familia de generatoare fictive este dată de :

$$\left\| \begin{matrix} \xi \\ \eta \end{matrix} \right\| = \left\| \begin{matrix} \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 \\ \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 \end{matrix} \right\| \cdot \left\| \begin{matrix} X_i^F \\ Y_i^F \end{matrix} \right\| - \left\| \begin{matrix} -R_{rp} \\ -R_{rp} \cdot \varphi_1 \end{matrix} \right\|, (i = 1, 2, \dots, m). \quad (3.60)$$

După dezvoltare, rezultă:

$$\begin{cases} \xi = X_i^F \cdot \cos \varphi_1 - Y_i^F \cdot \sin \varphi_1 + R_{rp}; \\ \eta = X_i^F \cdot \sin \varphi_1 + Y_i^F \cdot \cos \varphi_1 + R_{rp} \cdot \varphi_1. \end{cases} \quad (3.61)$$

Ecuatiile (3.60), (3.61) reprezintă modelul familiei de generatoare fictive în sistemul de referință al sculei-cremalieră, vezi și figura. 3. 16.

Condiția de înfășurare specifică este:

$$\left[ Y_i^F - R_{rp} \cdot \sin \varphi_1 \right] \cdot \sin \beta_i^F - \left[ -X_i^F - R_{rp} \cdot \cos \varphi_1 \right] \cdot \cos \beta_i^F = 0. \quad (3.62)$$

în care  $X_i^F$ ,  $Y_i^F$  sunt coordonate ale matricei reprezentând generatoarea fictivă, iar  $\beta_i^F$  are exprimarea (3.48). Ansamblul ecuațiilor (3.61), (3.62) reprezintă profilul corectat al sculei-cremalieră.

În scopul verificării algoritmului propus în baza metodei tangentelor, se propune utilizarea unui algoritm dezvoltat în baza metodei “distanței minime”.

Se determină familia de generatoare fictive în sistemul de referință al sculei în mișcarea:

$$\xi = \omega_3^T (k\varphi) X - a; \quad (3.63)$$

$X$  este un vector de tipul (3.35);

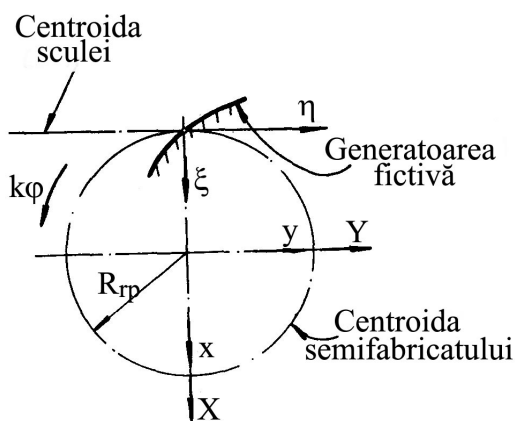


Figura. 3. 16. Sisteme de referință

$$a = \begin{Bmatrix} -R_{rp} \\ -R_{rp} k\phi \end{Bmatrix} \quad (k=1, 2, \dots, n); \quad (3.64)$$

$\phi$  - incrementul unghiular al mișcării de rotație.

Familia generatoarelor fictive se exprimă printr-un masiv de forma

$$(G)_{k\phi} = \left\{ \begin{Bmatrix} \xi_1 & \xi_2 & \dots & \xi_m \\ \eta_1 & \eta_2 & \dots & \eta_m \end{Bmatrix} \right\}_{k\phi} \quad (3.65)$$

( $k = 1, 2, \dots, n$ ).

Condiția de înfășurare specifică, asociată familiei  $(G)_{k\phi}$ , este

$$d_{\min} = \left| \sqrt{\xi_i^2 + (\eta_i - R_{rp} k\phi)^2} \right| \quad (3.66)$$

( $i = 1, 2, \dots, m$ ) ( $k = 1, 2, \dots, n$ )

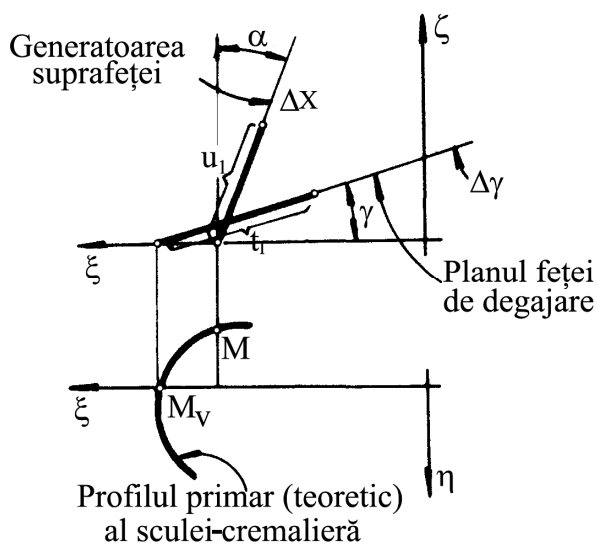


Figura. 3. 17. Profil teoretic al sculei - $P_T$

Așa cum este cunoscut, totalitatea punctelor aparținând masivului (3.65), care satisfac pentru aceeași poziție de rulare, condiția de minim a distanței (3.66), reprezintă profilul corectat al sculei.

Și în acest caz, profilul corectat, determinat de (3.61), (3.62) și similar (3.65), (3.66) este un profil ideal.

Muchia efectivă de așchiere a sculei-cremalieră rezultă din intersecția suprafeței de degajare (în cele mai multe cazuri realizată ca o suprafață plană) cu suprafața de așezare (realizată ca o suprafață cilindrică), figura. 3. 17.

### Profilul aproximat

Profilul primar (teoretic) al sculei-cremalieră are o exprimare de forma

$$P_T = \begin{Bmatrix} \xi_{T_1} & \xi_{T_2} & \dots & \xi_{T_i} & \dots & \xi_{T_n} \\ \eta_{T_1} & \eta_{T_2} & \dots & \eta_{T_i} & \dots & \eta_{T_n} \end{Bmatrix}^T \quad (3.67)$$

Pentru punctul curent de pe profilul teoretic al sculei, familia generatoarelor suprafeței de așezare are ecuațiile:

$$(\Delta\alpha) \begin{cases} \xi = \xi_{Ti} - u_1 \sin \alpha; \\ \eta = \eta_{Ti}; \\ \zeta = u_1 \cos \alpha, \quad (i = 1, 2, \dots, n); \end{cases} \quad (3.68)$$

în care:

- $[\xi_{Ti}, \eta_{Ti}]$  sunt coordonatele profilului curent al suprafeței periferice primare al sculei în planul  $\xi\eta$ ;
- $u_1$  este parametrul variabil.

Suprafața de degajare a sculei-cremalieră se definește ca fiind planul care, trecând prin punctul de coordonate  $(\xi_v, \eta_v)$  al profilului  $P_T$ , figura. 3. 17, formează cu planul  $\zeta\eta$  al sistemului de referință, unghiul  $\gamma$ , vezi (3.69):

$$S_\gamma \begin{cases} \xi = \xi_v - t_1 \cos \gamma; \\ \eta = \eta_v; \\ \zeta = t_1 \sin \gamma; \end{cases} \quad (3.69)$$

În (3.69), s-au definit:

- punctul  $[\xi_v, \eta_v]$  reprezintă punctul de pe profilul teoretic cu cea mai mare valoare a abscisei  $\xi$ , din (3.67);
- $t_1$  - parametru variabil.

Intersecția familiei de generatoare a suprafeței de așezare  $(\Delta\alpha)$  (3.68) cu planul suprafeței de degajare (3.69) reprezintă profilul efectiv al muchiei de așchiere a sculei, în planul  $\xi\eta$  -  $P_A$  figura. 3. 18., - *profilul*

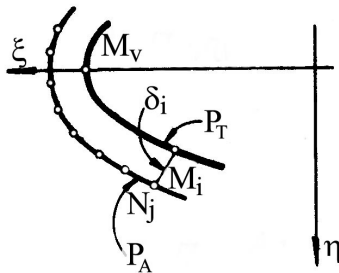


Figura. 3. 18. Profilul efectiv al muchiei de așchiere (profilul aproximativ)

$$P_A : \begin{cases} \xi = \xi_v - \frac{\xi_v - \xi_t}{(\cos \alpha - \sin \gamma \operatorname{tg} \alpha)} \cos \gamma; \\ \eta = \eta_t. \end{cases} \quad (3.70)$$

Ecuatiile (3.70) conduc la o exprimare a profilului aproximativ,  $P_A$ , în forma

$$P_A = \left\| \begin{matrix} \xi_{A_1} & \xi_{A_2} & \cdots & \xi_{A_j} & \cdots & \xi_{A_n} \\ \eta_{A_1} & \eta_{A_2} & \cdots & \eta_{A_j} & \cdots & \eta_{A_n} \end{matrix} \right\|^T \quad (3.71)$$

Pentru un număr suficient de mare de puncte cu care sunt descrise cele două profile, *corectat* -  $P_T$  și *aproximat* -  $P_A$ , se poate defini o poziție relativă între acestea.

Se calculează distanțele

$$\delta_{i,j} = \left| \sqrt{(\xi_{A_j} - \xi_{T_i})^2 - (\eta_{A_j} - \eta_{T_i})^2} \right|, i = 1, 2, \dots, n \text{ și } j = 1, 2, \dots, m. \quad (3.72)$$

Valorile minime ale distanțelor (3.72) reprezintă, pentru punctele  $M_i$  și  $N_j$ , o mărime comparabilă cu distanța măsurată pe normala la una dintre curbe între  $P_T$  și  $P_A$ .

Se limitează valorile  $\delta_{i,j}$ , astfel determinate, la o valoare suficient de mică, pentru a putea accepta că, din punct de vedere tehnic, cele două profile  $P_T$  și  $P_A$  sunt identice.

Valoarea unghiului  $\gamma$  pentru care  $P_T$  și  $P_A$  sunt apropiate reprezintă unghiul de degajare al sculei-cremalieră cu profilul corectat.

Tabelul 3. 1. Generatoarea fictivă  $G^F$

Nr.crt.	$X_F$ [mm]	$Y_F$ [mm]
1	-10.00000	0.00000
2	-10.00017	0.01000
3	-10.00035	0.02000
4	-10.00052	0.03000
5	-10.00070	0.03999
6	-10.00087	0.04999
7	-10.00105	0.05999
8	-10.00122	0.06999
9	-10.00140	0.07999
10	-10.00157	0.08999
...	...	...
991	-10.17278	9.89849
992	-10.17295	9.90849
993	-10.17313	9.91849
994	-10.17330	9.92849
995	-10.17348	9.93849
996	-10.17365	9.94848
997	-10.17383	9.95848
998	-10.17400	9.96848
999	-10.17418	9.97848
1000	-10.17435	9.98848

### 3.2.2. Aplicații

- Modelarea profilării de corecție a sculei-cremalieră pentru generarea unui arbore cu secțiunea transversală pătrată

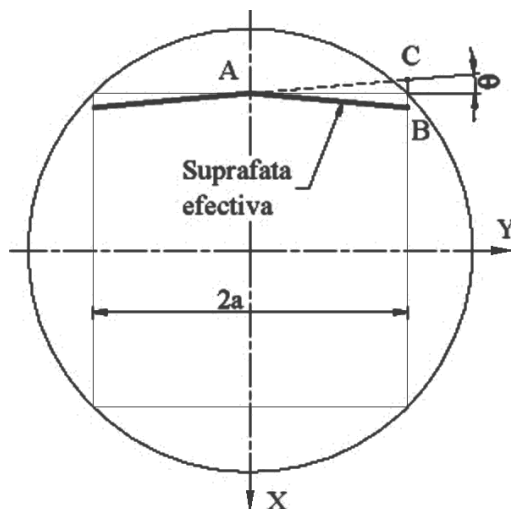


Figura. 3. 19. Suprafețele efectivă și fictivă

- $a = 10\text{mm}$  - jumătate din latura pătratului;
- $\alpha = 6^\circ$  - unghiul de așezare al cuțitului pieptene;
- $\gamma = 0^\circ$  - unghiul de degajare al cuțitului pieptene,

Se consideră un „model” al suprafeței efective, figura. 3. 19, zona AB, care suplinește profilul efectiv măsurat, pentru care se propune un model al generatoarei fictive, zona AC, de forma:

$$X = -a - u \cdot \sin \theta; \quad (3.73)$$

$$Y = u \cdot \cos \theta,$$

care, pentru  $u$  – variabil, determină o generatoare fictivă  $G^F$ , ale cărei coordonate, pentru  $\theta = 1^\circ$ , sunt prezentate în tabelul 3. 1. În baza generatoarei fictive a suprafeței generate, se profilează scula-cremalieră, în condițiile:

obținându-se ceea ce numim profilul corectat al sculei (scula care corespunde noii ținte – profilul fictiv,  $G^F$ )

În tabelul 3. 2 și figura. 3. 20, se prezintă:

- profilul corectat al sculei-cremalieră ( $\alpha = 6^\circ$ ;  $\gamma = 0^\circ$ );
- profilul aproximat ( $\alpha = 6^\circ$ ;  $\gamma = 15^\circ$ );
- limite ale câmpului de toleranță în lungul profilului corectat.

Tabelul 3. 2. Profil corectat, profiluri limită și profil aproximat

Profil corectat		Profil limită superior		Profil limită inferior		Profil aproximat	
$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]	$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]	$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]	$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]
4.139375	0.14903	4.439046	0.16709	3.839262	0.150965	4.142131	0.012929
4.139154	0.159028	4.434394	0.339964	3.834702	0.320734	4.139196	0.323197
4.134548	0.330349	4.434021	0.351468	3.834434	0.32922	4.134611	0.517051
4.134228	0.340344	4.427239	0.53417	3.827769	0.508945	4.13423	0.529971
4.127504	0.521558	4.426748	0.545735	3.827419	0.517362	4.127389	0.723727
4.127083	0.531549	4.418577	0.718245	3.81939	0.687027	4.126857	0.73664
4.118984	0.702636	4.417972	0.729784	3.818955	0.695461	4.119096	0.904453
4.118463	0.712622	4.408092	0.902152	3.809247	0.864943	4.118433	0.917357
4.10867	0.883547	4.407373	0.913663	3.808726	0.873393	4.108964	1.085042
...	...	...	...	...	...	...	...
0.244982	10.60904	0.528805	10.74409	0.088597	10.33639	0.242919	10.73654
0.23815	10.61634	0.464068	10.81398	0.025896	10.40409	0.235691	10.74428
0.174434	10.68382	0.456278	10.8223	0.020023	10.41038	0.177809	10.80572
0.167529	10.69105	0.391459	10.89094	-0.04259	10.4767	0.163322	10.82095
0.096859	10.76437	0.383525	10.89925	-0.04847	10.48286	0.098058	10.88884
0.089883	10.77154	0.311803	10.97365	-0.11808	10.55509	0.0908	10.89631
0.019113	10.84338	0.239001	11.04771	-0.18668	10.62486	0.010893	10.97766
-0.05166	10.91381	0.16617	11.12033	-0.25526	10.69325	-0.05456	11.043
-0.11524	10.97587	0.157895	11.12849	-0.26122	10.69913	-0.11276	11.10013

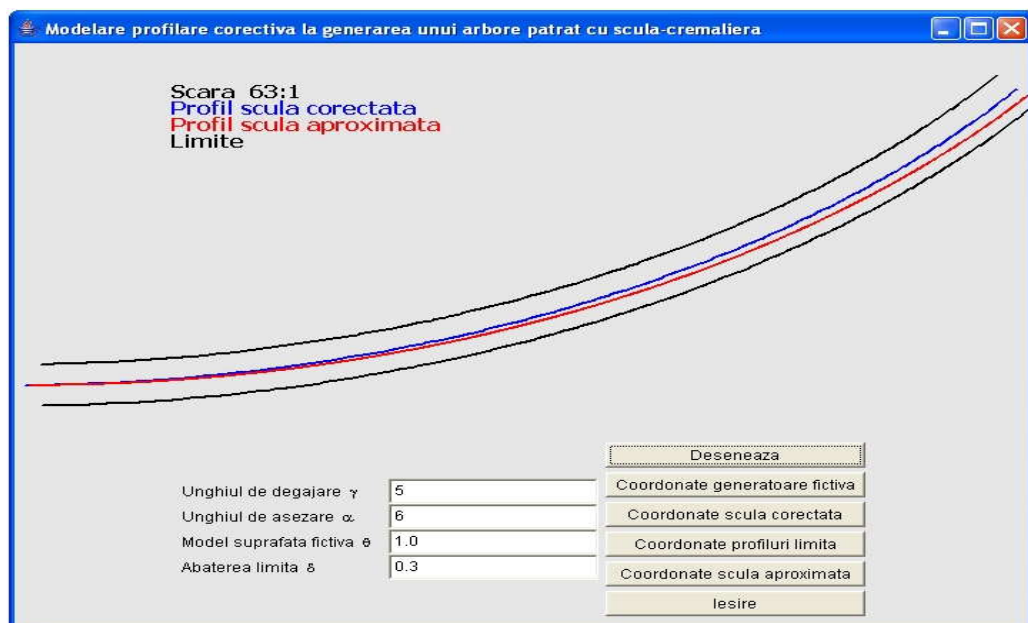


Figura. 3. 20. Profilurile „corectat”, „aproximat” și „limită” pentru scula-cremalieră

„Limitele” câmpului de toleranță, pentru o abatere echidistantă se modelează cu relațiile:

$$\begin{aligned}\xi &= \xi_e \mp \delta \cdot \cos \beta_i; \\ \eta &= \eta_e \pm \delta \cdot \sin \beta_i;\end{aligned}\tag{3.74}$$

$$\beta_i = \arctg \left| \frac{\xi_{e_{i+1}} - \xi_{e_i}}{\eta_{e_{i+1}} - \eta_{e_i}} \right|,\tag{3.75}$$

unde  $\delta$  este mărimea abaterii acceptate.

În figura. 3. 21, și tabelul 3. 3, sunt prezentate forme și coordonate ale unor profiluri approximate ale sculei-cremalieră, obținute conform metodologiei anterior prezentate, pentru mărimi inacceptabile ale unghiului de degajare.

*Tabelul 3. 3. Profil corectat, profiluri limită și profil aproximat, valori inacceptabile*

Profil corectat		Profil limită superior		Profil limită inferior		Profil aproximat	
$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]	$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]	$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]	$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]
4.142281	-0.02236	4.23935	0.151235	4.039399	0.146825	4.142131	0.012929
4.139375	0.14903	4.239118	0.161715	4.03919	0.15634	4.139263	0.323197
4.139154	0.159028	4.234497	0.333554	4.0346	0.327144	4.134782	0.517051
4.134548	0.330349	4.234159	0.344052	4.034297	0.336636	4.13441	0.529971
4.134228	0.340344	4.227415	0.525762	4.027592	0.517353	4.127724	0.723727
4.127504	0.521558	4.226971	0.536278	4.027195	0.52682	4.127205	0.73664
4.127083	0.531549	4.218848	0.707839	4.019119	0.697433	4.119621	0.904453
4.118984	0.702636	4.2183	0.718343	4.018627	0.706902	4.118973	0.917357
4.118463	0.712622	4.208477	0.889749	4.008862	0.877346	4.109719	1.085042
...	...	...	...	...	...	...	...
0.174434	10.68382	0.310859	10.68499	0.165441	10.54769	0.331742	10.73654
0.167529	10.69105	0.246775	10.75286	0.102092	10.61478	0.324679	10.74428
0.096859	10.76437	0.239528	10.76045	0.095531	10.62166	0.268115	10.80572
0.089883	10.77154	0.168507	10.83413	0.025212	10.69461	0.253958	10.82095
0.026161	10.83628	0.161156	10.84168	0.01861	10.70139	0.190181	10.88884
0.019113	10.84338	0.097108	10.90676	-0.04479	10.76581	0.183088	10.89631
-0.04454	10.90679	0.089684	10.91423	-0.05146	10.77253	0.105001	10.97766
-0.05166	10.91381	0.025693	10.97797	-0.11478	10.83561	0.033936	11.05019
-0.11524	10.97587	0.01819	10.98537	-0.12152	10.84225	-0.01583	11.10013

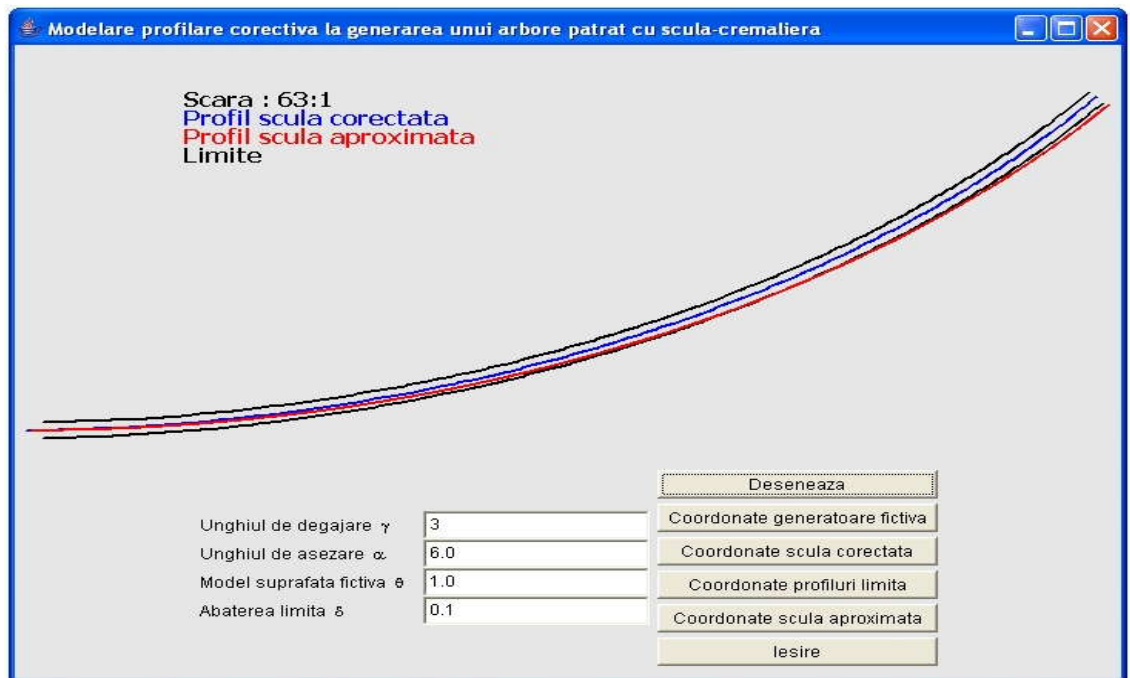


Figura. 3. 21. Profilurile „corectat”, „aproximat” și „limită” pentru scula-cremalieră, valori inacceptabile

Notă: Metodica propusă permite corecția profilului efectiv al sculei-cremalieră. Abaterile acceptate în casetele de dialog ale appleturilor prezentate au valori doar pentru ilustrarea grafică a profilurilor prezentate. Evident, valori extreme ale mărimii unghiului de degajare pot modela forme inacceptabile ale profilului aproximat al sculei-cremalieră.

### Modelarea profilării de corecție a sculei cilindro-frontale pentru generarea suprafeței elicoidale cu generatoare circulară în plan frontal

Se propune, în cele ce urmează, un exemplu de aplicare a algoritmului prezentat la generarea cu scula cilindro-frontală a suprafeței elicoidale. Modelul generatoarei efective a suprafeței este descris de ecuațiile (3.76), vezi și figura. 3. 1, din cadrul acestui raport:

$$G^E \begin{cases} X = R - (r + a \cdot v) \cdot \cos v; \\ Y = R - (r + a \cdot v) \cdot \cos v; \\ Z = 0, \end{cases} \quad (3.76)$$

cu  $v$  - parametru variabil și  $a$  parametrul spiralei.

Dacă se acceptă pentru modelul suprafeței efective (modelul suprafeței măsurate) o suprafață de tipul (3.76), se poate determina, conform algoritmului, vezi figura. 3. 11 și figura. 3. 12, o generatoare fictivă,  $G^F$ .

Pentru acest caz particular, modelul generatoarei fictive  $G^F$  are forma:

$$G^E \begin{cases} X = R - (r - a_1 \cdot v) \cdot \cos v; \\ Y = R - (r - a_1 \cdot v) \cdot \cos v; \\ Z = 0. \end{cases} \quad (3.77)$$

De asemenea, se poate considera, într-o primă aproximație,  $a_1 = a$ .



Suprafața elicoidală fictivă se generează în mișcarea elicoidală a generatoarei fictive, anterior determinate, în jurul axei  $\vec{V}$  și de parametru elicoidal  $p=P_E/2\pi$ .

Pentru un exemplu concret, în care se definesc  $r = 10mm$ ,  $R = 50mm$ ,  $p = 50mm$ , se determină matricea coordonatelor generatoarei teoretice, având ca elemente coordonatele prezentate în tabelul 3. 4.

Tabelul 3. 4. Generatoarea teoretică

Nr. crt.	X [mm]	Y [mm]
1.	40.00000	0.00000
2.	40.00057	0.10685
3.	40.00228	0.21370
4.	40.00514	0.32052
5.	40.00913	0.42730
6.	40.01427	0.53403
...	...	...
44.	41.03719	4.43486
45.	41.08509	4.53038
46.	41.13401	4.62538
47.	41.18394	4.71986
48.	41.23487	4.81379
49.	41.28681	4.90718
50.	41.03719	4.43486

Tabelul 3. 5. Generatoarea efectivă

Nr. crt.	X [mm]	Y [mm]
1.	40.00000	0.00000
2.	39.99972	0.10686
3.	40.00057	0.21373
4.	40.00257	0.32060
5.	40.00572	0.42744
6.	40.01000	0.53426
...	...	...
44.	41.00424	4.45116
45.	41.05156	4.54742
46.	41.09990	4.64318
47.	41.14927	4.73842
48.	41.19966	4.83313
49.	41.25106	4.92731
50.	41.00424	4.45116

Tabelul 3. 6. Generatoarea fictivă

Nr. crt.	X [mm]	Y [mm]
1.	40.00000	0.00000
2.	40.00143	0.10685
3.	40.00399	0.21366
4.	40.00770	0.32043
5.	40.01255	0.42715
6.	40.01854	0.53380
...	...	...
44.	41.07013	4.41856
45.	41.11862	4.51334
46.	41.16811	4.60759
47.	41.21861	4.70130
48.	41.27009	4.79445
49.	41.32257	4.88704
50.	41.07013	4.41856

Se acceptă, ca model care simulează o eroare de generare, o suprafață cu aceeași parametri dimensionali avînd secțiunea transversală (3.76).

Pentru  $a = 0.08 \text{ mm}$ , în tabelul 3. 5, se prezintă coordonatele generatoarei efective (corespondentul generatoarei „măsurată”, în acest caz, modelată). În baza algoritmului anterior prezentat, se determină o generatoare fictivă, pornind de la generatoarea măsurată (tabelul 3. 5), ale cărei coordonate sunt prezentate în tabelul 3. 6.

În figura. 3. 22, sunt prezentate generatoarele teoretică, modelată (măsurată) și fictivă pentru cazul analizat.

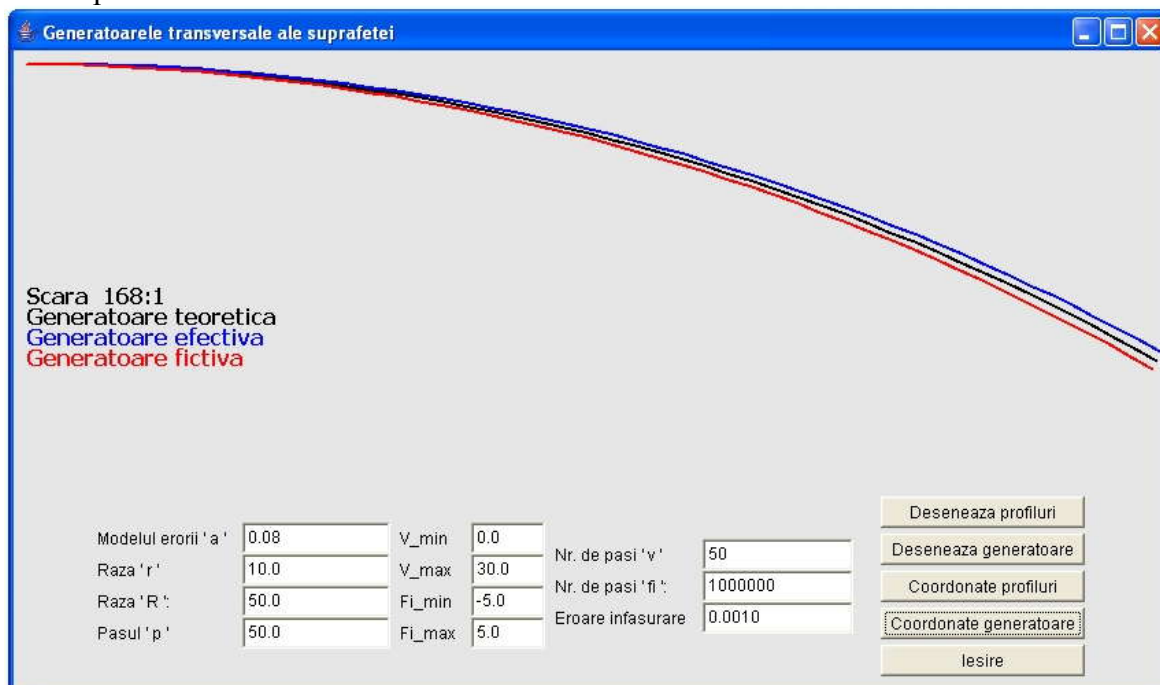


Figura. 3. 22. Forma și dimensiunile generatoarelor transversale ale suprafeței elicoidale

De asemenea, în tabelul 3. 7 și figura. 3. 23, sunt prezentate coordonatele și forma secțiunilor transversale pentru scula cilindro-frontală teoretică și corectată în baza algoritmului propus.

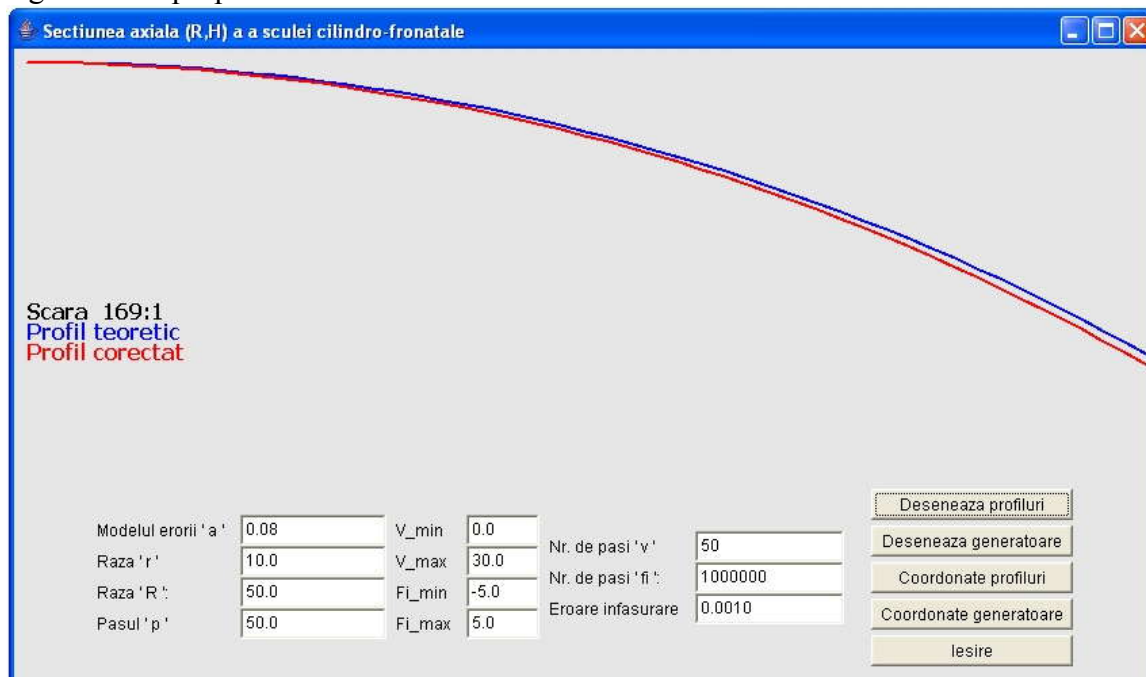


Figura. 3. 23. Forma și dimensiunile secțiunilor axiale ale sculei cilindro-frontale, profilurile teoretic și corectat

Tabelul 3. 7. Coordonatele profilurilor axiale, teoretic și corectat, ale sculei cilindro-frontale

Nr. crt.	Profilul teoretic		Profilul corectat	
	H <sub>t</sub> [mm]	R <sub>t</sub> [mm]	H <sub>c</sub> [mm]	R <sub>c</sub> [mm]
1.	0.000006	40.000000	0.000553	40.000000
2.	0.106865	40.000571	0.107199	40.001425
3.	0.213715	40.002283	0.214021	40.003991
4.	0.320540	40.005138	0.320800	40.007698
5.	0.427329	40.009133	0.427525	40.012546
6.	0.534069	40.014269	0.534183	40.018533
...	...	...	...	...
44.	4.435174	41.037155	4.419224	41.070063
45.	4.530701	41.085053	4.514012	41.118547
46.	4.625710	41.133970	4.608269	41.168037
47.	4.720191	41.183899	4.701983	41.218527
48.	4.814133	41.234835	4.795145	41.270011
49.	4.907525	41.286771	4.887743	41.322483
50.	4.435174	41.037155	4.419224	41.070063

## Modelarea profilării de corecție a cuțitului-roată pentru generarea unui arbore hexagonal

Se propune aplicarea metodologiei pentru un model de profilare corectivă a cuțitului-roată pentru generarea unui arbore cu profil hexagonal, figura. 3. 24.

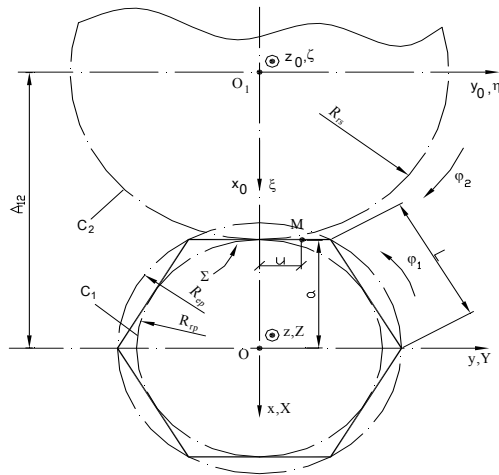


Figura. 3. 24. Centroide la generarea cuțit-roată

Se determină, în conformitate cu teoremele complementare ale înfășurării suprafețelor, familia de profiluri ale flancului arborelui hexagonal:

$$\begin{cases} \xi = -a \cdot \cos(1+i)\varphi_1 - t \cdot \sin(1+i)\varphi_1 + \\ + A_{12} \cdot \cos(i\varphi_1) \\ \eta = -a \cdot \sin(1+i)\varphi_1 + t \cdot \cos(1+i)\varphi_1 + \\ + A_{12} \cdot \sin(i\varphi_1) \end{cases} \quad (3.78)$$

$t$  - variabilă  $0 \leq t \leq a$

$i$  - raport de transmitere,  $i = \frac{R_{rp}}{R_{rs}}$

și condiția de înfășurare

$$\left| \frac{\dot{\xi}_t}{\dot{\xi}_\varphi} - \frac{\dot{\eta}_t}{\dot{\eta}_\varphi} \right| < \varepsilon, \quad (\varepsilon = 1 \cdot 10^{-2} \dots 1 \cdot 10^{-3}). \quad (3.79)$$

În principiu, ansamblul de ecuații (3.78) și (3.79) determină forma muchiei de așchiere teoretice, în forma unei matrice de coordonate,

$$P_T = \begin{vmatrix} \xi_1 & \xi_2 & \dots & \xi_i & \dots & \xi_n \\ \eta_1 & \eta_2 & \dots & \eta_i & \dots & \eta_n \end{vmatrix}. \quad (3.80)$$

În baza acestui profil, se determină forma suprafeței de așchiere a sculei, ca suprafață cilindrică având ca directoare profilul, cunoscut în formă numerică,  $P_T$ :

$$\Sigma_\alpha \begin{cases} \xi = \xi_i - [l \cdot j] \cdot \sin \alpha; & i = 1 \dots n; \\ \eta = \eta_i; & \\ \zeta = [l \cdot j] \cdot \cos \alpha; & j = 1 \dots m. \end{cases} \quad (3.81)$$

Prin reascuțirea cuțitului-roată pe fața de degajare, după o suprafață conică, coaxială cu axa sculei, se obține generatoarea efectivă a sculei.

Ecuatiile generatoarei suprafeței de degajare sunt:

$$\begin{cases} \xi = R_e - u \cdot \cos \gamma; \\ \eta = 0; \\ \zeta = u \cdot \sin \gamma; \end{cases} \quad (3.82)$$

cu

$$R_e = \sqrt{\xi_V^2 + \eta_V^2}, \quad (3.83)$$

în care  $V[\xi_V, \eta_V]$  este punctul de pe profilul efectiv, cel mai îndepărtat de axa cuțitului-roată.

Rezultă suprafața de degajare teoretică (inițială):

$$S_\gamma = \begin{cases} \xi = (R_e - u \cdot \cos \gamma) \cdot \cos \psi; & (k = 1 \dots n); \\ \eta = (R_e - u \cdot \cos \gamma) \cdot \sin \psi; & (j = 1 \dots m), \\ \xi = u \cdot \sin \gamma; \end{cases} \quad (3.84)$$

cu:

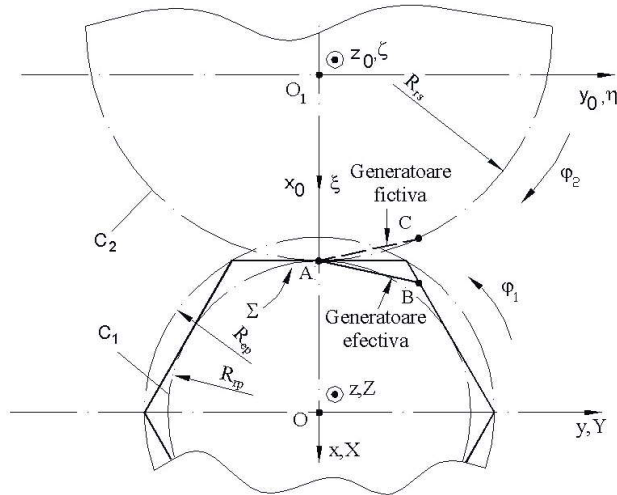


Figura. 3. 25. Generatoarea efectivă

$$\psi = \psi_k \cdot j,$$

$\psi_k$  - increment unghiular,

$\gamma$  - unghiul de degajare initial.

Intersecția între suprafețele  $\Sigma_\alpha$  și  $S_\gamma$  reprezintă profilul aproximat al cuțitului-roată.

Există, evident, o dependență a formei profilului aproximat de mărimile parametrilor geometrici,  $\alpha$  - unghiul de așezare și  $\gamma$  - unghiul de degajare ale sculei-roată.

Se propune un model al profilului efectiv (segmentul AB din figura. 3. 25) pentru care se propune

un model al profilului fictiv (zona AC din figura. 3. 25) în forma:

$$G_F \begin{cases} X = -a + \lambda \cdot \sin \alpha; \\ Y = \lambda \cdot \cos \alpha; \end{cases} \quad (3.85)$$

$\lambda$  - parametru variabil;

$\theta$  - caracteristică geometrică a „modelului profilului fictiv” a arborelui (unghiul de înclinare a profilului fictiv față de profilul teoretic).

Se acceptă că, generatoarea fictivă,  $G_F$ , conduce, în sistemul de referință al cuțitului-roată, la familia de profiluri:

$$(G_F)_{\varphi_i} \begin{cases} \xi = -(a - \lambda \cdot \sin \theta) \cdot \cos[(i+1)\varphi_1] - \lambda \cdot \cos \theta \cdot \sin[(i+1)\varphi_1] + A_{12} \cdot \cos(i\varphi_1); \\ \eta = -(a - \lambda \cdot \sin \theta) \cdot \sin[(i+1)\varphi_1] + \lambda \cdot \cos \theta \cdot \cos[(i+1)\varphi_1] + A_{12} \cdot \sin(i\varphi_1). \end{cases} \quad (3.86)$$

Ansamblul de ecuații determinat de familia modelului -  $G_F$  al profilului fictiv și condiția de înfășurare

$$\left| \frac{\dot{\xi}_\lambda}{\dot{\xi}_{\varphi_1}} - \frac{\dot{\eta}_\lambda}{\dot{\eta}_{\varphi_1}} \right| < \varepsilon, \quad (3.87)$$

determină forma profilului corectat al sculei-roată, în forma

$$P_C = P_C^\Sigma \begin{vmatrix} \xi_1 & \xi_2 & \dots & \xi_C \\ \eta_1 & \eta_2 & \dots & \eta_C \end{vmatrix}. \quad (3.88)$$

Pentru punctul cel mai îndepărtat de axa cuțitului-roată (axa suprafeței conice de ascuțire):

$$M_V \begin{cases} \xi_V = R_{rp} - a + R_{rs}; \\ \eta_V = 0, \end{cases} \quad (3.89)$$

și, deci,  $R_e = A_{12} - a$ , se determină, în baza ecuațiilor (3.84), modelul analitic al suprafeței de degajare corectate în forma:

$$S_\gamma \begin{cases} \xi = (R_e - u \cdot \cos \gamma_C) \cdot \cos \psi; \\ \eta = (R_e - u \cdot \cos \gamma_C) \cdot \sin \psi; \\ \xi = u \cdot \sin \gamma_C. \end{cases} \quad (3.90)$$

În relațiile (3.90),  $\gamma_C$  este mărimea unghiului de degajare corectat, prin care se realizează corecția formei suprafeței de degajare, în vederea realizării unei noi muchii de așchiere – profilul aproximat al sculei-roată.

Se prezintă exemple de aplicare a algoritmului în baza unui produs soft original, dedicat acestei aplicații, realizat în limbajul java și prezentat sub forma unui applet.

Produsul soft modelează numeric profilurile cuțitului-roată pentru generarea unui arbore hexagonal, profilul corectat, limitele de variație ale acestuia precum și coordonatele profilului aproximat.

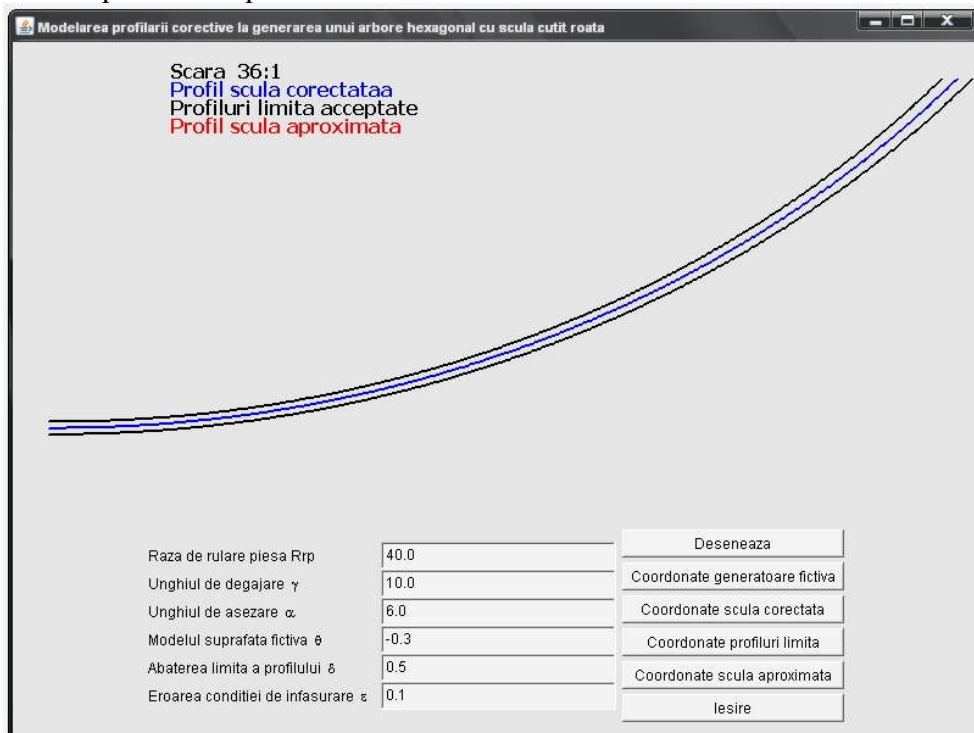


Figura. 3. 26. Profilul corectat și profilurile limită

Pentru exemplificare, în figura. 3. 26, figura. 3. 27 și figura. 3. 28, sunt date reprezentările grafice ale profilurilor „corectat”, „limită” și respectiv „aproximat”, separate și suprapuse, iar in tabelul 1 sunt prezentate coordonatele acestora, pentru un unghi de degajare  $\gamma_C = 10^\circ$ , un unghi de așezare  $\alpha = 6^\circ$  și modelul erorii de generare  $\theta = -0.3^\circ$ .

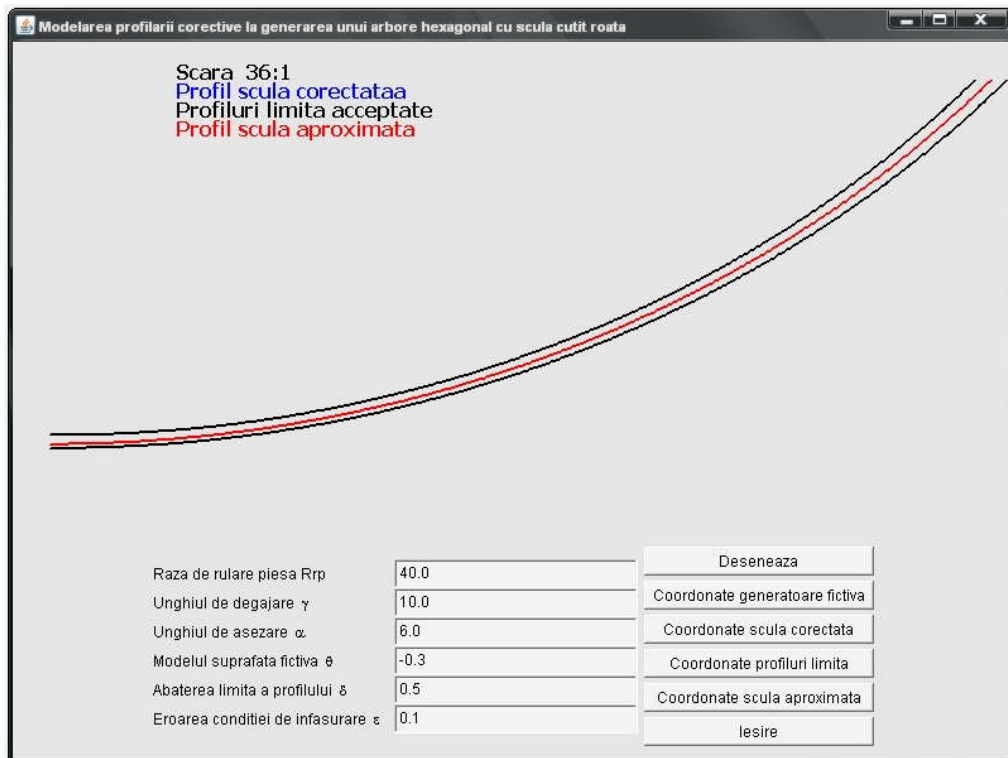


Figura. 3. 27. Profilul aproximat și profilurile limită

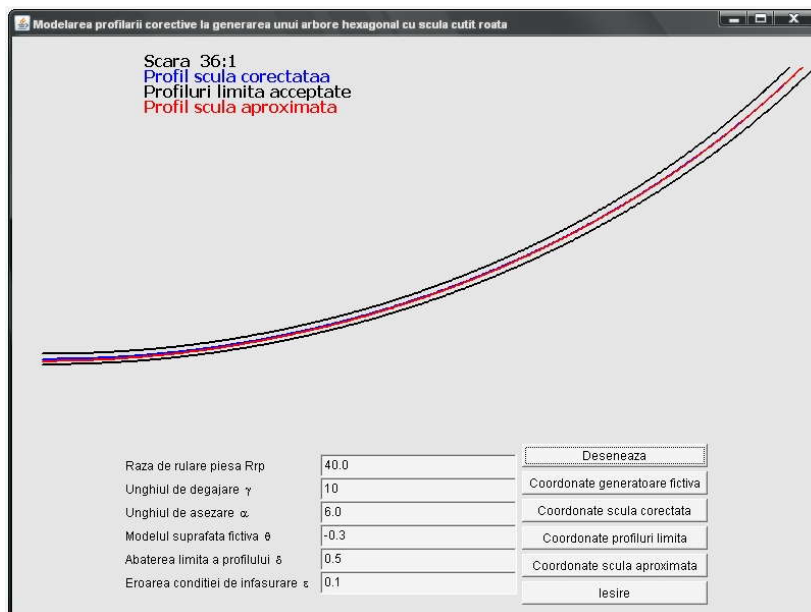


Figura. 3. 28. Profilurile corectat, aproximat și profilurile limit, reprezentare grafică suprapusă

Tabelul 3. 8. Coordonatele profilurilor

Nr. crt	Profil corectat		Profiluri limita				Profil aproximat	
			superior		inferior			
	$\xi$	$\eta$	$\xi$	$\eta$	$\xi$	$\eta$	$\xi$	$\eta$
0	85.25426	0	84.75427	-0.00172	85.75426	0.001718	85.35898	0
1	85.25433	0.017881	84.75433	0.016349	85.75432	0.019413	85.35895	0.048038
2	85.25447	0.065763	84.75447	0.064981	85.75447	0.066545	85.35884	0.096077
3	85.25455	0.113645	84.75455	0.113613	85.75455	0.113677	85.35866	0.144115
4	85.25455	0.161527	84.75455	0.160809	85.75455	0.162245	85.35841	0.192152
5	85.25448	0.209409	84.75448	0.207941	85.75448	0.210877	85.35809	0.240189
6	85.25434	0.257291	84.75435	0.255073	85.75434	0.259509	85.35769	0.288225
7	85.25413	0.305172	84.75414	0.302204	85.75412	0.30814	85.35723	0.33626
8	85.25384	0.353053	84.75386	0.349335	85.75383	0.356771	85.35669	0.384293
9	85.25349	0.400934	84.75351	0.396466	85.75347	0.405402	85.35608	0.432326
10	85.25306	0.448813	84.75309	0.443595	85.75303	0.454031	85.35554	0.480357
11	85.25256	0.496692	84.7526	0.490724	85.75253	0.50266	85.35465	0.528386
...	...	...	...	...	...	...	...	...
511	77.58239	20.38798	77.22069	20.04276	77.9441	20.73319	77.63002	20.38977
512	77.55453	20.41717	77.19335	20.07141	77.91571	20.76293	77.60217	20.41882
513	77.53356	20.43908	77.17289	20.09278	77.89423	20.78537	77.58121	20.44062
514	77.50565	20.46814	77.14551	20.1213	77.86579	20.81499	77.55333	20.46954
515	77.48465	20.48995	77.12503	20.14257	77.84428	20.83732	77.53234	20.49123
516	77.4567	20.51889	77.09761	20.17096	77.81579	20.86681	77.50441	20.52003
517	77.43568	20.54058	77.0771	20.19213	77.79425	20.88904	77.4834	20.54162
518	77.40767	20.5694	77.04963	20.22039	77.76572	20.91841	77.45542	20.57029
519	77.38663	20.59099	77.0291	20.24145	77.74415	20.94053	77.4344	20.59177
520	77.35858	20.61968	77.00159	20.26959	77.71557	20.96976	77.40637	20.62031
521	77.33751	20.64116	76.98097	20.29063	77.69406	20.9917	77.38532	20.64169
522	77.31643	20.6626	76.96043	20.31152	77.67244	21.01368	77.36426	20.66302
523	77.28833	20.6911	76.93232	20.34002	77.64433	21.04219	77.33618	20.69137

• **Concluzii**

Profilarea corectivă a sculelor care generează prin înfășurare, atât a sculelor asociate unui cuplu de centroide în rulare cât și sculelor mărginite de suprafețe periferice primare de revoluție, reciproc înfășurătoare unor suprafețe elicoidale cilindrice și de pas constant, presupune cunoașterea, prin măsurare directă, a unei generatoare a suprafeței efectiv generate, generatoare exprimabilă printr-o matrice de coordonate.

Metoda poate constitui o modalitate de corecție o formei și dimensiunilor suprafeței generate prin imaginarea unei noi „suprafețe țintă” și reprofilarea sculei după o primă trecere, astfel ca, în trecerea următoare a sculei, generatoarea efectivă (măsurată) a suprafeței să fie între limitele acceptabile ale generatoarei teoretice ale suprafeței de generat.

Evident, procesul se poate repeta.

Soluția presupune existența unui utilaj specializat care are capacitatea de a efectua inspecția suprafeței generate și totodată reprofilarea sculei.

Pentru generarea prin înfășurare prin metoda rulării, pentru cazurile cuțitului-pieptene și cuțitului roată, s-au imaginat algoritmi de corecție, care se bazează



pe geometria particulară a suprafețelor active ale sculei. Prin modificarea unghiului de degajare, la reascuțirea sculei, se poate obține o nouă generatoare a acesteia – apropiată ca formă și dimensiuni de generatoarea fictivă a suprafeței de generat.

Exemplele numerice realizate se bazează pe o modelare numerică a generatoarelor efective.

Programele, în limbajul java, permit trasarea formei profilurilor, a limitelor de variație a formei și dimensiunilor acestora, precum și evidențierea coordonatelor profilurilor.

Casetele de dialog permit modificarea în limite largi a mărimilor parametrilor, precum și a preciziei (mărimii abaterii) acceptate a profilurilor generate și a profilurilor corectate ale sculelor.

## Obiectivul 4. Extinderea modelelor de reprezentare în formă discretă a suprafețelor la profilarea sculelor pentru corecția de formă a suprafețelor active ale sculelor cu canale elicoidale, în scopul modificării formei muchiilor de așchiere și a geometriei tășurilor, în scopul acordării capacității de așchiere a sculei cu un obiectiv propus

### 4.1. Extinderea algoritmilor de profilare la corecția de formă a canalelor burghiilor elicoidale în vederea realizării unor caracteristici geometrice impuse ale tășurilor principale

#### 4.1.1. Încărcare energetică unitară uniformă în lungul tășului principal

Burghiul elicoidal, datorită particularității sale de construcție și așchiere, prezintă o solicitare neuniformă a muchiei de așchiere, ca urmare a vitezei de așchiere neuniforme în lungul acesteia. Problema este bine cunoscută și, de asemenea, soluțiile propuse pentru compensarea acesteia.

Se propune o nouă analiză a formei necesare a muchiei de așchiere a tășului principal al burghiului elicoidal, în scopul diminuării neuniformității încărcării energetice în lungul acestuia.

Se acceptă că forma muchiei de așchiere principale trebuie să fie curbilinie, astfel încât grosimea așchiei detașate să fie diferită în punctele de pe tăiș. Astfel, așchia urmează a fi mai subțire către periferia sculei, acolo unde viteza mișcării principale de așchiere este maximă și pe măsură ce punctul considerat pe tăiș este mai aproape de axa de rotație, loc în care viteza principală de așchiere diminuează în valoare, figura 4. 1, așchia este mai groasă.

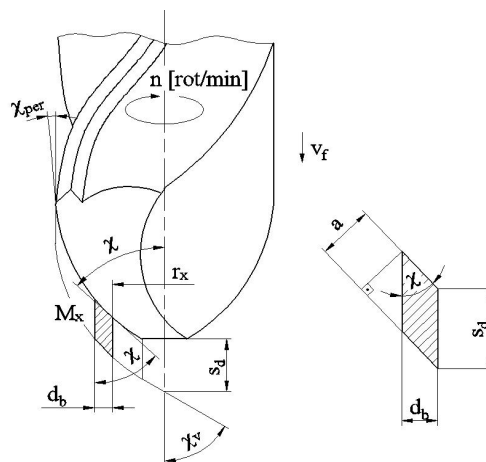


Figura 4. 1. Tăișul curb al burghiului, cu așchie de grosime variabilă

Pentru punctul de pe tăișul sculei aflat la raza  $r_x$ , față de axa de rotație, grosimea așchiei poate fi aproximată, pentru o lățime mică a acesteia, prin forma

$$a_x = s_d \sin \chi \quad (4.1)$$

în care:  $s_d$  este avansul pe dinte [mm/dinte];

$\chi$ —mărimia unghiului de atac în punctul considerat pe muchia de aşchiere.

Având în vedere faptul că sunt cunoscute dependențe de aproximare a mărimii forței principale de aşchiere pentru o unitate de lungime a tăişului, în funcție de grosimea aşchiei, se poate defini o funcție de aproximare a mărimii componentei principale de aşchiere, fie  $R_x$  aceasta, care revine mărimii aşchiei detaşate în punctul  $M_x$ , aflat la raza  $r_x$  de axa burghiului:

$$R_x = -162 \cdot a_x^2 + 234.4 \cdot a_x + 6.163 \text{ [N]}, \quad (4.2)$$

cu grosimea aşchiei  $a_x$ , măsurată în [mm].

Viteza periferică a punctului  $M_x$ , viteza mişcării principale, este de forma

$$v_x = \omega \cdot r_x, \quad (4.3)$$

cu  $r_x$  raza punctului considerat de pe tăiş;

$\omega$ —viteza unghiulară, în mişcarea de rotație a burghiului,  $\omega = \frac{\pi n}{30}$  [rad/min],  $n$  [rot/min].

Astfel, energia detaşată pe tăiş poate fi aproximată

$$E = R_x \cdot v_x \text{ [N} \cdot \text{m/s]}, \quad (4.4)$$

cu  $R_x$  exprimat în [N].

Energia, care revine unității de lungime a tăişului,  $\Delta b$ , este

$$q = \frac{E}{\Delta b} \text{ [W/m]}, \quad (4.5)$$

reprezentând încărcarea energetică unitară a tăişului sculei.

Se poate, acum, defini, pentru diferite forme ale muchiei de aşchiere, legea de variație a încărcării energetice unitare, în lungul muchiei de aşchiere principale a sculei.

**Nota** Funcția de recurență pentru estimarea mărimii forței principale de aşchiere se stabilește, în funcție de tipul de material prelucrat, legea de variație a mărimii grosimii aşchiei detaşate, vezi tabelul 4. 1.

Evident, aceste „forțe unitare”, ca mărimi experimentale, sunt definite pentru cazul aşchierii ortogonale libere, ceea ce se deosebește substanțial față de cazul de față. Totuși, o informație calitativă asupra formei necesare a tăişului burghiului se poate obține utilizând aceste mărimi ale „forței unitare”.

Verificarea legii de variație a încărcării energetice unitare, în lungul tăişului sculei, pentru forme constructive diferite ale tăişului burghiului elicoidal, poate fi făcută considerând grosimea aşchiei geometrice, în funcție de legea de variație a unghiului de atac principal, figura 4. 2.

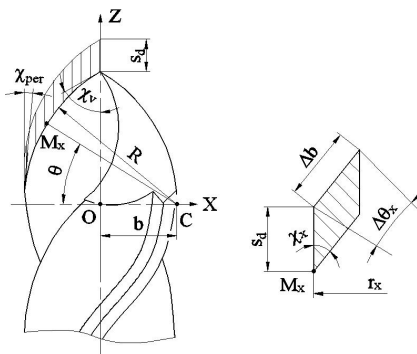


Figura 4. 2. Muchia de aşchiere, în arc de cerc

Tabelul 4. 1. Forțe unitare pentru 1 mm lățime de așchie (la broșare)

Supraînălțarea pe dinte $a_2$	Oțel de calitate		Oțel aliat		Fontă		
	HB ≤ 220	HB > 220	HB ≤ 220	HB > 220	cenușie		maleabilă
					HB ≤ 180	HB > 180	
0.02	10.5	12.5	13.6	15.8	8.1	8.9	7.3
0.03	13.6	16.1	16.9	18.6	10.4	11.6	9.4
0.04	15.8	18.7	19.8	21.8	12.1	13.4	10.9
0.05	18.1	21.6	22.2	24.5	14	15.5	12.5
0.06	19.5	23.2	25.5	28.2	15.1	16.6	13.4
0.07	21.7	25.8	28.2	31.2	16.7	18.4	14.3
0.08	23.5	28.	30.2	33.5	18	20	16.4
0.09	25.5	30.4	32.8	36.2	19.5	21.6	17.9
0.10	27.3	32.5	35.5	39	20.7	23.6	19.2
0.11	29.4	35	38.1	42	22.6	25.4	20.6
0.12	31.5	37.5	40.7	45	24.3	26.8	22
0.13	33.6	39.8	43.3	48	25.8	28.5	43.4
0.14	35.7	42.5	45.7	50.5	27.3	30.3	25
0.15	37.9	45	48	53	29	32.1	26.1
0.16	39.8	47.2	51	56	30.5	33.6	27.6
0.18	43.6	52	56.5	62.5	33.4	37	30.2
0.20	47.3	56.2	62	68.5	36	40.2	32.6
0.22	50.3	60	66.7	73.8	38.5	42.7	34.9
0.24	53.1	63.2	70.9	78.6	41	45.1	36.8
0.26	56.1	66.6	75.3	83.4	42.9	47.7	39
0.28	58.8	70	79.8	88.3	45.5	50	41.3
0.30	61.5	73	84.5	93.3	47.6	52.2	43.1

### • Tăiș curb cu profil în arc de cerc

Se definesc, pentru forma tăișului considerat, mărimile:

$D$  este diametrul burghiului [mm];

$R$  — raza profilului circular al tăișului,

$$R = 1.05 \cdot D \text{ [mm];} \quad (4.6)$$

$\chi_v, \chi_p$  — mărimea unghiurilor de atac la vârful și periferia burghiului.

Ecuatiile muchiei de așchiere în arc de cerc sunt:

$$X = -R \cos \theta_x + R \cos \chi_v;$$

$$Y = 0; \quad (4.7)$$

$$Z = R \sin \theta_x;$$

$\theta_x$  — variabilă unghiulară;

$\chi_p \leq \theta_x \leq \chi_v$  și  $R$  raza arcului de cerc.

Evident, lungimea tăișului, pentru o variație incrementală a unghiului  $\theta_x$ , este

$$\Delta b = R \cdot \Delta \theta_x, \quad (4.8)$$

și, de asemenea, se definește grosimea așchiei,

$$a_x = s_d \sin \chi_x \text{ [mm],} \quad (4.9)$$

$\chi_x$  este unghiul de atac, în punctul  $M_x$  considerat pe tăiș ( $\chi_x = \theta_x$ ).

Raza punctului curent de pe tăiș este  $r_x = -R \cos \theta_x + R \cos \chi_v$  [mm].

Astfel, se poate defini legea de variație a mărimii încărcării energetice unitare ca fiind raportul :

$$q_{(x)} = \frac{R_{(x)} \cdot r_x}{\Delta b} \cdot K, \quad (4.10)$$

$K$  este o mărime de transformare, care nu depinde de variabilele considerate în proces ( $r_x, \theta_x$ ).

**Nota** Mărimea  $q(x)$  are semnificația încărcării energetice a tăișului burghiului, dar mărimile funcției  $q(x)$  (4.10) nu sunt de acceptat decât în sens calitativ.

Forma circulară a tăișului principal poate fi obținută prin ascuțire elicoidală (brevet RO 113723C), figura 4. 3, sau toroidală (Brevet RSR 80173), figura 4. 4:

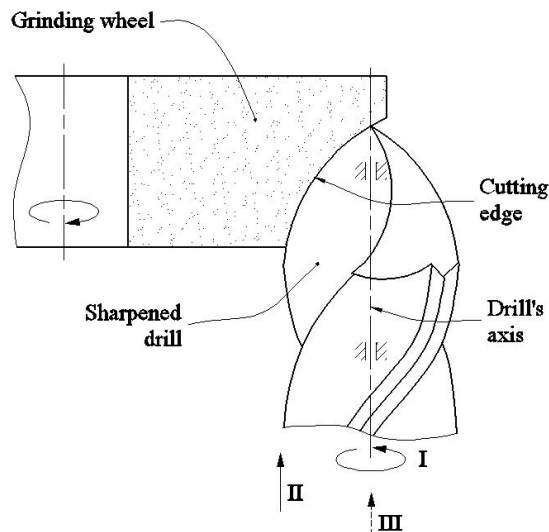


Figura 4. 3. Cinematica ascuțirii elicoidale: I, II – mișcări elicoidale; III – avans tehnologic (Fetecau .C)

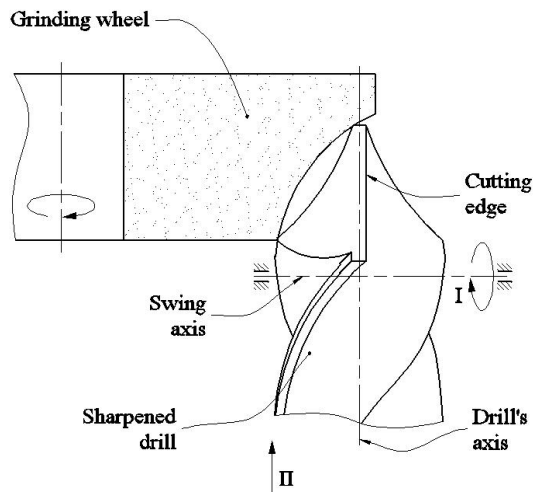


Figura 4. 4. Cinematica ascuțirii toroidale: I-mișcare de revoluție; II-avans tehnologic (Oancea N)

Cele două procedee de ascuțire, brevetate în România, asigură tăișului o formă curbilinie, ce permite modificarea unghiului tăișului principal între limitele impuse.

În mod frecvent, posibilitățile de ascuțire asigură o variație a unghiului de atac principal în intervalul:  $\chi_t = 60^\circ$  până la  $\chi_p = 12^\circ$ , vezi figura 4. 2.

În figura 4. 5, este prezentată legea de variație a încărcării energetice unitare, în funcție de raza burghiului, pentru un burghiu cu tășuri curbe, având următoarele caracteristici:  $R = 1.05 \cdot D$ ;  $b = 0.502 \cdot D$ ,  $D$  fiind diametrul exterior al burghiului.

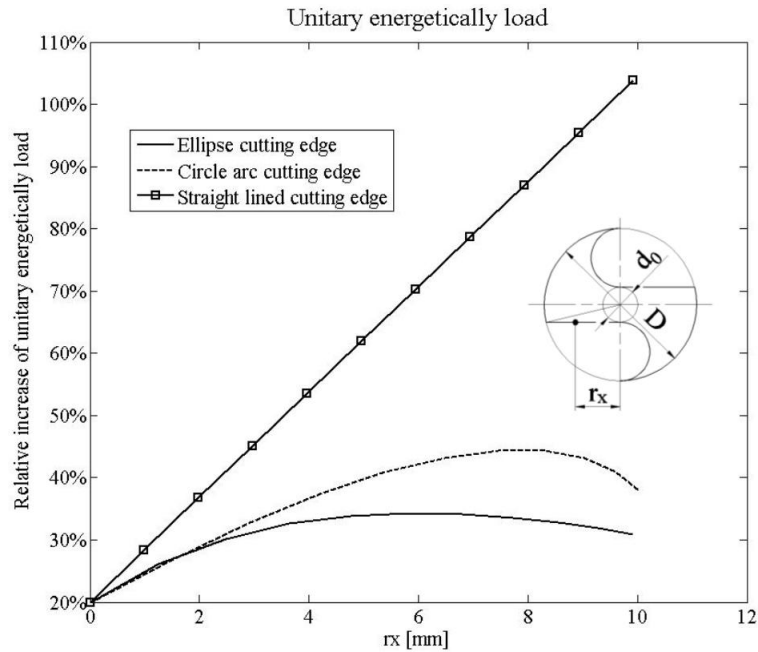


Figura 4. 5 . Legea de variație a încărcării energetice unitare in lungul tășului principal al burghiului

### • Tăiș principal eliptic

Este analizată o nouă formă a tășului principal -*tăiș principal eliptic*, vezi figura 4. 6, ca alternativă la tăișul curbiliniu al unui burghiu elicoidal.

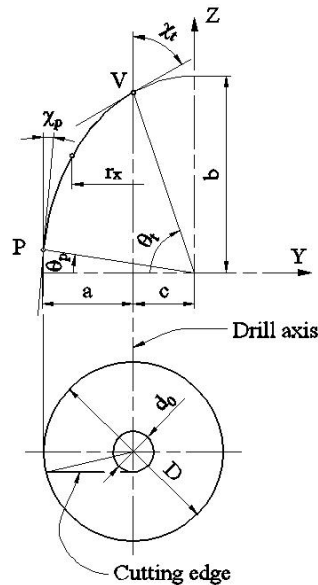


Figura 4. 6. Tăiș eliptic

Se definește elipsa:

$$\begin{aligned} Y &= a \cos \theta; \\ Z &= b \sin \theta, \end{aligned} \quad (4.11)$$

cu variabila  $\theta$  și  $a$  și  $b$  semiaxele elipsei.

Identificarea formei elipsei se face pe baza condițiilor:

- unghiul de atac principal la vârful,  $\theta_t$ , și periferia sculei,  $\theta_p$ ,

$$\tan \theta_t = -\frac{b}{a} \tan \chi_t; \quad (4.12)$$

$$\tan \theta_p = -\frac{b}{a} \tan \chi_p; \quad (4.13)$$

- valoarea segmentului  $c$  definește distanța între axa burghiului și axa elipsei,

$$a \cdot \cos \theta_v = c; \quad (4.14)$$

- coordonatele punctului  $P$  de pe tăiș,

$$\sqrt{\frac{D^2}{4} - \frac{d_0^2}{4}} + c = a \cos \chi_p. \quad (4.15)$$

Sistemul de 4 ecuații conține 5 necunoscute, drept care este necesară alegerea semiaxe mari a elipsei, fiind aleasă, după încercări, o valoare arbitrară,

$$b = 1.8 \cdot D, \quad (4.16)$$

$D$  fiind diametrul exterior al burghiului.

În acest mod, sistemul de ecuații devine determinat.

Se consideră lungimea elementară a segmentului de tăiș,

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2} \quad (4.17)$$

în care, vezi (4.9), sunt definite derivatele parțiale

$$dx = [-a \sin \theta] d\theta, \quad dy = [b \cos \theta] d\theta, \quad (4.18)$$

sau, pentru lungimi elementare mici, (4.17) poate fi înlocuită de

$$\Delta s = \sqrt{a^2 (\sin^2 \theta) + b^2 (\cos^2 \theta)} \cdot \Delta \theta. \quad (4.19)$$

Astfel, în punctul curent de pe tăiș, grosimea așchii pentru o valoare  $S_d$  a avansului pe dinte,

$$a_x = s_d \sin \chi_x. \quad (4.20)$$

și raza punctului considerat de pe tăiș

$$r_x = a \cos \theta_x - c, \quad (4.21)$$

vezi și (4.14). se definește încărcarea energetică unitară pe tăiș (vezi (4.10) și (4.19))

$$q(x) = K \frac{R(x) r_x}{\Delta s}. \quad (4.22)$$

### Software pentru determinarea încărcării energetice unitare

A fost elaborat un produs soft dedicat pentru determinarea încărcării energetice unitare în lungul tăișului, produs soft care:

- determină forma muchiei de așchiere a tăișului curbiliniu;
- trasează dependenta încărcării energetice unitare în funcție de raza  $r_x$ ;
- calculează micșorarea relativă a încărcării energetice unitare față de cea pentru tăiș rectiliniu.

Ca dată de intrare a acestui program, se furnizează semiaxa  $b$  a elipsei și, utilizând ecuațiile:

$$\cos \theta_t = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2 \tan^2 \chi_t}};$$

$$\cos \theta_p = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2 \tan^2 \chi_p}};$$

$$\frac{a}{\cos \theta_t - \cos \theta_p} = \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_0}{2}\right)^2},$$
(4.23)

se determină valoarea  $a$ .

În figura 4. 5, sunt prezentate legile de variație ale încărcării energetice unitare în lungul tăișului principal pentru două forme ale tăișului, și anume, tăiș circular și tăiș eliptic.

În figura 4. 7, sunt prezentate încărcările energetice unitare, față de cele ale unui burghiu cu tăiș rectiliniu (considerat ca nivel de 100 %). Este evident că, tăișul curbiliniu eliptic asigură cea mai redusă încărcare energetică unitară și, ca urmare, o rezistență îmbunătățită la uzură.

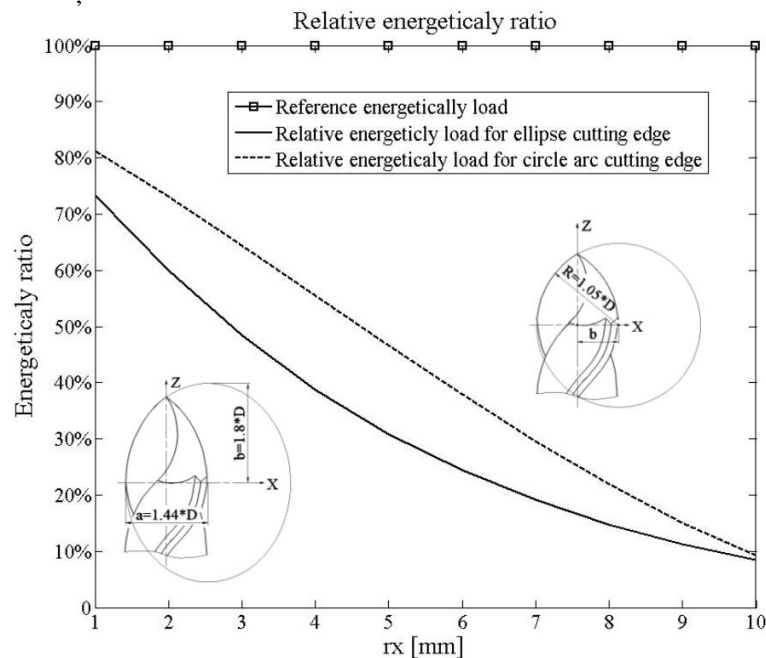


Figura 4. 7. Scăderea relativă a încărcării energetice unitare în cazul tăișurilor curbe, față de cazul tăișului rectiliniu

Modalitatea de estimare a încărcării energetice unitare a tăișului sculei, în forma prezentată, permite o estimare calitativă a procesului. Modalitatea prezentată arată, pe baza supozițiilor inițiale, că valoarea forței de așchiere pe unitatea de lungime a tăișului în funcție de grosimea așchiei, cunoscută pe cale experimentală, pentru diferitele tipuri de materiale prelucrate, poate fi extinsă și la burghiere.

Forma curbilinie a tăișului burghiului elicoidal conduce la o uniformizare a energiei degajate pe tăiș în timpul procesului de formare a așchiei.

Forma curbilinie a tăișului sculei conduce la scăderea încărcării energetice unitare, în sensul că, la periferia burghiului, grosimea așchiei se diminuează în raport cu mărimea avansului de lucru. Creșterea vitezei de așchiere este proporțională cu raza burghiului și, ca urmare, zonele de pe tăiș care detașează grosimi mici de așchii, cărora le corespund forțe mici de așchiere, vor avea încărcări energetice comparabile cu zonele



de pe tăiş care detaşează aşchii groase, și deci, cu forțe mari de aşchiere, dar la viteze de aşchiere mai reduse (zonele din apropierea axei burghiului).

S-au analizat forme circulare ale tăişului precum și forme eliptice ale acestuia, care impun, evident, și forme diferite ale canalelor burghiului. Ca urmare, se poate aprecia că, formele eliptice ale muchiilor de aşchiere asigură legi de variație a încărcării energetice unitare în lungul tăişului mai apropiate de condiția impusă – încărcare energetică unitară constantă – decât formele circulare ale tăişurilor. Ambele construcții propuse asigură încărcări energetice, ale punctelor de pe tăiş, inferioare formelor rectilinii ale tăişurilor.

Se pot imagina procedee de aşchiere care să asigure forme eliptice ale tăişului principal al burghiului elicoidal. Cinematica procesului de ascuțire trebuie să permită realizarea unei suprafețe conice a suprafeței de aşezare a tăişului principal al burghiului conform figurii 4.8.

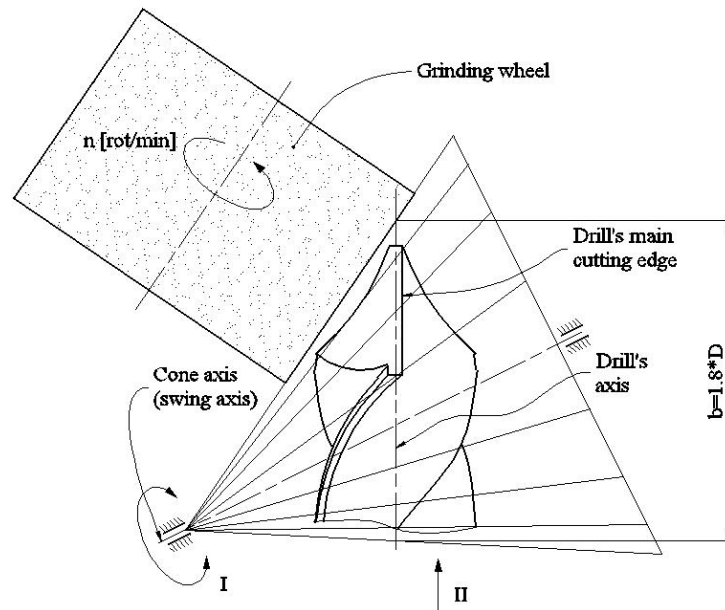


Figura 4. 8. Cinematica ascuțirii conice a burghiilor cu tăişuri eliptice: I – Mișcare de oscilație; II – Mișcare tehnologică de avans

### Produs soft pentru calculul încărcării energetice unitare

```

D=20; d0=0.12*D;
corectie=d0/2*cos(55*pi/180);
kv=60*pi/180; kp=12*pi/180;
b=2*D; s=0.2;
R=((D/2)^2-(d0/2)^2)^(1/2)/(cos(kp)-cos(kv));
b0=R*cos(kv);
inc=(kv-kp)/10;
d_c=R*inc;
d=d_c;
%%elipsa
syms r teta;
tv=acos(cos(kv)/(r^2*(1-(cos(kv))^2)+(cos(kv))^2)^(1/2));
tp=acos(cos(kp)/(r^2*(1-(cos(kp))^2)+(cos(kp))^2)^(1/2));
ec=b/r*cos(tp)-b/r*cos(tv)-((D/2)^2-(d0/2)^2)^(1/2);
sol=(solve(ec));

```

```

n=1;
for cont=1:1:length(sol);
    if isreal(sol(cont))
        rez(n)=eval(sol(cont));
        n=n+1;
    end;
end;
a=b/max(rez);
r=b/a;
tv=acos(cos(kv)/(r^2*(1-(cos(kv))^2)+(cos(kv))^2)^(1/2));
tp=acos(cos(kp)/(r^2*(1-(cos(kp))^2)+(cos(kp))^2)^(1/2));
teta1=tp;
x(1)=a*cos(teta1);
y(1)=b*sin(teta1);
teta_r1(1)=tp;
n1=2;
while teta1<tv;
    q=(a^2*(cos(teta1)-cos(teta))^2+b^2*(sin(teta1)-sin(teta))^2)^(1/2)-d;
    rez=solve(q);
    calcul=0;
    m=1;
    for n2=1:1:length(rez);
        if isreal(rez(n2))==1;
            rez1(m)=vpa(rez(n2),10);
            calcul=1;
            m=m+1;
        end;
    end;
    if calcul==1;
        rez2=max(eval(rez1));
        teta_r1(n1)=rez2;
        teta1=rez2;
        n1=n1+1;
    end;
    clear rez1 rez;
end;
m1=1;
for cont=1:1:length(teta_r1);
    if teta_r1(cont)<tv;
        teta_r(m1)=teta_r1(cont);
        x(m1)=a*cos(teta_r(m1)); y(n1)=b*sin(teta_r(m1));
        m1=m1+1;
    end;
end;
teta1=tv;
x(m1)=a*cos(teta1);
y(m1)=b*sin(teta1);
teta_r(m1)=tv;
for cont=1:1:length(teta_r);

```

```

k_e(cont)=acos(b*cos(teta_r(cont))/(a^2*(sin(teta_r(cont)))^2+b^2*(cos(teta_r(cont)))^
2)^(1/2));
rx_e(cont)=x(cont)-x(m1);
x_e(cont)=rx_e(cont);y_e(cont)=y(cont);
a_e(cont)=s*sin(k_e(cont));
F_e(cont)=-162.3*a_e(cont)^2+234.4*a_e(cont)+6.163;
F_rx_e(cont)=F_e(cont)*rx_e(cont)/d+corectie;
end;
%F_rx_e(length(teta_r))=F1*rx1/d;
%%
%%cerc
n=1;
for unghi=kp:inc:kv;
k_c(n)=unghi;
rx_c(n)=R*cos(k_c(n))-b0;
a_c(n)=s*sin(k_c(n));
F_c(n)=-162.3*a_c(n)^2+234.4*a_c(n)+6.163;
F_rx_c(n)=F_c(n)*rx_c(n)/d_c+corectie;
x_c(n)=R*cos(k_c(n))-b0; y_c(n)=R*sin(k_c(n));
n=n+1;
end;
%%
%%segment
k_d=kv;
a_d=s*sin(k_d);
F_d=-162.3*a_d^2+234.4*a_d+6.163;
lung=R*(60*pi/180-5*pi/180)/10;
n2=1;
rx_d1=((D/2)^2-(d0/2)^2)^(1/2);
while rx_d1>0;
rx_d(n2)=rx_d1;
rx_d1=rx_d1-lung;
F_rx_d(n2)=F_d*rx_d(n2)/lung+corectie;
x_d(n2)=rx_d(n2); y_d(n2)=(((D/2)^2-(d0/2)^2)^(1/2)-x_d(n2))/tan(k_d);
n2=n2+1;
end;
rx_d(n2)=0;
F_rx_d(n2)=F_d*rx_d(n2)/lung+corectie;
x_d(n2)=rx_d(n2); y_d(n2)=(((D/2)^2-(d0/2)^2)^(1/2)-x_d(n2))/tan(k_d);

```

#### 4.1.2. Lege îmbunătățită a variației mărimii unghiului de degajare în lungul tăișului principal

Problematica aparte a geometriei burghiilor elicoidale, în legătură cu specificitatea lucrului cu astfel de scule, au impus multiple modificări constructive, în scopul uniformizării condițiilor de formare și detașare a așchiilor în lungul muchiei de așchiere principale, urmărindu-se:

- o mai bună geometrie în zona tăișului principal;

- o încărcare energetică uniformă în lungul muchiei de aşchiere principale;
- modificarea geometriei tăişului cu scopul ameliorării formării aşchii în lungul muchiei de aşchiere (un unghi de degajare cu o variaţie uniformă a mărimii acestuia);
- micşorarea forţei şi momentului de aşchiere, o mai uşoară evacuare a aşchiilor formate.

Este dificilă reunirea tuturor condiţiilor, în vederea stabilirii unei geometrii optime a burghiului elicoidal, totuşi, un ansamblu al unora din cerinţele menţionate mai sus poate conduce la îmbunătăţirea funcţionării unei astfel de scule.

S-a făcut o analiză a variaţiei mărimii unghiului de degajare în lungul tăişului principal, urmărindu-se uniformizarea încărcării energetice unitare, prin utilizarea unui tăiş curb şi diminuarea variaţiei mărimii unghiului de degajare, în lungul tăişului principal al burghiului elicoidal.

### •Unghiul de degajare în lungul tăişului principal

Unghiul de degajare constructiv în lungul tăişului principal al burghiilor, are o variaţie importantă, descrescând de la periferie către axa burghiului, situaţie relativ uşor de pus în evidenţă dacă se consideră unghiul de degajare din planul longitudinal (plan paralel cu axa burghiului), figura 4.9 (planul de lucru  $P_f$ ).

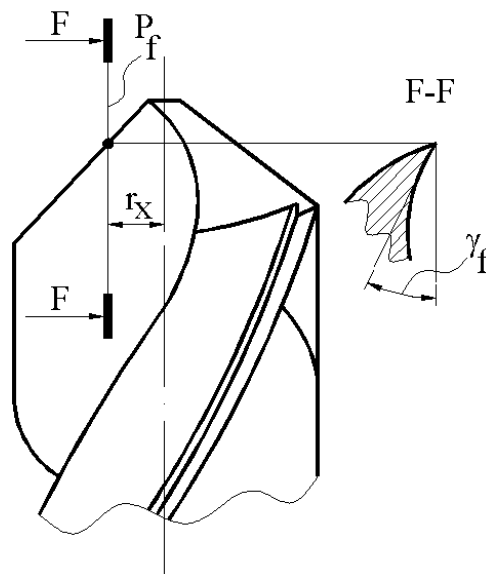


Figura 4. 9. Unghiul de degajare din planul de lucru  $P_f$

Este evident că, odată cu mărirea razei “ $r_x$ ” a punctului considerat pe muchia de aşchiere a burghiului  $\gamma_f$  creşte în valoare absolută.

Această situaţie, cu totul particulară la sculele de interior cu canale elicoidale, în speţă la burghie, conduce la modificarea condiţiilor de formare a aşchii şi, ca urmare, la comportarea neuniformă în lungul muchiei de aşchiere a procesului formării aşchii.

Uniformizarea mărimii unghiului de degajare în lungul tăişului principal al burghiului poate constitui o cale pentru îmbunătăţirea comportării acestui tip de sculă în procesul formării aşchii.

Totodată, trebuie avute în vedere şi alte consideraţii importante cum ar fi: asigurarea unei încărcări energetice cât mai uniforme în lungul muchiei de aşchiere principale – geometrie convenabilă a tăişului transversal al sculei.

Se propune, în cele ce urmează, un studiu comparativ, analitic și prin modelare 3D, a legii de variație a mărimii unghiului de degajare “ $\gamma_f$ ” în lungul muchiei de așchiere principale a burghiului, pentru scula cu tăiș curb, cu profil în arc de cerc, vezi și figura 4. 10.

În sistemul de referință solidar axei burghiului, XYZ, ecuațiile parametrice ale muchiei de așchiere sunt:

$$\begin{aligned} X &= -c + R \cos \theta; \\ Y &= \frac{d_0}{2}; \\ Z &= R \sin \theta. \end{aligned} \quad (4.24)$$

În (4.24), se definesc:  $\theta$  este o variabila unghiulară;

$$R = \frac{\sqrt{\frac{D^2}{4} - \frac{d_0^2}{4}}}{\cos \chi_p - \cos \chi_v}, \text{ m\u0103rimea razei t\u0103i\u0219ului curb, plan;} \quad (4.25)$$

$$c = R \cos \chi_v, \text{ constant\u0103 geometric\u0103;} \quad (4.26)$$

$\chi_p$  și  $\chi_v$  - unghiuri de atac la periferia și v\u0102rfurile sculei.

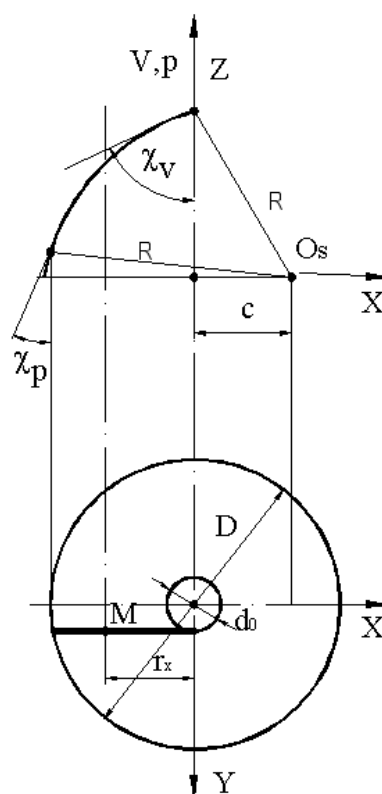


Figura 4. 10. Muchia de așchiere ( $D$  – diametrul exterior al burghiului,  $d_0$  – diametrul miezului)

Suprafața elicoidală a feței de degajare a sculei, de axă  $\vec{V}$  și parametru elicoidal  $p$ , are ecuațiile:

$$\begin{aligned}
 x &= [-c + R \cos \theta] \cos \varphi - \frac{d_0}{2} \sin \varphi; \\
 y &= [-c + R \cos \theta] \sin \varphi + \frac{d_0}{2} \cos \varphi; \\
 z &= R \sin \theta + p\varphi,
 \end{aligned}
 \tag{4.27}$$

cu  $\varphi$  - parametru unghiular variabil ,

$p$  – parametru elicoidal,  $p = \frac{D}{2 \cdot \operatorname{tg} \omega}$  ;

$\omega$  - unghiul de înclinare al elicei exterioare (corespunzătoare diametrului  $D$  al burghiului).

Se definește *unghiul de degajare*, într-un plan paralel cu axa burghiului (plan de lucru  $P_f$ ),

$$P_f: x = r_x, (r_x - \text{variabilă}) \tag{4.28}$$

și

$$0 \leq r_x \leq \frac{D^2}{4} - \frac{d_0^2}{4}. \tag{4.29}$$

Definiția dată de (4.28) este oarecum aproximativă, dar nu influențează asupra concluziilor calitative ale problemei analizate.

Din (4.27) și (4.29), rezultă condiția de intersecție

$$\left| [-c + R \cos \theta] \cos \varphi - \frac{d_0}{2} \sin \varphi - r_x \right| \leq q \tag{4.30}$$

în care,  $q$  este pozitiv și mic ca ordin de mărime (de exemplu,  $q=1 \cdot 10^{-3}$ ).

Ansamblul ecuațiilor (4.27) și (4.30) reprezintă forma muchiei de intersecție a suprafeței de degajare cu planul de măsurare  $P_f$ .

În principiu, unghiul de degajare în planul de lucru,  $P_f$ , corespunzător distanței  $r_x$ , vezi figura 4. 11,  $P_{f,r_x}$ , se definește între tangenta la muchia de intersecție a suprafeței canalului cu planul  $P_{f,r_x}$  și direcția axei burghiului.

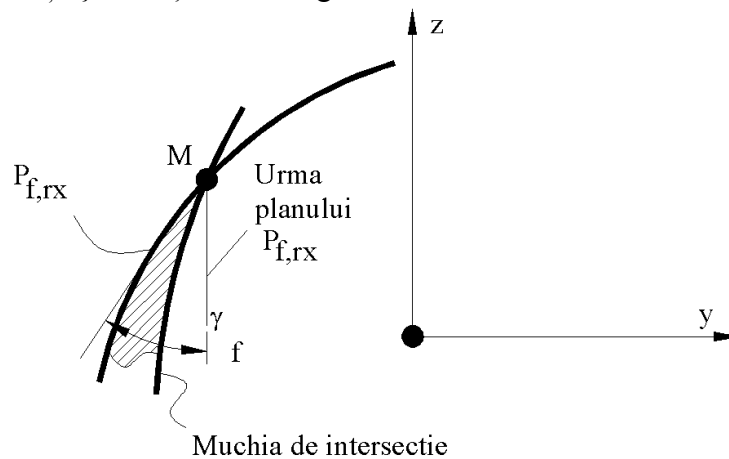


Figura 4. 11. Unghiul de degajare  $\gamma_f$ , din planul de lucru  $P_{f,r_x}$

În figura 4. 12, este prezentată variația unghiului de degajare  $\gamma_f$  în lungul muchiei de așchiere pentru burghiul cu tăișuri curbe, pentru un caz concret,  $D=20$  mm ,  $\omega = 30^\circ$  .

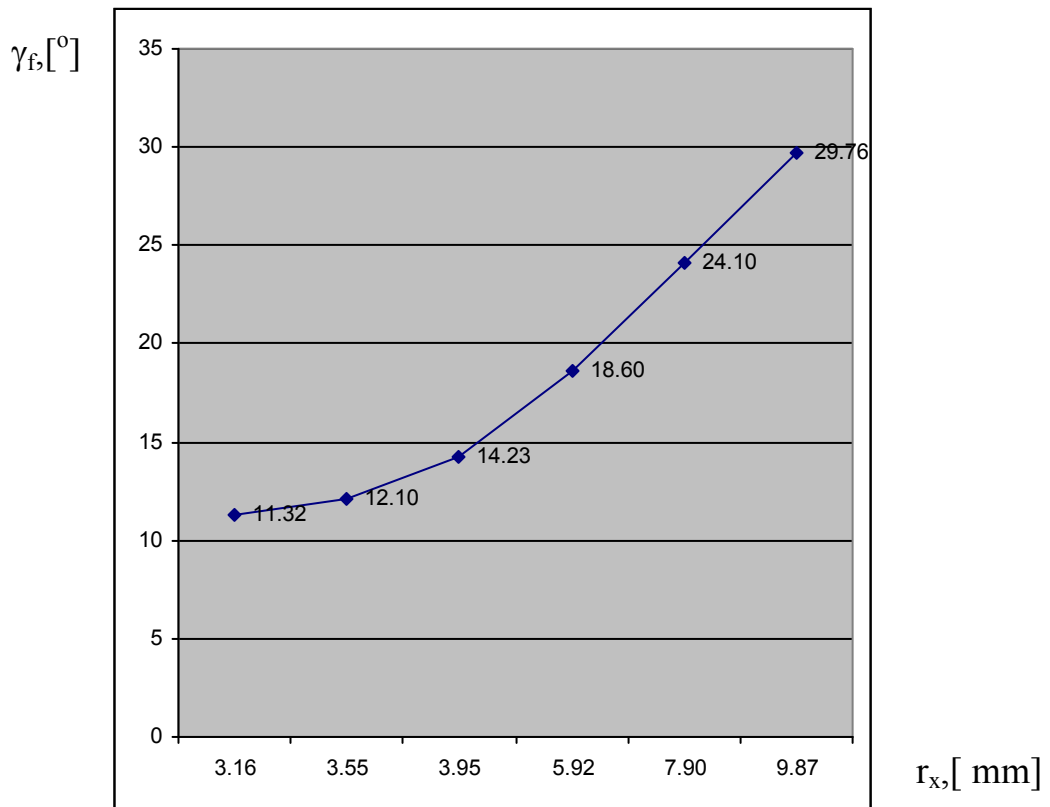


Figura 4. 12. Variația unghiului de degajare  $\gamma_f$

Este evidentă o variație crescătoare a unghiului  $\gamma_f$  către periferia burghiului și, ca urmare, o soluție de “uniformizare” a mărimii sale s-ar impune, având în vedere cerința enunțată.

Se propune o analiză a geometriei muchiei de așchiere principală a burghiului, în speță a legii de variație a unghiului  $\gamma_n$  în lungul tăișului, prin modelare solida 3D.

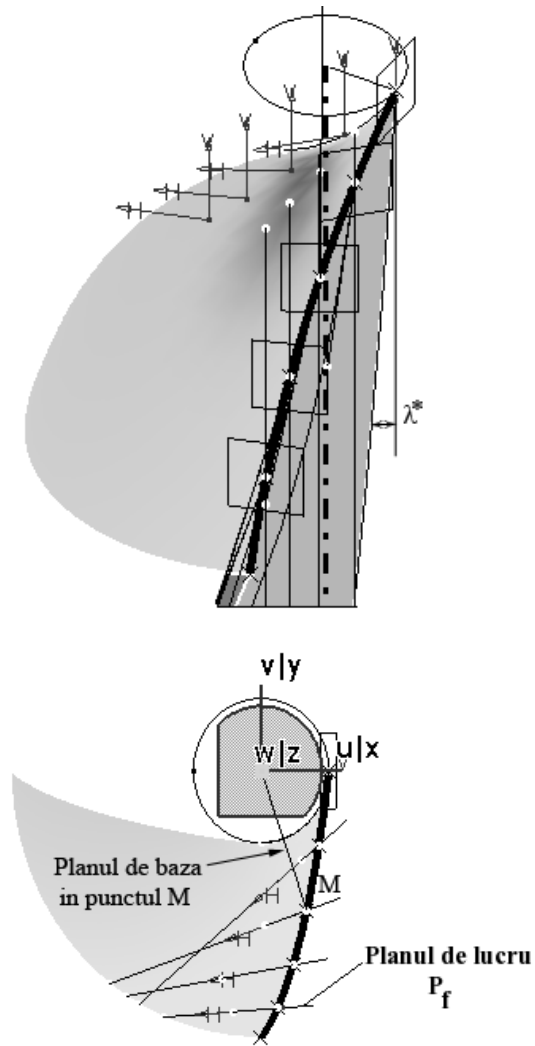
Se prezintă, în modelul 3D al suprafeței de degajare, planul de lucru  $P_f$ .

Planul  $P_n$  este definit ca planul normal în punctul considerat pe muchia de așchiere.

Unghiul de degajare  $\gamma_n$  se definește într-un plan normal la muchia de așchiere,  $P_n$ , între tangenta la muchia curbei de intersecție cu suprafața de degajare (canalul elicoidal) și planul de bază, aferent punctului considerat (planul ce conține axa burghiului și punctul M considerat pe muchia de așchiere).

Prin modificarea poziției punctului considerat pe tăiș, se modelează mărimea unghiului de degajare în planul normal  $P_n$ , în diferite puncte în lungul muchiei de așchiere principale, pentru o sculă cu tăiș curbiliniu - cerc, într-un plan tangent la cilindrul miezului burghiului ( $\lambda^*=0$ ).

Se propune o modificare a formei muchiei de așchiere a tăișului principal al burghiului, prin modificarea poziției planului muchiei de așchiere, pentru aceeași formă curbă a tăișului principal, figura 4. 13, considerând că planul tăișului formează cu axa sculei un unghi  $\lambda^*$ , figura 4. 13. Aceasta presupune și o modificare a formei sculei de ordinal doi pentru generarea canalului elicoidal.



*Figura 4. 13. Forma muchiei de așchiere; planul muchiei de așchiere înclinat cu unghiul  $\lambda^*$*

In figura 4. 14, este definită, în urma modelării 3D a suprafețelor de degajare și a planului normal,  $P_n$ , legea de variație a mărimii unghiului de degajare în lungul muchiei de așchiere principale, pentru diferite mărimi ale unghiului planului tăișului  $\lambda^*$ .



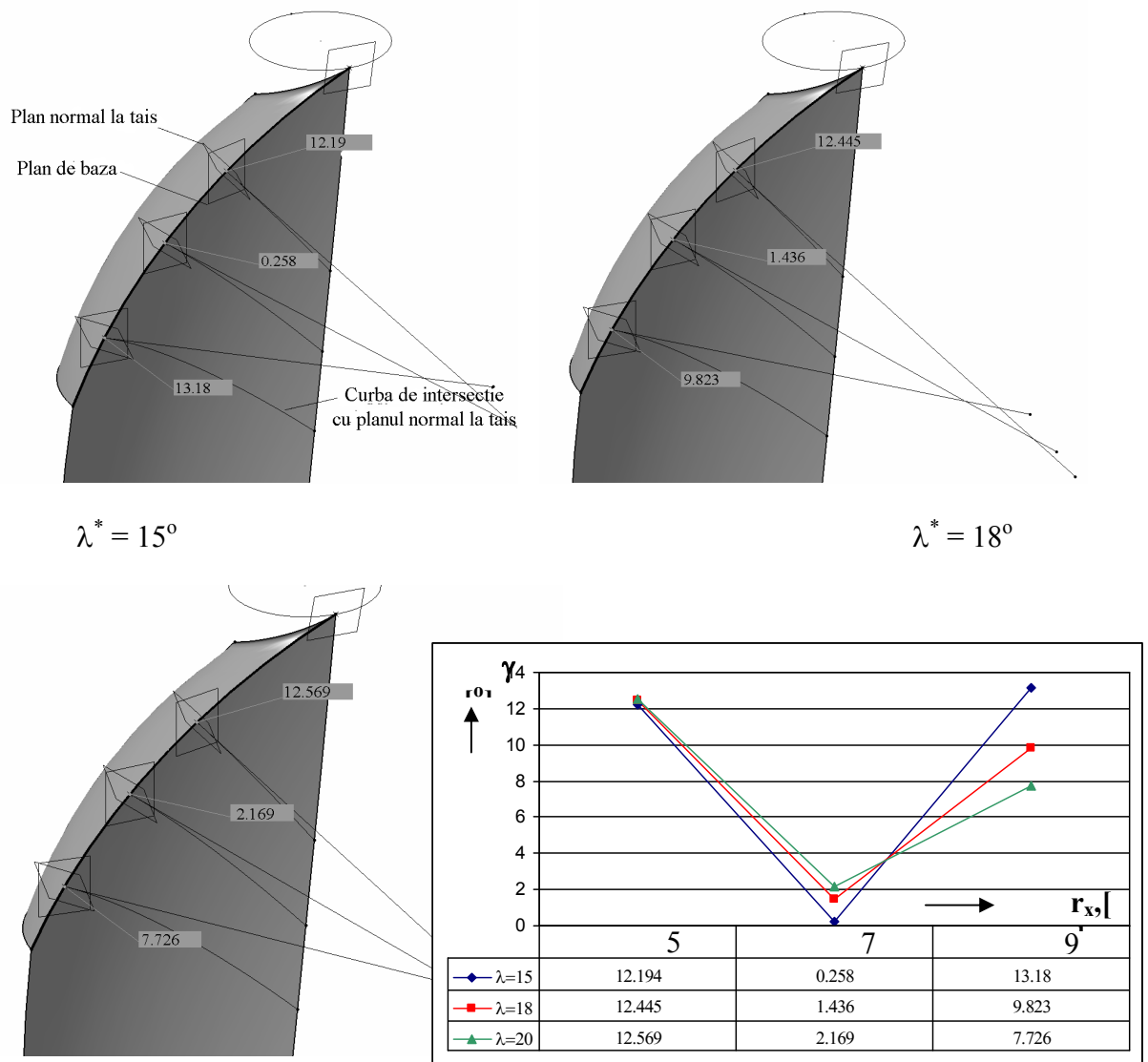


Figura 4. 14. Legea de variație a mărimii unghiului de degajare pentru diferite mărimi ale planului unghiului tăișului  $\lambda^*$

### Concluzii

Este evident că, odată cu creșterea mărimii unghiului de înclinare a planului tăișului,  $\lambda^*$ , variația mărimii unghiului de degajare  $\gamma_n$ , în lungul tăișului principal, are o tendință de reducere, ceea ce conduce la o ameliorare a modului de desfășurare a procesului de formare a așchii și, deci, a rezultatelor unui astfel de proces de așchiere.

Totodată, forma curba a tăișului conferă o încărcare energetică unitară constantă, în lungul tăișului principal, îndeplinindu-se și o a doua cerință impusă muchiei de așchiere.

Mai mult, forma muchiei de așchiere, asigură un unghi de înclinare  $\lambda$  favorabil, în lungul tăișului, contribuind la îmbunătățirea comportării sculei la solicitări cu șoc în timpul așchierii.

## 4.2. Extinderea algoritmilor de profilare la corecția de formă a suprafețelor de așezare ale burghiilor elicoidale

»

Procesul de generare a suprafeței de așezare a tășurilor principale ale burghiilor elicoidale este afectat de forma efectivă a suprafețelor (generatoarelor) corpurilor abrazive care participă la generarea acestora. Forma efectivă a generatoarei corpului abraziv este variabilă în timp, ca urmare a procesului de uzare, inevitabil în decursul procesului de abrazare a feței de așezare. Realizarea unui model al generatoarei efective a discului abraziv și introducerea acestuia în cadrul procesului de modelare a generării suprafețelor de așezare a burghiului elicoidal poate oferi indicii asupra erorilor de realizare a suprafeței de așezare, cu repercusiuni asupra funcționalității sculei.

De regulă, mașinile pentru ascuțirea burghiilor elicoidale au prevăzută în cinematica constructivă o mișcare relativă a sculei în lungul generatoarei teoretice a corpului abraziv, în scopul uniformizării uzurii suprafețelor active a acestora, astfel că, se poate considera că formă efectivă a corpului abraziv se modifică, în raport cu cea teoretică, pentru un domeniu al generatoarei acesteia, mai extinsă decât lungimea efectivă a muchiei de așchiere a sculei, a cărei suprafață de așezare este generată, figura 4. 15.

Ascuțirea cilindrică a feței de așezare, cinematica principală:

- I. mișcarea de așchiere a corpului abraziv
- II. mișcarea de oscilație a burghiului ascuțit
- III. mișcarea de avans, în lungul axei burghiului
- IV. mișcarea de uniformizare a uzurii discului abraziv

Astfel, modelul generatoarei efective a corpului abraziv poate fi realizat sub forma unui polinom Bezier, care pentru simplitatea abordării poate fi considerat ca un polinom de grad inferior (gradul 2 sau 3).

### Cinematica așchierii. Sisteme de referință

În figura 4. 15, este prezentată cinematica principală a procedurii de ascuțire a suprafeței de așezare principale a burghiului elicoidal, procedeul cilindric.

Se definesc sistemele de referință:

XYZ – sistem de referință solidar generatoarei corpului abraziv;

$X_{10}Y_{10}Z_{10}$  – sistem de referință mobil solidar axei de oscilație a burghiului ascuțit;

$X_1Y_1Z_1$  – sistem mobil, solidar burghiului ascuțit.

Se definesc și sisteme de referință fixe:

xyz – cu axa x suprapusă axei corpului abraziv;

$x_{10}y_{10}z_{10}$  – sistem fix, cu axa  $z_{10}$  suprapusă axei de oscilație

În sistemul mobil XYZ, se definește modelul generatoarei corpului abraziv, prin “măsurarea” a trei sau multe puncte în lungul generatoarei, fie  $A[X_A, Z_A]$ ,  $C[X_C, Z_C]$  și  $B[X_B, Z_B]$  acestea.

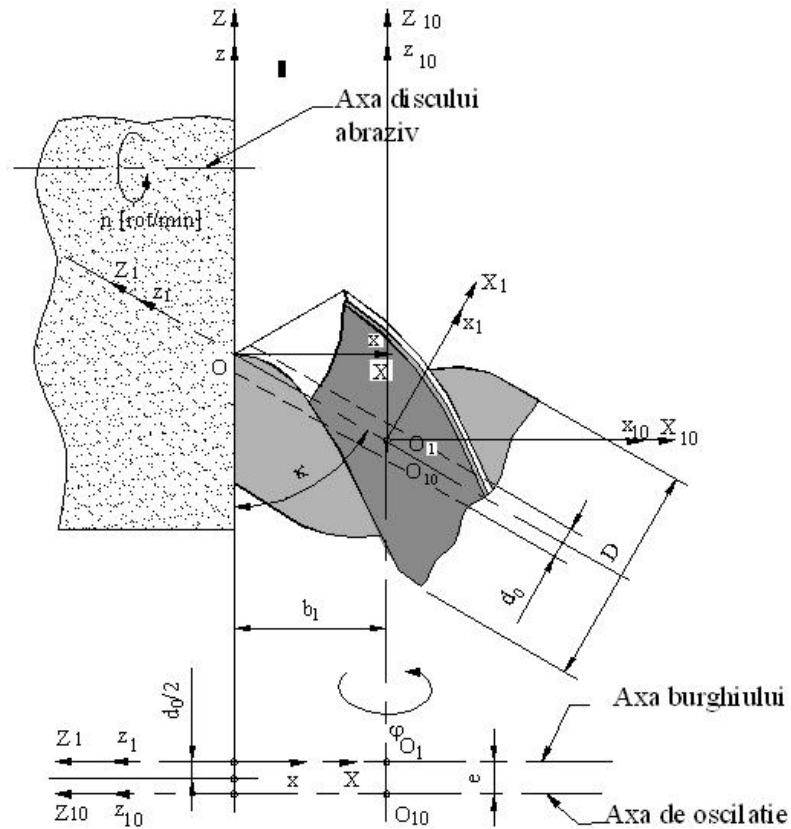


Figura 4. 15. Cinematica principală. Sisteme de referință

Modelul generatoarei efective, în forma unui polinom Bezier, de gradul doi, este:

$$X = \begin{Bmatrix} P_X(\lambda) \\ 0 \\ P_Z(\lambda) \end{Bmatrix} \quad (4.31)$$

cu

$$P_X(\lambda) = \lambda^2 \cdot A_X + 2\lambda(1-\lambda)C_X + (1-\lambda)^2 B_X \quad (4.32)$$

$$P_Z(\lambda) = \lambda^2 \cdot B_Z + 2\lambda(1-\lambda)C_Z + (1-\lambda)^2 B_Z \quad (4.33)$$

$$0 \leq \lambda \leq 1$$

• **Notă**

Definirea unui număr mai mare de puncte în lungul modelului generatoarei efective a discului abraziv, (ceea ce înseamnă un polinom de aproximare de grad superior 3, 4 sau mai mult) poate conduce la o mai riguroasă apreciere a calității modelului suprafeței de așezare.

Identificarea coeficienților polinomului Bezier de substituție a generatoarei efective, ca polinom de gradul doi este prezentată în tabelul 4. 2.

Tabelul 4. 2. Coeficienții polinomului de gradul doi

Coordonate ale modelului primar al generatoarei	$\lambda$	Coeficienții polinomului
$X_A; Z_A$	$\lambda_A = 0$	$B_X = X_A$ $B_Z = Z_A$
$X_C; Z_C$	$\lambda_C$	$C_X = \frac{X_C - \lambda_C^2 X_B - (1 - \lambda_C)^2 X_A}{2\lambda_C(1 - \lambda_C)}$ ; $C_Z = \frac{Z_C - \lambda_C^2 Z_B - (1 - \lambda_C)^2 X_A}{2\lambda_C(1 - \lambda_C)}$ .
$X_B; Z_B$	$\lambda_B = 1$	$A_X = X_B$ $A_Z = Z_B$

Pentru definirea mărimii parametrului  $\lambda$  în punctul de măsurat C, se calculează:

$$\lambda_C = \frac{\sqrt{(X_A - X_C)^2 + (Z_A - Z_C)^2}}{\sqrt{(X_A - X_B)^2 + (Z_A - Z_B)^2}}$$

În realitate, domeniul de variație pentru  $\lambda$ , în zona de pe tăișul principal care corespunde suprafeței de așezare efective, poate fi inferior domeniului descris de (4.33).

Mișcarea generatoarei efective în raport cu burghiul este descrisă de:

$$\begin{Bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \cos \kappa & 0 & \sin \kappa \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \kappa & 0 & \cos \kappa \end{Bmatrix} \cdot \left\{ \begin{Bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} P_X(\lambda) - b_1 \\ e \\ P_Z(\lambda) + \frac{b_1}{\text{tg} \kappa} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} 0 \\ e \\ 0 \end{Bmatrix} \right\} \quad (4.34)$$

cu  $\kappa, b_1, e$  constante geometrice ale procesului, care, după dezvoltare, permit obținerea unui model al suprafeței efective de așezare, în forma:

$$\begin{aligned} X_1 &= [(P_X(\lambda) - b_1) \cos \varphi + e \sin \varphi] \cos \kappa + \left[ P_Z(\lambda) + \frac{b_1}{\text{tg} \kappa} \right]; \\ Y_1 &= [(P_X(\lambda) - b_1) \sin \varphi + e \cos \varphi - e]; \\ Z_1 &= -[(P_X(\lambda) - b_1) \cos \varphi + e \sin \varphi] \sin \kappa + \left[ P_Z(\lambda) + \frac{b_1}{\text{tg} \kappa} \right] \cos \kappa. \end{aligned} \quad (4.35)$$

### • Curbe de detalonare pe suprafața de așezare (predicție geometrică)

Se definesc curbele efective de detalonare, pe suprafața de așezare modelată ca reprezentând intersecția suprafeței de așezare (predicționată) cu planuri perpendiculare pe axa burghiului, figura 4. 16

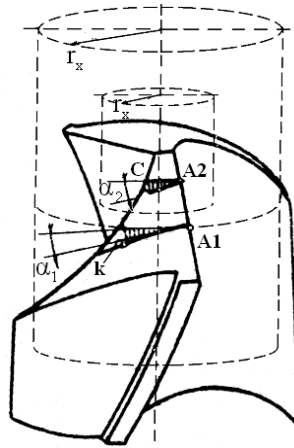


Figura 4. 16. Curba de detalonare predicționată

Modelul curbei de detalonare predicționată se obține din formele (4.35) pentru:

$$Z_1 = -h \quad (4.36)$$

cu  $h$  – variabil între limitele

$$-\frac{D}{2} \cdot \frac{1}{\sin \kappa} \leq h \leq 0 \quad (4.37)$$

Din (4.35) și condiția (4.36) rezultă

$$q(\lambda, \varphi) = \left[ (P_x(\lambda) - b_1) \cos \varphi + e \sin \varphi \right] \sin \kappa - \left[ P_z(\lambda) + \frac{b_1}{\operatorname{tg} \kappa} \right] \cos \kappa - h \quad (4.38)$$

Perechile de valori  $\lambda$  și  $\varphi$  care satisfac condiția (4.38) reprezintă un loc geometric pe modelul suprafeței de așezare predicționată (vezi ecuațiile (4.35)), fie (4.39), matricea formată cu mărimile  $\lambda$  și  $\varphi$  care satisfac condiția

$$M = \begin{vmatrix} \lambda_1 & \varphi_1 \\ \lambda_2 & \varphi_2 \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \lambda_n & \varphi_n \end{vmatrix} \quad (4.39)$$

cu observația că parametrul  $\lambda$  variază între  $0 \leq \lambda \leq 1$  pentru punctul curent de pe tăișul burghiului, punctul  $M_i$ :

$$\varphi_i = \arcsin \frac{\frac{d_0}{2}}{\sqrt{h_i^2 \sin^2 \kappa + \frac{d_0^2}{4}}} \quad (4.40)$$

$$\left| \begin{array}{l} \varphi_{\min} = \arcsin \frac{\frac{d_0}{2}}{\sqrt{h_i^2 \sin^2 \kappa + \frac{d_0^2}{4}}} \\ \varphi_{\max} = \frac{\pi}{2} \end{array} \right. \quad (4.41)$$

Ansamblul coordonatelor  $X_{li} Y_{li}$  determinate de mărimile  $\lambda_i, \varphi_i$  care satisfac condiția (4.39) permit trasarea proiecției liniei de detalonare, din planul  $Z_i = -h$ , pe planul  $X_i Y_i$  (linia de detalonare predicționată).

Se consideră că o detalonare este efectivă, dacă toate punctele liniei de detalonare predicționate, fie  $[X_{1i}, Y_{1i}]$  acestea, respectă condiția:

$$\sqrt{X_i^2 + Y_i^2} \leq r_{x_i} \quad (4.42)$$

# OBIECTIVUL 5. ELABORAREA UNOR ALGORITMI CAPABILI A ESTIMA RIGUROS ȘI RAPID CONDIȚIILE DE ÎNFĂȘURARE EXPRIMATE ÎN FORMĂ DISCRETĂ PRIN METODA TANGENTEI

## 5.1. ELABORAREA DE ALGORITMI PENTRU PROFILAREA DE CORECȚIE A SCULELOR CARE GENEREAZĂ PRIN ÎNFĂȘURARE PRIN METODA RULĂRII

### 5.1.1 Metoda tangentelor aplicată profilării sculelor care generează prin înfășurare prin metoda rulării

Metoda tangentelor, ca metodă de reprezentare în formă discretă a suprafețelor, poate fi aplicată și pentru studiul suprafețelor reciproc înfășurătoare asociate unor cupluri de axoide în rulare. Se prezintă, în cele ce urmează, algoritmi specifici realizați în baza teoremelor fundamentale și complementare ale înfășurării suprafețelor, prin exprimarea suprafețelor prin metoda tangentelor

#### 5.1.1.1. Profilarea sculei-cremalieră

Se acceptă reprezentarea unei suprafețe elicoidale cilindrice și de pas constant, asociată unui cuplu de centroide în rulare, vezi și figura 5. 1.

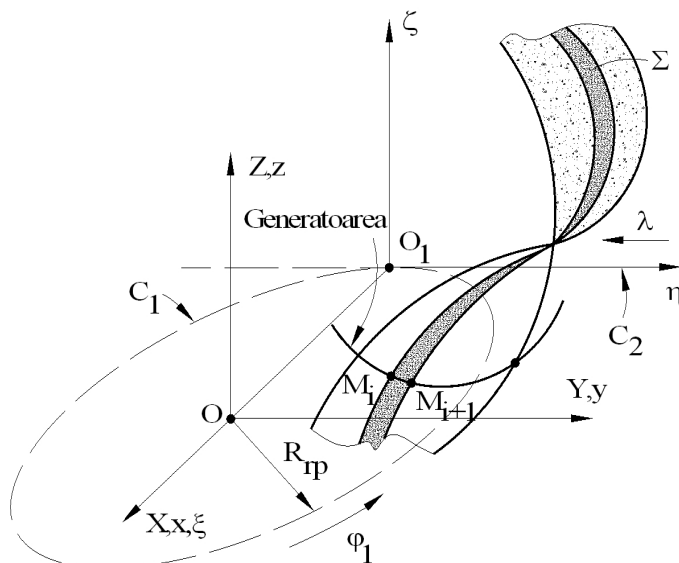


Figura 5. 1. Sistemele de referință, profilarea sculei-cremalieră

Se definesc sistemele de referință:

- $xyz$  este sistemul de referință fix, cu axa  $z$  suprapusă axei vârtelui de suprafață;
- $XYZ$  – sistem de referință mobil, solidar cu suprafețele elicoidale ale vârtelui de generat;
- $\xi\eta\zeta$  - sistem de referință mobil solidar cu flancurile cremalierii.

Mișcările absolute ale sistemelor de referință mobile, sunt:

$$x = \omega_3^T(\varphi_1) \cdot X, \quad (5.1)$$

reprezentând mișcarea de rotație a vârtelui de suprafețe de generat:

$$x = \xi + a, \text{ cu } a = \begin{vmatrix} -R_{rp} \\ -R_{rp} \cdot \varphi_1 \end{vmatrix} \quad (5.2)$$

reprezentând translația sistemului  $\xi\eta\zeta$ , solidar flancurilor sculei-cremalieră.

Rezultă mișcarea relativă

$$\xi = \omega_3^T(\varphi_1) \cdot X - a \quad (5.3)$$

și inversa acesteia

$$X = \omega_3(\varphi_1) \cdot [\xi + a]. \quad (5.4)$$

Astfel, familia de suprafețe elicoidale, reprezentată în “forma discretă” prin metoda tangentelor,

$$\begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 & 0 \\ \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_i \cdot \cos \varphi - Y_i \cdot \sin \varphi \\ X_i \cdot \sin \varphi + Y_i \cdot \cos \varphi \\ p \cdot \varphi \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -R_{rp} \\ -R_{rp} \cdot \varphi_1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (5.5)$$

se exprimă, principal, prin:

$$(\Sigma)_{\varphi_1} \begin{cases} \xi = \xi[\varphi, \varphi_1, (X_i, Y_i)]; \\ \eta = \eta[\varphi, \varphi_1, (X_i, Y_i)]; \\ \zeta = \zeta[\varphi, \varphi_1, (X_i, Y_i)], \end{cases} \quad (5.6)$$

în care  $(X_i, Y_i)$  sunt coordonate ale punctelor de pe secțiunea transversală, exprimată în formă discretă.

Înfășurătoarea familiei de suprafețe elicoidale  $(\Sigma)_{\varphi_1}$  reprezintă flancul cremalierii generatoare – suprafață periferică primară a sculei-pieptene.

Condiția de înfășurare în forma

$$\overline{N_{\Sigma}} \cdot \overline{R_{\varphi_1}} = 0 \quad (5.7)$$

presupune cunoașterea normalei la suprafața  $\Sigma$ , exprimată în formă discretă prin metoda tangentelor,

$$\begin{aligned} Nx &= p \cdot [\cos \beta_i \cdot \sin \varphi + \sin \beta_i \cdot \cos \varphi]; \\ Ny &= -p \cdot [\cos \beta_i \cdot \cos \varphi - \sin \beta_i \cdot \sin \varphi]; \\ Nz &= -X_i \cdot \cos \beta_i - Y_i \cdot \sin \beta_i, \end{aligned} \quad (5.8)$$

precum și a parametrilor directori ai vectorului  $\overline{R_{\varphi_1}}$ ,

$$R_{\varphi_1} = \frac{dX}{d\varphi_1} = \dot{\omega}_3(\varphi_1) \cdot \omega_3^T(\varphi_1) \cdot X + \omega_3(\varphi_1) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -R_{rp} \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (5.9)$$

În final, rezultă

$$R_{\varphi_1} = \begin{pmatrix} X_i \cdot \sin \varphi + Y_i \cdot \cos \varphi - R_{rp} \cdot \sin \varphi_1 \\ -X_i \cdot \cos \varphi + Y_i \cdot \sin \varphi - R_{rp} \cdot \cos \varphi_1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.10)$$

sau, în formă vectorială:

$$\overline{R_{\varphi_1}} = [X_i \cdot \sin \varphi + Y_i \cdot \cos \varphi - R_{rp} \cdot \sin \varphi_1] \vec{i} + [-X_i \cdot \cos \varphi + Y_i \cdot \sin \varphi - R_{rp} \cdot \cos \varphi_1] \vec{j}. \quad (5.11)$$

Condiția de înfășurare specifică, dacă se ține seama de (5.8) și (5.11), devine

$$\begin{aligned} &[\cos \beta_i \cdot \sin \varphi + \sin \beta_i \cdot \cos \varphi] \cdot [X_i \cdot \sin \varphi + Y_i \cdot \cos \varphi - R_{rp} \cdot \sin \varphi_1] - \\ & - [\cos \beta_i \cdot \cos \varphi - \sin \beta_i \cdot \sin \varphi] \cdot [-X_i \cdot \cos \varphi + Y_i \cdot \sin \varphi - R_{rp} \cdot \cos \varphi_1] = 0. \end{aligned} \quad (5.12)$$

**Notă:** Este evident, condiția de înfășurare nu depinde de mărimea parametrului elicoidal, deci, problematica de înfășurare a suprafeței  $\Sigma$  se reduce la o problemă plană de înfășurare în plane perpendiculare pe axa  $\vec{V}[Z]$ .



Se poate defini și suprafața de angrenare –S.A., – în sistemul fix:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 & 0 \\ \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_i \cdot \cos \varphi - Y_i \cdot \sin \varphi \\ X_i \cdot \sin \varphi + Y_i \cdot \cos \varphi \\ p \cdot \varphi \end{pmatrix} \quad (5.13)$$

sau

$$S.A. \begin{cases} x = X_i \cdot \cos(\varphi + \varphi_1) - Y_i \cdot \sin(\varphi + \varphi_1); \\ y = X_i \cdot \sin(\varphi + \varphi_1) + Y_i \cdot \cos(\varphi + \varphi_1); \\ z = p \cdot \varphi. \end{cases} \quad (5.14)$$

- **Linia de contact între cele două suprafețe**

Se definește linia de contact între cele două suprafețe conjugate, suprafața elicoidală și flancul cremalierii, într-o poziție de rulare,

$$\varphi_1 = const. \quad (5.15)$$

cel mai adesea,

$$\varphi_1 = 0 \quad (5.16)$$

împreună cu ansamblul de ecuații (5.6) și condiția (5.12).

În cazul în care vârtejul de suprafețe de generat este format din suprafețe cilindrice, în ecuațiile (5.7), se consideră  $p = 0$ .

### 5.1.1.2. Profilarea sculei cuțit-roată

În mod similar, vezi figura 5. 2, se sintetizează un algoritm specific pentru profilarea sculei de tip cuțit-roată.

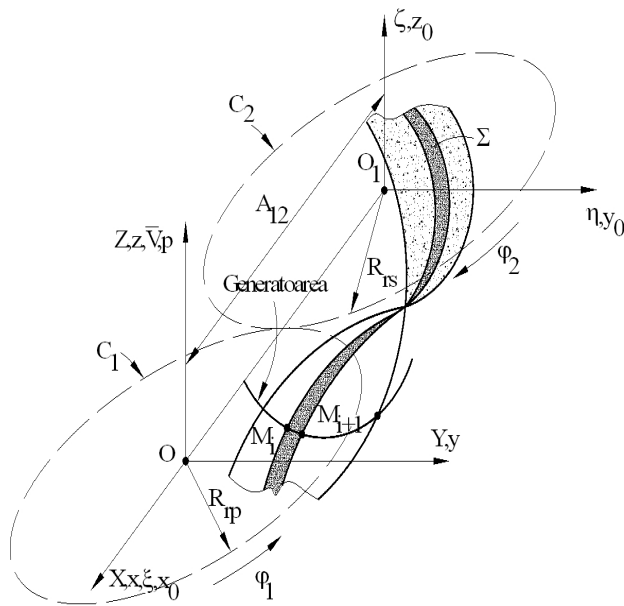


Figura 5. 2. Generarea cu cuțit-roată

S-au definit cele două centroide (secțiuni transversale ale celor două axoide în rulare) ale căror mișcări îndeplinesc condiția

$$R_{r_p} \cdot \varphi_1 = R_{r_s} \cdot \varphi_2 \quad (5.17)$$

cu  $\varphi_1$  și  $\varphi_2$  - parametrii unghiulari ai mișcărilor de rotație și sistemele fixe,  $xyz$  și  $x_0y_0z_0$ . De asemenea, sunt definite sistemele de referință mobile,  $XYZ$  și  $\xi\eta\zeta$ .

Suprafața  $\Sigma$ , solidară centroidului  $C_1$  fiind o suprafața elicoidală cilindrică și de pas constant, exprimată în forma discretă prin metoda tangentelor, execută, împreună cu sistemul de referință  $XYZ$ , o mișcare de rotație

$$x = \omega_3^T(\varphi_1) \cdot X \quad (5.18)$$

și similar, centroida asociată sculei, solidară sistemului  $\xi\eta\zeta$ ,

$$x_0 = \omega_3^T(-\varphi_2) \cdot \xi. \quad (5.19)$$

Transformarea de coordonate între sistemele de referință fixe este cunoscută în forma

$$x_0 = x - \begin{vmatrix} -A_{12} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}. \quad (5.20)$$

Rezultă mișcările relative

$$\xi = \omega_3(-\varphi_2) \cdot \left[ \omega_3^T(\varphi_1) \cdot X - \begin{vmatrix} -A_{12} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \right] \quad (5.21)$$

și inversa

$$X = \omega_3(\varphi_1) \cdot \left[ \omega_3^T(-\varphi_2) \cdot \xi + \begin{vmatrix} -A_{12} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \right]. \quad (5.22)$$

Se definește familia de suprafețe  $\Sigma$  în sistemul de referință  $\xi\eta\zeta$ , vezi și (5.21),

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{vmatrix} &= \begin{vmatrix} \cos \varphi_2 & -\sin \varphi_2 & 0 \\ \sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 & 0 \\ \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} X_i \cos \varphi - Y_i \sin \varphi \\ X_i \sin \varphi + Y_i \cos \varphi \\ p \cdot \varphi \end{vmatrix} + \\ &+ \begin{vmatrix} -A_{12} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}, \end{aligned} \quad (5.23)$$

principal, în forma:

$$(\Sigma) \begin{cases} \xi = \xi[\varphi, \varphi_1, \varphi_2, (X_i, Y_i)]; \\ \eta = \eta[\varphi, \varphi_1, \varphi_2, (X_i, Y_i)]; \\ \zeta = \zeta[\varphi, \varphi_1, \varphi_2, (X_i, Y_i)], \quad (i=1,2,3,\dots,n) \end{cases}. \quad (5.24)$$

- *Condiția de înfășurare*

Condiția în forma GOHMAN presupune cunoașterea normalei și a vectorului având direcția vitezei în mișcarea relativă a sistemului asociat sculei față de sistemul XYZ,

$$R_{\varphi_1} = \frac{dx}{d\varphi_1} = \overset{\circ}{\omega}_3(\varphi_1) \cdot \left[ \omega_3^T(-\varphi_2) \cdot \xi + \begin{vmatrix} -A_{12} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \right] + \omega_3(\varphi_1) \cdot \overset{\circ}{\omega}_3^T(-\varphi_2) \cdot \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1} \cdot \xi \quad (5.25)$$

cu definiția

$$i = \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1}, \quad (\text{raportul de transmitere}) \quad (5.26)$$

și matricea  $\xi$  dată de (5.24).

Rezultă forma

$$\begin{aligned} &[(i+1) \cdot Y[(X_i, Y_i), \varphi] - i \cdot A_{12} \cdot \sin \varphi_1] \cdot N_x - \\ &- [(i+1) \cdot X[(X_i, Y_i), \varphi] + i \cdot A_{12} \cdot \cos \varphi_1] \cdot N_y = 0. \end{aligned} \quad (5.27)$$

Dacă se ține seama de expresiile parametrilor directori ai normalei și, de asemenea, de ecuațiile suprafeței elicoidale exprimată în formă discretă prin metoda tangențelor, condiția (5.27) capătă expresia

$$\begin{aligned} & \left\{ (i+1) \cdot [X_i \cdot \sin \varphi + Y_i \cdot \cos \varphi] - i \cdot A_{12} \cdot \sin \varphi_1 \right\} \cdot [\cos \beta_i \cdot \sin \varphi + \sin \beta_i \cdot \cos \varphi] + \\ & + \left\{ (i+1) \cdot [X_i \cdot \cos \varphi - Y_i \cdot \sin \varphi] + i \cdot A_{12} \cdot \cos \varphi_1 \right\} \cdot [\cos \beta_i \cdot \cos \varphi - \sin \beta_i \cdot \sin \varphi] = 0. \end{aligned} \quad (5.28)$$

Ansamblul ecuațiilor (5.24), (5.28) reprezintă, în formă discretă, suprafața periferică primară a cuțitului-roată.

Facem observația că, și în acest caz, generarea se consideră a se realiza în planul transversal axelor de rotație.

Pentru cazul vârtejului de suprafețe cilindrice, în ecuațiile (5.23), se consideră  $p = 0$ .

Linia de angrenare și linia de contact se definesc în mod similar cu cele prezentate anterior, vezi (5.13), (5.15).

### 5.1.1.3. Profilarea cuțitului rotativ

Generarea suprafețelor elicoidale cu scule de tipul cuțitului rotativ prin procedeul rulării reprezintă un caz particular al generării cu cuțitul-roată, centroida semifabricatului fiind în acest caz o dreaptă, vezi figura 5. 3. Este cunoscut faptul că, acest tip de generare este o problemă de înfășurare plană.

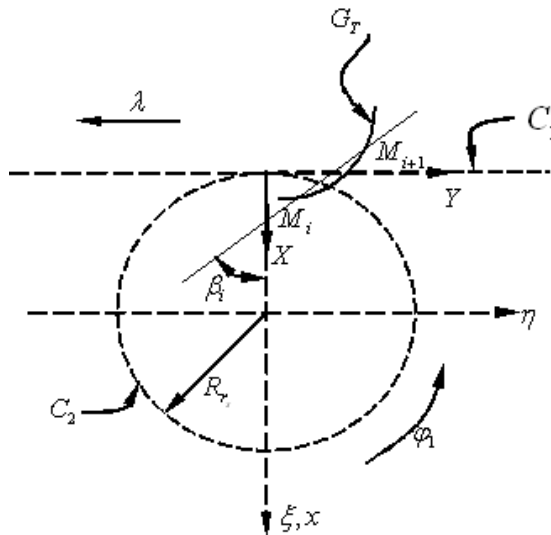


Figura 5. 3. Generarea cu cuțit rotativ

Se definesc sistemele de referință:

- $xy$  este sistemul de referință fix;
- $XY$  - sistem de referință mobil, solidar cu secțiunea axială a semifabricatului;
- $\xi\eta$  - sistem de referință mobil, solidar cu centroida cuțitului rotativ.

Se definește, în sistemul mobil,  $XY$ , generatoarea suprafeței de generat (aici profilul axial  $G_T$ ) de tipul,

$$G_T = \begin{Bmatrix} X_1 & Y_1 \\ X_2 & Y_2 \\ \vdots & \vdots \\ X_n & Y_n \end{Bmatrix}, \quad (5.29)$$

Se definesc mișcările relative între sistemele mobile,

$$\xi = \omega_3(\varphi_1) \cdot [X + a]; \quad (5.30)$$

$$\text{cu } a = \begin{Bmatrix} -R_{rs} \\ -R_{rs} \cdot \varphi_1 \end{Bmatrix},$$

între secțiunea axială  $G_T$  (5.29) și cuțitul rotativ, precum și inversa acesteia, ca mișcarea relativă a sistemului centroidei sculei  $C_2$  față de sistemul generatoarei  $G_T$ ,

$$X = \omega_3^T(\varphi_1) \cdot \xi - a. \quad (5.31)$$

Din (5.30), se determină familia de profiluri  $G_T$  reprezentate în formă discretă

$$\begin{Bmatrix} \xi \\ \eta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 & 0 \\ \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & 0 \end{Bmatrix} \cdot \left[ \begin{Bmatrix} X_i \\ Y_i \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} -R_{rs} \\ -R_{rs} \cdot \varphi_1 \end{Bmatrix} \right] \quad (5.32)$$

sau, după efectuarea operațiilor:

$$\begin{cases} \xi = [X_i - R_{rs}] \cdot \cos \varphi_1 + [Y_i - R_{rs} \cdot \varphi_1] \cdot \sin \varphi_1; \\ \eta = [X_i - R_{rs}] \cdot \sin \varphi_1 - [Y_i - R_{rs} \cdot \varphi_1] \cdot \cos \varphi_1, \end{cases} \quad (5.33)$$

cu  $X_i, Y_i$  coordonatele punctelor aparținând generatoarei (5.29).

- *Condiția de înfășurare*

Exprimată în forma (5.7), condiția de înfășurare presupune calculul parametrilor directori ai normalei la generatoarea  $G_T$  (5.29)

$$\overline{N_{GT}} = \sin \beta_i \cdot \vec{i} + \cos \beta_i \cdot \vec{j} \quad (5.34)$$

iar vectorul  $\overline{R_{\varphi_1}}$  are expresia

$$R_{\varphi_1} = \frac{dX}{d\varphi_1} = \omega_3^T(\varphi_1) \cdot \xi - \begin{vmatrix} 0 \\ -R_{rs} \end{vmatrix} \quad (5.35)$$

care, după dezvoltare, ajunge la forma

$$\overline{R_{\varphi_1}} = [-Y_i + R_{rs} \cdot \varphi_1] \cdot \vec{i} + X_i \cdot \vec{j} \quad (5.36)$$

și, deci, condiția de înfășurare devine

$$[-Y_i + R_{rs} \cdot \varphi_1] \cdot \sin \beta_i + X_i \cdot \cos \beta_i = 0. \quad (5.37)$$

Ansamblul relațiilor (5.33) și (5.37) reprezintă profilul înfășurător al cuțitului rotativ, pentru reprezentarea în formă discretă a secțiunii axiale a semifabricatului.

Se definește, și pentru acest caz, linia de angrenare ca ansamblul format din relațiile care descriu mișcarea absolută și relația care reprezintă condiția de înfășurare:

$$L.A. \begin{cases} x = X_i + R_{rs}; \\ y = Y_i + R_{rs} \cdot \varphi_1; \\ [-Y_i + R_{rs} \cdot \varphi_1] \cdot \sin \beta_i + X_i \cdot \cos \beta_i = 0. \end{cases} \quad (5.38)$$

### 5.1.2. Verificarea metodei tangențelor pentru profilarea sculelor de tip cremalieră pentru generarea prin înfășurare

“Metoda tangențelor”, ca metodă pentru reprezentarea discretă a profilurilor, se propune a fi validată prin compararea rezultatelor privind profilurile sculelor obținute, la generarea aceluiași vârtej de profiluri de generat, cu rezultatele obținute prin aplicarea teoremelor fundamentale precum și a unor metode complementare cunoscute.

În acest sens, se prezintă utilizarea unei teoreme fundamentale (teorema normalelor) și a metodelor complementare (metoda “distanței minime”, metoda “trajectoriilor plane de generare”, metoda “familiei de cercuri substitutive”), în scopul profilării sculei-cremalieră care generează un același profil, exprimat în formă discretă.

#### 5.1.2.1. Profil rectiliniu - metoda tangențelor – scula cremalieră

Un profil oarecare care aparține vârtejurii de profiluri de generat, asociat unei centriode circulare de rază  $R_{rp}$ , este reprezentat în formă discretă prin matricea

$$\Sigma = \begin{vmatrix} X_A & Y_A \\ X_2 & Y_2 \\ \vdots & \vdots \\ X_i & Y_i \\ \vdots & \vdots \\ X_B & Y_B \end{vmatrix} \quad (5.39)$$

în sistemul XY, sistem de referință asociat vârtejurii de profiluri de generat.

Numărul de coordonate, care definesc matricea (5.39), poate fi corelat cu precizia de reprezentare a profilului  $\Sigma$ .

Modelul propus pentru definirea coordonatelor punctului curent al matricei  $\Sigma$  este de forma:

$$\begin{cases} X = X_A + v \cdot \cos \beta_i; \\ Y = Y_A + v \cdot \sin \beta_i, \end{cases} \quad (5.40)$$

cu  $\beta_i$  dat de figura 5. 4, și  $v$  variabilă incrementală.

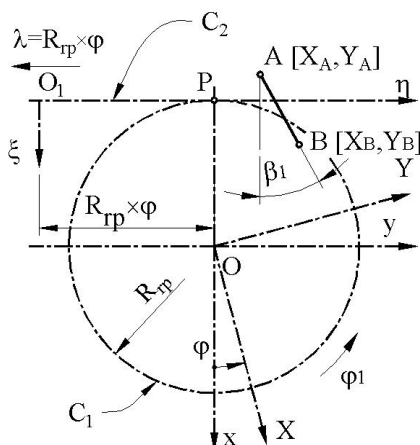


Figura 5. 4. Vârtejul de profiluri asociat centroidului circular,  $C_1$ ;  $C_2$ -centroida sculei cremalieră

Familia de profiluri  $\Sigma$  descrisă în sistemul de referință asociat semifabricatului,  $\xi\eta$ , este de forma:

$$\begin{cases} \xi = X_i \cdot \cos \varphi_1 - Y_i \cdot \sin \varphi_1 + R_{rp}; \\ \eta = X_i \cdot \sin \varphi_1 + Y_i \cdot \cos \varphi_1 + R_{rp} \cdot \varphi_1. \end{cases} \quad (5.41)$$

Condiția de înfășurare determinată în condițiile exprimării profilului de generat în forma (5.39), prin metoda tangentelor, este

$$\left| \sin \beta_i \cdot [Y_i - R_{rp} \cdot \sin \varphi] - \cos \beta_i \cdot [-X_i - R_{rp} \cdot \cos \varphi] \right| \leq \varepsilon, \quad (5.42)$$

cu  $\varepsilon$  arbitrar și suficient de mic.

Ansamblul reprezentărilor familiei de profiluri (5.41) și a condiției de înfășurare specifică metodei tangentelor (5.42) reprezintă, în formă discretă, profilul sculei-cremalieră reciproc înfășurătoare profilului  $\Sigma$ .

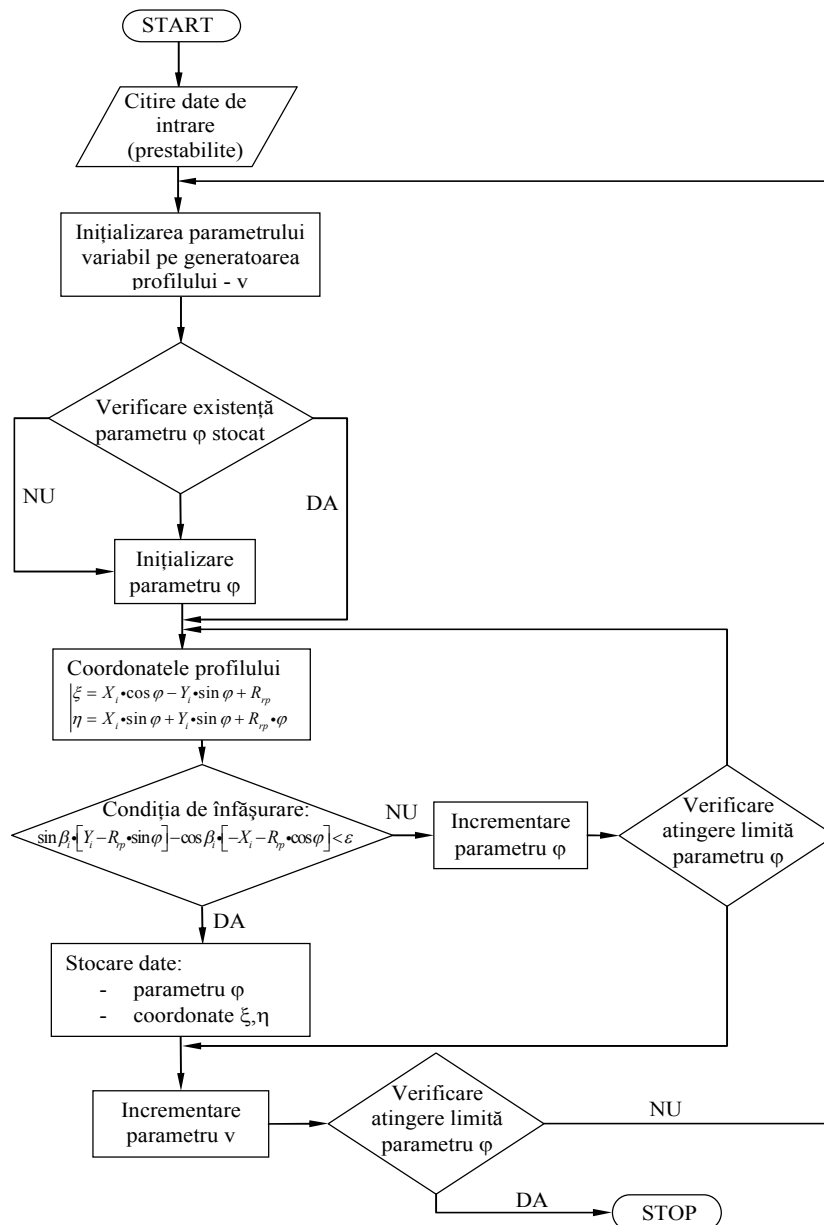


Figura 5. 5. Schema logică pentru profilarea sculei-cremalieră folosind metoda tangentelor

În baza algoritmului propus în formă succintă în cele de mai sus, se imaginează o schemă logică, vezi figura 5. 5 , în baza căreia s-a realizat cu ajutorul limbajului de programare *java* o aplicație care permite, în baza exprimării numerice a profilului de generat, determinarea profilului sculei-cremalieră.

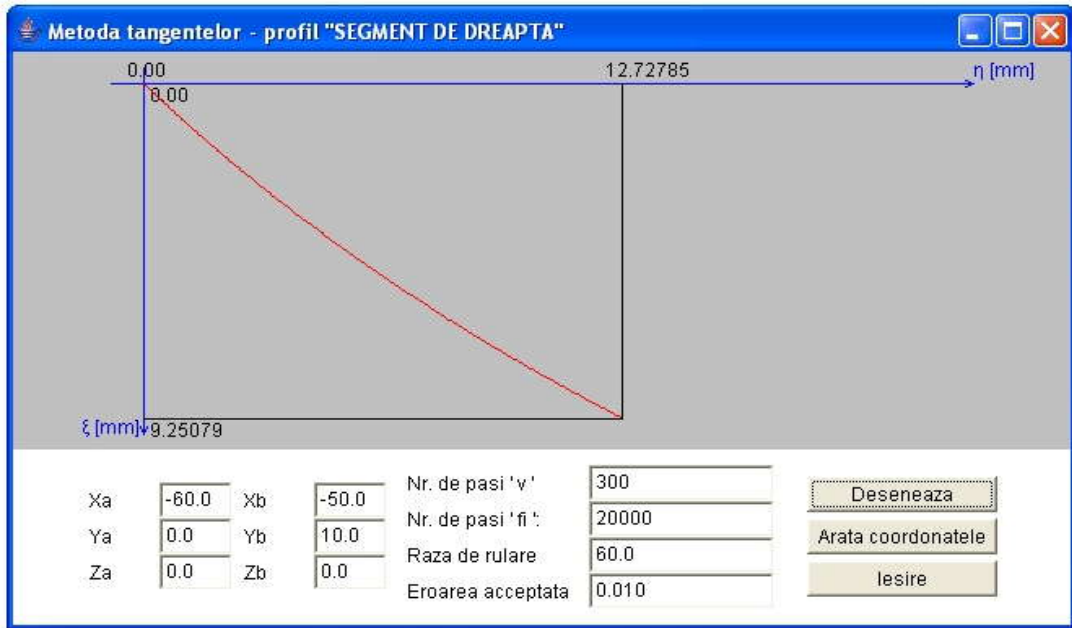


Figura 5. 6. Forma profilului sculei-cremalieră, metoda tangentelor

### Exemplu numeric

În figura 5. 6 și tabelul 5. 1, se prezintă forma și coordonatele profilului sculei-cremalieră, pentru un profil de generat având caracteristicile:

$$A[X_A = -60, Y_A = 0];$$

$$B[X_A = -50, Y_A = 10];$$

$$R_{rp} = 60 \text{ mm.}$$

Tabelul 5. 1. Profilul sculei-cremalieră, metoda tangentelor, profil prelucrat „segment de dreaptă”

$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]
0.00000	0.00000
0.03345	0.03349
0.10036	0.10069
0.13381	0.13440
0.20070	0.20205
0.23415	0.23598
0.30103	0.30406
...	...
9.06281	12.37880
9.08999	12.42894
9.14386	12.52864
9.17054	12.57820
9.22421	12.67817
9.25079	12.72785

## Profil rectiliniu - metoda "distanței minime"

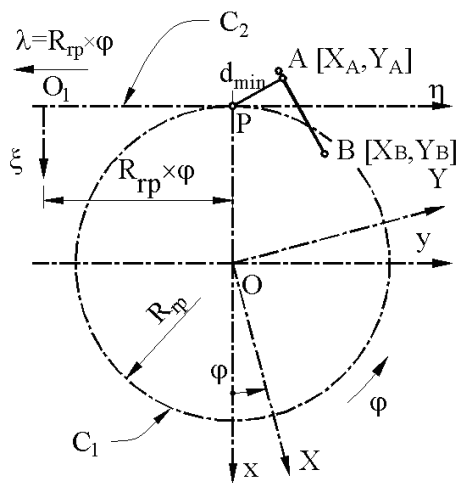


Figura 5. 7. Metoda "distanței minime" - sisteme de referință

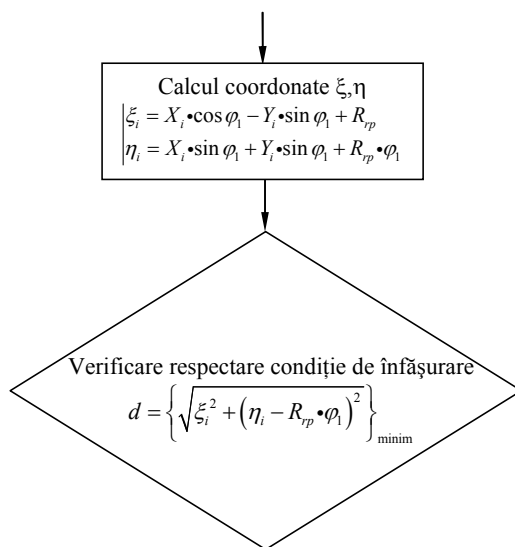


Figura 5. 8. Schema logică, partea specifică metodei "distanței minime"

Apelând la aceeași reprezentare a profilului  $\Sigma$ , figura 5. 7, aparținând vârtejului asociat centroidei  $C_1$ , se definește familia de profiluri în sistemul de referință al sculei-cremalieră ( $\xi\eta$ , asociat centroidei  $C_2$ ) de forma :

$$\begin{cases} \xi_i = X_i \cdot \cos \varphi_1 - Y_i \cdot \sin \varphi_1 + R_{rp}; \\ \eta_i = X_i \cdot \sin \varphi_1 + Y_i \cdot \sin \varphi_1 + R_{rp} \cdot \varphi_1. \end{cases} \quad (5.43)$$

Condiția de înfășurare specifică metodei "distanței minime"

$$d = \left\{ \sqrt{(\xi_i - \xi_P)^2 + (\eta_i - \eta_P)^2} \right\}_{\min} \quad (5.44)$$

în care  $\xi_P, \eta_P$  sunt coordonatele polului angrenării:

$$\xi_P = 0; \eta_P = R_{rp} \cdot \varphi_1, \quad (5.45)$$

Poate fi adusă la că, forma

$$d = \left\{ \sqrt{\xi_i^2 + (\eta_i - R_{rp} \cdot \varphi_1)^2} \right\}_{\min} \quad (5.46)$$

Ansamblul reprezentărilor (5.43) și (5.46) reprezintă, în formă discretă, profilul cuțitului-pieptene (scula-cremalieră). Apelând la noul algoritm, specific metodei "distanței minime", pentru exprimarea în formă discretă a condiției de minim, se imaginează o schemă logică asemănătoare celei de la metoda tangentelor, vezi figura 5. 5, în care ecuațiile profilului de generat și condiția de înfășurare sunt cele specifice, vezi figura 5. 8. În baza acestuia, se realizează o aplicație, în limbajul de programare *java*, care permite exprimarea numerică și

grafică a profilului sculei-cremalieră.

În figura 5. 9 și tabelul 5. 2 (extras din 20.000 de puncte), se prezintă forma și coordonatele profilului sculei-cremalieră pentru un profil de generat având caracteristicile:

$$A[X_A = -60, Y_A = 0];$$

$$B[X_A = -50, Y_A = 10];$$

$$R_{rp} = 60 \text{ mm.}$$



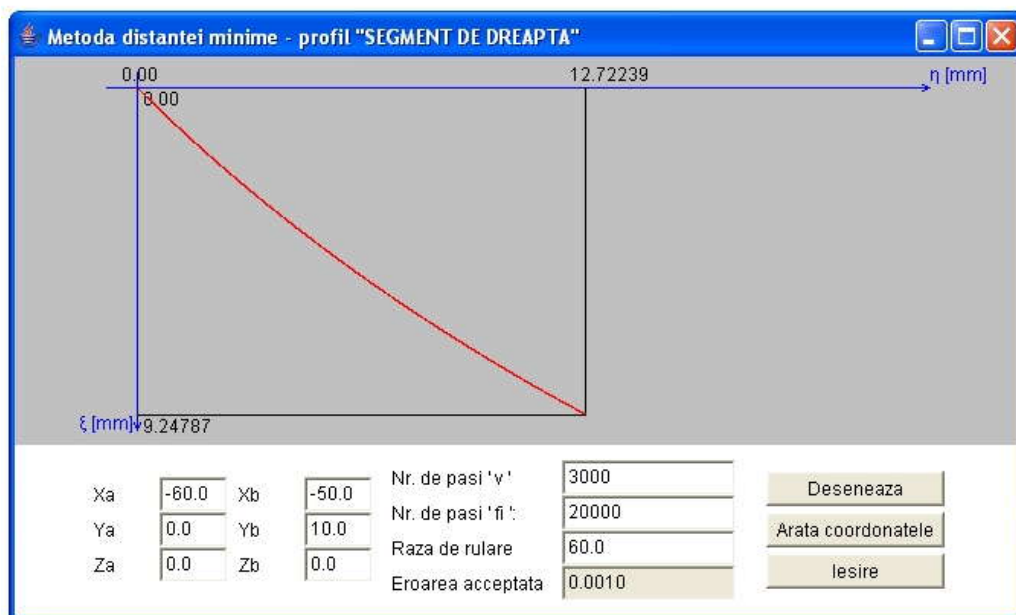


Figura 5. 9. Applet java, metoda traiectoriilor plane de generare

Tabelul 5. 2. Profilul sculei-cremalieră, metoda distanței minime, profil generat „segment de dreaptă”

$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]
0.00000	0.00000
0.43484	0.44117
1.33595	1.39643
1.80063	1.91126
2.75420	3.01694
3.21161	3.57171
4.14642	4.75724
4.62216	5.38853
5.58607	6.72931
6.52634	8.12283
6.97425	8.81883
7.44071	9.56730
7.89958	10.32840
8.35056	11.10189
8.81632	11.92888
9.22780	12.68483
9.25079	12.72785

## Profil rectiliniu - metoda "trajectoriilor plane de generare"

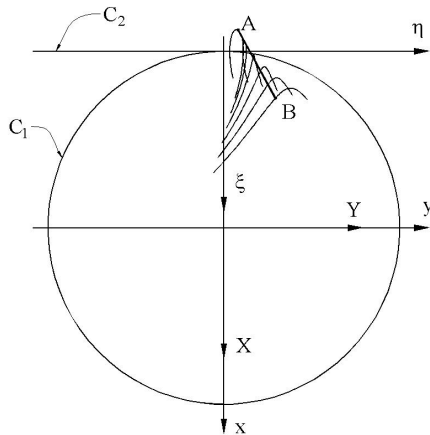


Figura 5. 10. Metoda trajectoriilor plane de generare - sisteme de referință

Pentru reprezentarea analitică a segmentului AB, vezi figura 5. 10, modelul propus pentru definirea coordonatelor punctului curent al matricei  $\Sigma$  este de forma (5.40), cu  $\beta_i$  constant, vezi figura 5. 1 și  $v$  variabilă incrementală. Familia de profiluri, în sistemul  $\xi\eta$ , rezultă din forma (5.47), similară formei (5.41). Variabilele  $v$  și  $\varphi_1$  sunt tratate, în acest caz, ca variabile independente:

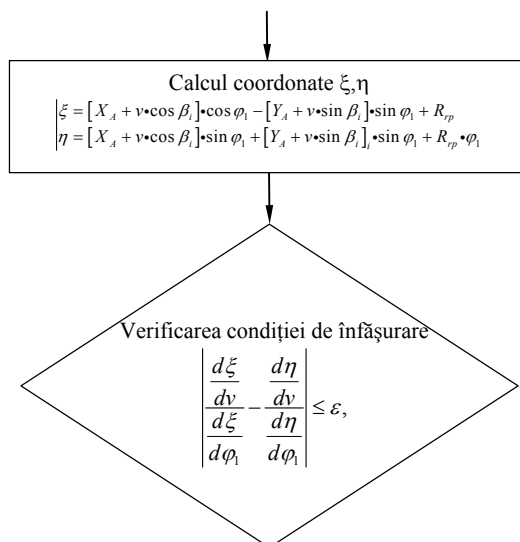
$$\begin{cases} \xi = [X_A + v \cos \beta_i] \cos \varphi_1 - \\ - [Y_A + v \sin \beta_i] \sin \varphi_1 + R_{rp}; \\ \eta = [X_A + v \cos \beta_i] \sin \varphi_1 + \\ + [Y_A + v \sin \beta_i] \sin \varphi_1 + R_{rp} \varphi_1. \end{cases} \quad (5.47)$$

Se definesc derivatele parțiale, din relația

(5.47):

$$\begin{cases} \frac{d\xi}{dv} = \cos(\varphi_1 + \beta_i); \\ \frac{d\eta}{dv} = \sin(\varphi_1 + \beta_i); \\ \frac{d\xi}{d\varphi_1} = -[X_A + v \cos \beta_i] \sin \varphi_1 - [Y_A + v \sin \beta_i] \cos \varphi_1; \\ \frac{d\eta}{d\varphi_1} = [X_A + v \cos \beta_i] \cos \varphi_1 - [Y_A + v \sin \beta_i] \sin \varphi_1 + R_{rp}, \end{cases} \quad (5.48)$$

astfel că, se poate scrie condiția de înfășurare specifică



$$\left| \frac{\frac{d\xi}{dv} - \frac{d\eta}{dv}}{\frac{d\xi}{d\varphi_1} - \frac{d\eta}{d\varphi_1}} \right| \leq \varepsilon, \quad (5.49)$$

pentru  $\varepsilon$  arbitrar și suficient de mic, în corelație cu precizia dorită de determinare a profilului sculei cremalieră.

În baza algoritmului, se imaginează o schemă logică dedicată, vezi figura 5. 11, cu ajutorul careia s-a realizat, folosindu-se limbajul *java*, un program care prezintă numeric și grafic profilul sculei-cremalieră.

Figura 5. 11. Schema logică, partea specifică metodei "trajectoriilor plane de generare"

În figura 5. 12 și tabelul 5. 3, se prezintă forma și coordonatele profilului sculei-cremalieră pentru un profil de generat având aceleași caracteristici dimensionale, ale profilului rectiliniu, acceptat pentru studiu.

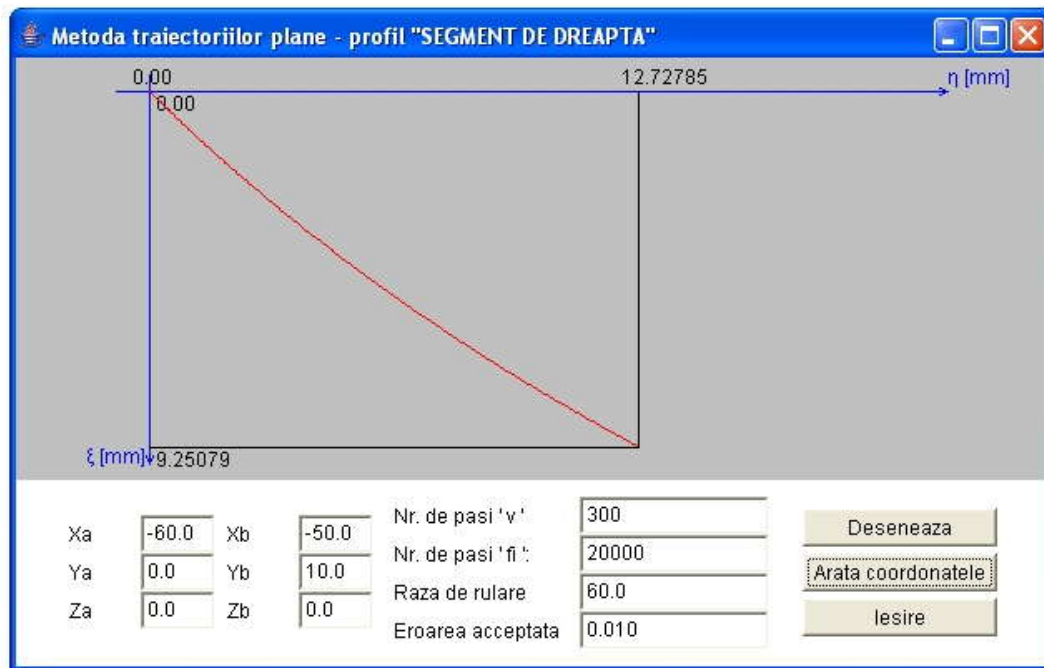


Figura 5. 12. Applet java, metoda traiectoriilor plane de generare

Tabelul 5. 3. Profilul sculei-cremalieră, metoda traiectoriilor plane de generare, profil generat „segment de dreaptă”

$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]
0.00000	0.00000
0.06690	0.06705
0.10036	0.10069
0.16726	0.16819
0.20070	0.20205
0.26759	0.26998
0.30103	0.30406
0.33447	0.33821
...	...
9.00875	12.27936
9.06281	12.37880
9.08999	12.42894
9.14386	12.52864
9.17054	12.57820
9.19720	12.62780
9.22421	12.67817
9.25079	12.72785

### Profil rectiliniu - metoda "familiei de cercuri de substituire"

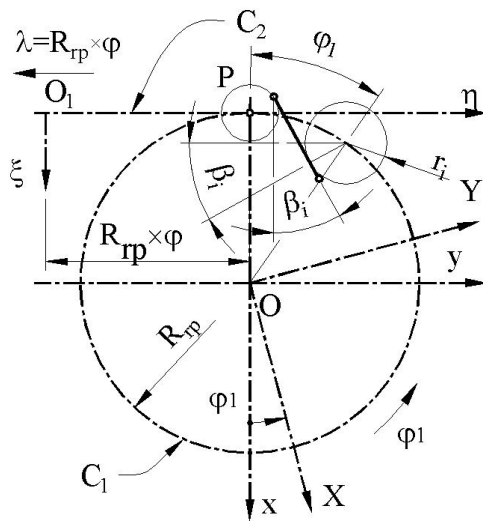


Figura 5. 13. Familia de cercuri de substituție

În concordanță cu metoda familiei de cercuri de substituție, figura 5. 13, se definește familia de cercuri asociate segmentului AB ca având ecuațiile:

$$\begin{cases} X = -R_{rp} \cdot \cos \varphi_1 + r_i \cdot \sin \beta_i; \\ Y = R_{rp} \cdot \sin \varphi_1 - r_i \cdot \cos \beta_i, \end{cases} \quad (5.50)$$

în care  $r_i$ ,  $\beta_i$  sunt definibile din condiția ca cercurile familiei având centrele pe centrioda  $C_1$ , să fie tangente segmentului AB, vezi ecuațiile (5.40).

Din această condiție, se determină ecuațiile de identificare:

$$\begin{aligned} X_A + v \cdot \cos \beta_i + \\ + R_{rp} \cdot \cos \varphi_1 &= r_i \cdot \sin \beta_i; \\ Y_A + v \cdot \sin \beta_i - \\ - R_{rp} \cdot \sin \varphi_1 &= -r_i \cdot \cos \beta_i, \end{aligned} \quad (5.51)$$

reprezentând condițiile de punct comun între cercurile familiei și segment, și

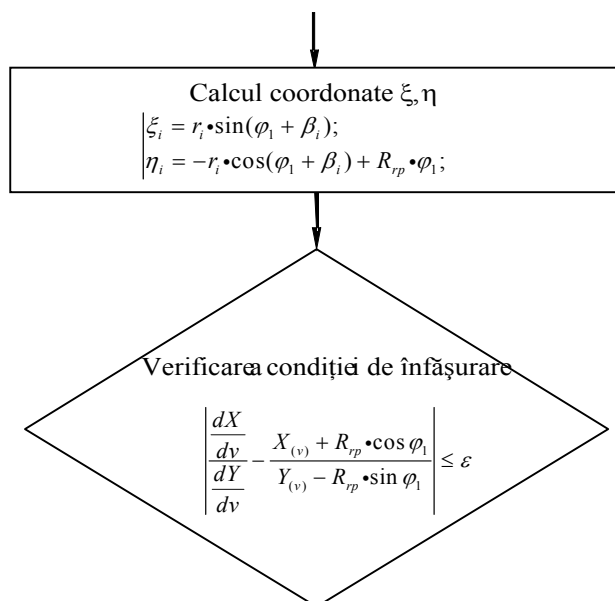
$$\begin{cases} \frac{dX}{dv} = r_i \cdot \cos \beta_i; \\ \frac{dY}{dv} = r_i \cdot \sin \beta_i, \end{cases} \quad (5.52)$$

reprezentând condiția de tangentă comună în punctul de contact.

Astfel, se definesc:

$$r_i = \sqrt{[X_A + v \cdot \cos \beta_i + R_{rp} \cdot \cos \varphi_1]^2 + [Y_A + v \cdot \sin \beta_i - R_{rp} \cdot \sin \varphi_1]^2}; \quad (5.53)$$

$$\operatorname{tg} \beta_i = \frac{|Y_{i+1} - Y_i|}{|X_{i+1} - X_i|}; \quad (5.54)$$



și condiția

$$\left| \frac{\frac{dY}{dv} - \frac{X_{(v)} + R_{rp} \cdot \cos \varphi_1}{\frac{dX}{dv} - \frac{Y_{(v)} - R_{rp} \cdot \sin \varphi_1}} \right| \leq \varepsilon.$$

Inecuația (5.55)

reprezintă condiția de înfășurare specifică metodei familiei de cercuri de substituție.

Familia de cercuri de substituție, transpusă în rulare pe centrioda  $C_2$ , are ecuațiile:

Figura 5. 14. Schema logică, secțiunea specifică metodei "cercurilor de substituție"

$$\begin{aligned}\xi_i &= r_i \sin(\varphi_1 + \beta_i); \\ \eta_i &= -r_i \cos(\varphi_1 + \beta_i) + R_{rp} \varphi_1.\end{aligned}\quad (5.56)$$

Ansamblul ecuațiilor (5.53), (5.54), (5.55) și (5.56) reprezintă profilul sculei-cremalieră reciproc înfășurătoare profilului de generat.

Schema logică specifică metodei cercurilor substitutive este prezentată în figura 5.14.

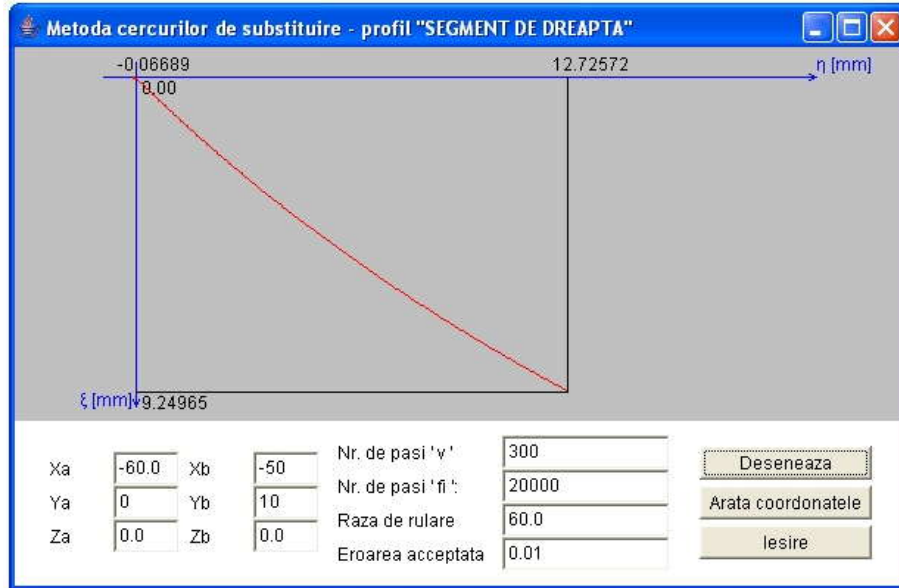


Figura 5. 15. Applet-ul java – metoda cercurilor de substituire, profil rectiliniu

În figura 5. 15, se prezintă applet-ul java care constituie aplicația realizată, în baza algoritmului prezentat și a schemei logice din figura 5. 11.

Tabelul 5. 4, prezintă coordonatele profilului sculei-cremalieră, determinate pentru profilul rectiliniu având aceleași caracteristici dimensionale ca în exemplul anterior.

Tabelul 5. 4. Profilul sculei-cremalieră, metoda cercurilor de substituire, profil prelucrat „segment de dreaptă”

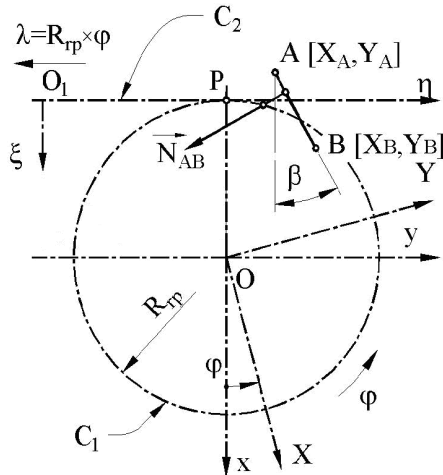
$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]
0.00000	0.00000
0.06689	-0.06689
0.13538	0.12556
0.17432	0.17050
0.24834	0.24875
0.28415	0.28576
...	...
9.06202	12.37733
9.11555	12.47620
9.14251	12.52614
9.19635	12.62621
9.22323	12.67635
9.25079	12.72785

## Profil rectiliniu - metoda normalelor - Willis

Metoda normalelor reprezentând o metodă fundamentală cunoscută, figura 5. 16, reprezintă principalul termen de comparație pentru a stabili calitatea „metodei tangentelor”.

Familiei de profiluri, vezi (5.47), i se asociază condiția de înfășurare specifică

$$\left| \{R_{rp} \cdot \cos \varphi_1 - [X_A + v \cdot \cos \beta_i]\} \cdot \cos \beta_i + \{R_{rp} \cdot \sin \varphi_1 - [Y_A + v \cdot \sin \beta_i]\} \cdot \sin \beta_i \right| \leq \varepsilon \quad (5.57)$$



cu  $\varepsilon$  arbitrar ales și suficient de mic, pentru a asigura o precizie dorită a profilului sculei. Ansamblul ecuațiilor (5.47) și (5.57) reprezintă, pentru această metodă, profilul sculei-cremalieră.

În figura 5. 17, este prezentată aplicația specifică realizată, de asemenea, sub formă de *applet java*, iar coordonatele profilului sculei-cremalieră rezultate în urma rulării programului sunt prezentate în tabelul 5. 5.

Figura 5. 16. Metoda normalelor - Willis

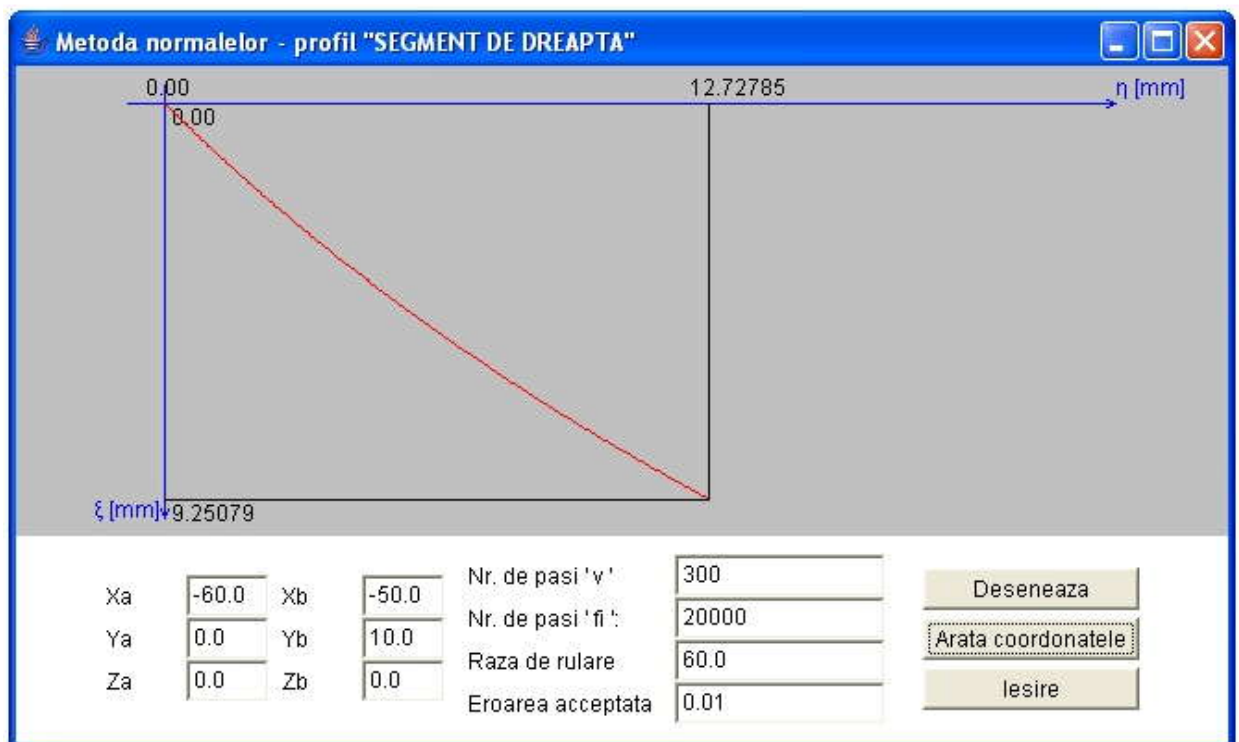


Figura 5. 17. Applet-ul java – metoda normalelor - Willis

Tabelul 5. 5. Profilul sculei-cremalieră, metoda normalelor; profil modelat „segment de dreaptă”

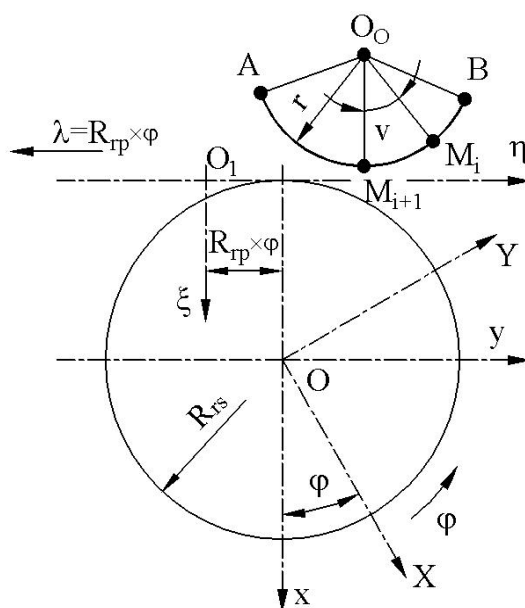
$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]
0.00000	0.00000
0.06689	-0.06689
0.07478	-0.00746
0.13538	0.12556
0.17432	0.17050
0.24834	0.24875
0.28415	0.28576
...	...
8.98088	12.22828
9.03500	12.32758
9.06202	12.37733
9.11555	12.47620
9.14251	12.52614
9.19635	12.62621
9.22323	12.67635
9.25079	12.72785

- Rezultatele prezentate în tabelele 5.1 ... 5.5, pentru diferitele metode utilizate, confirmă calitatea „metodei tangentelor” ca metodă de reprezentare în formă discretă a profilurilor în înfășurare, profilurile cremalierii înfășurătoare fiind practic, identice pentru toate metodele utilizate .

#### 5.1.2.2. Profil “arc de cerc” - metoda tangentelor

Modelul propus pentru definirea coordonatelor punctului curent al matricei  $\Sigma$  (vezi figura 5. 18) este dat de:

$$\begin{cases} X = X_0 + r \cdot \cos v; \\ Y = Y_0 + r \cdot \sin v, \end{cases} \quad (5.58)$$



În figura 5. 19, este prezentată aplicația specifică realizată ca *applet java*, iar coordonatele profilului sculei-cremalieră rezultate în urma rulării programului sunt prezentate în tabelul 5. 6, pentru un profil de generat având coordonatele:

$$X_0 = -64; Y_0 = 0; r = 8 \text{ mm};$$

$$v_{\min} = -30^\circ; v_{\max} = 30^\circ; R_{rp} = 60 \text{ mm}$$

Figura 5. 18. Vârtejul de profiluri asociat centroidei circulare

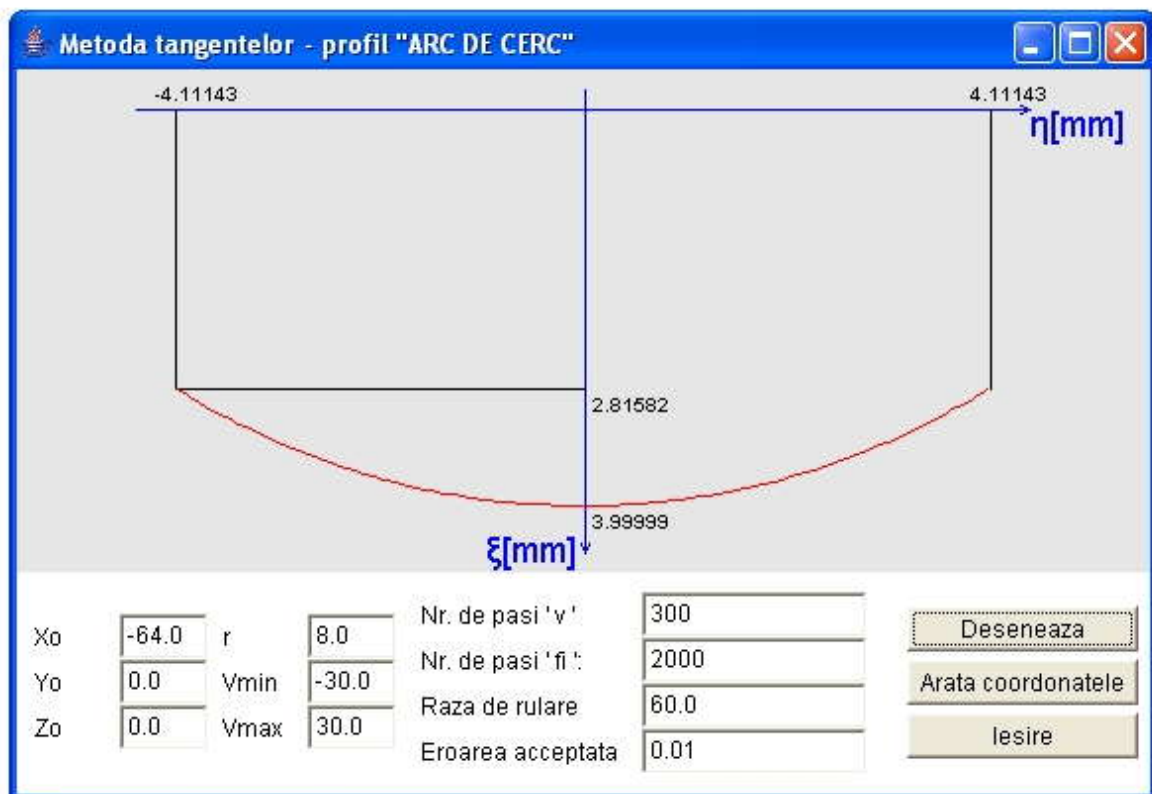


Figura 5. 19. Applet-ul java – metoda tangentelor; profil arc de cerc

Tabelul 5. 6. Profilul sculei-cremalieră; metoda tangentelor; profil prelucrat - "arc de cerc"

$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]
2.81621	-4.11083
2.84702	-4.06153
2.86229	-4.03678
2.89254	-3.98712
2.90753	-3.96219
2.93723	-3.91216
2.95194	-3.88706
...	...
2.95112	3.88845
2.92161	3.93858
2.90671	3.96356
2.87664	4.01334
2.86146	4.03813
2.83069	4.08777
2.81523	4.11238



## Profil “arc de cerc” - metoda traiectoriilor plane de generare

Se realizează o aplicație *java* care să permită reprezentarea profilului sculei-cremalieră precum și afișarea coordonatelor profilului cuțitului-pieptene, prin metoda *traiectoriilor plane de generare*.

În figura 5. 20, este prezentată aplicația specifică realizată sub formă de *applet java*, iar coordonatele profilului sculei-cremalieră rezultate în urma rulării sunt prezentate în tabelul 5. 7, pentru un profil de generat având aceleași coordonate.

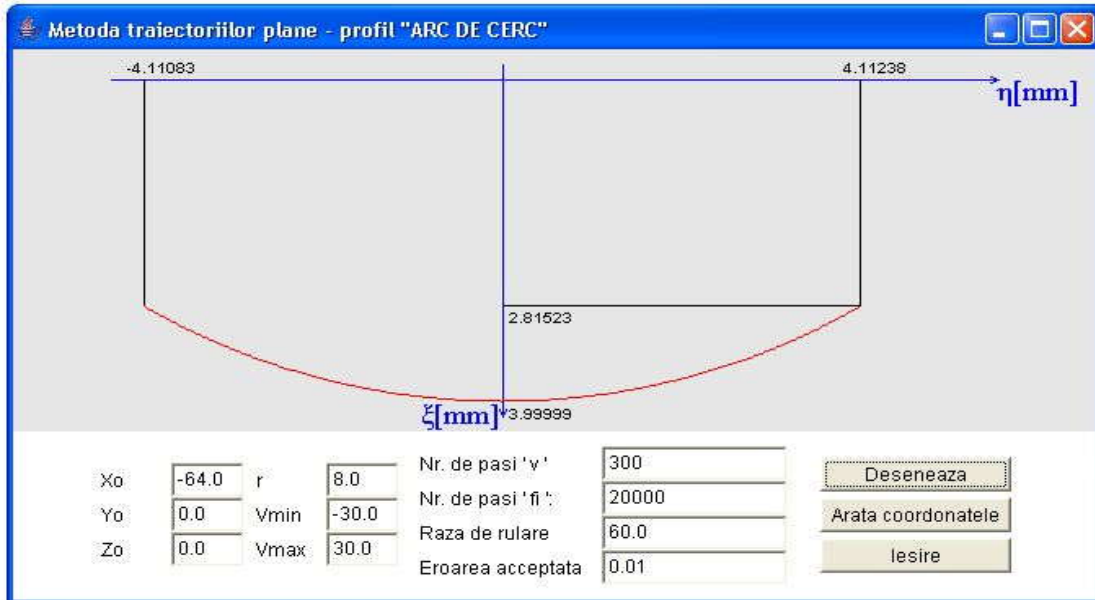


Figura 5. 20. Applet-ul *java* – metoda traiectoriilor plane de generare; profil arc de cerc

Tabelul 5. 7. Profilul sculei-cremalieră; metoda traiectoriilor plane; profil modelat “arc de cerc”

$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]
2.81621	-4.11083
2.84702	-4.06153
2.86229	-4.03678
2.89254	-3.98712
2.90753	-3.96219
2.93723	-3.91216
2.95194	-3.88706
...	...
2.95112	3.88845
2.92161	3.93858
2.90671	3.96356
2.87664	4.01334
2.86146	4.03813
2.83069	4.08777
2.81523	4.11238

### Profil “arc de cerc” - metoda normalelor

În figura 5. 21, este prezentată aplicația specifică *metodei normalelor*, iar coordonatele profilului sculei-cremalieră rezultate în urma rulării sunt prezentate în tabelul 5. 8, pentru un profil de generat având aceleași dimensiuni.

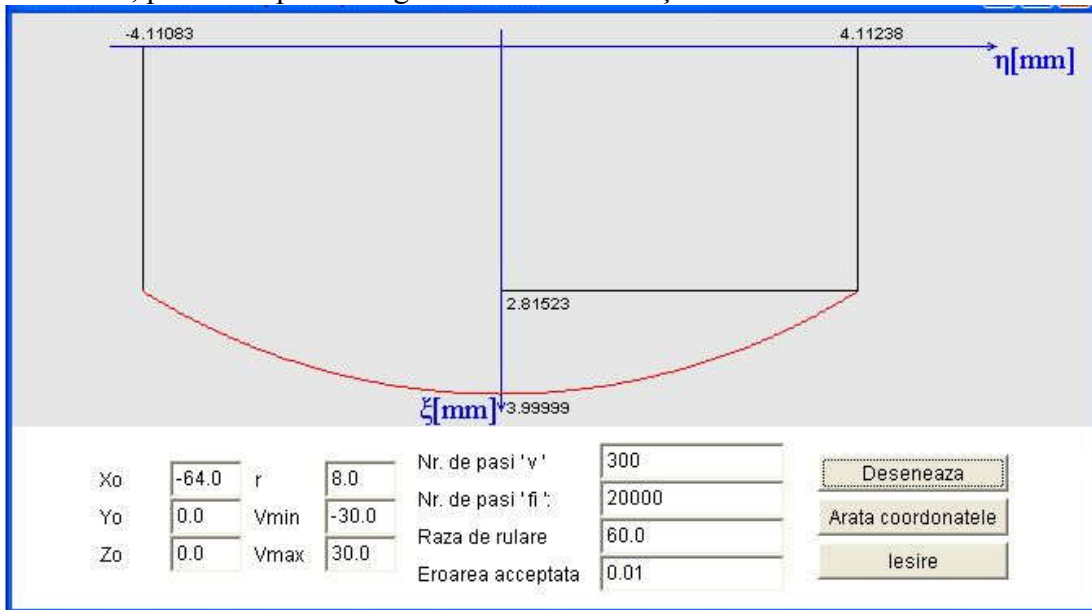


Figura 5. 21. Applet-ul java – metoda normalelor, profil arc de cerc

Tabelul 5. 8. Profilul sculei-cremalieră; metoda normalelor; ”arc de cerc”

$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]
2.81621	-4.11083
2.84702	-4.06153
2.86229	-4.03678
2.89254	-3.98712
2.90753	-3.96219
2.93723	-3.91216
2.95194	-3.88706
...	...
2.95112	3.88845
2.92161	3.93858
2.90671	3.96356
2.87664	4.01334
2.86146	4.03813
2.83069	4.08777
2.81523	4.11238

- Se poate aprecia, prin exemplele prezentate, vezi tabelele 5.6 ... 5.8, că și pentru profilul circular „metoda tangentelor” conduce la rezultate absolut identice cu metodele cunoscute, validînd, în aceste fel, calitatea noii metode.

### 5.1.3. Verificarea metodei tangentelor pentru profilarea sculelor de tip roată

#### Profil rectiliniu - metoda tangentelor

În mod similar cu problematica dezbătută la generarea cu scula-cremalieră, se analizează metoda tangentelor, ca metodă pentru reprezentarea discretă a profilurilor, la profilarea sculelor de tip cuțit-roată, figura 5. 22.

Se definesc sistemele de referință solidare centroidelor în rulare:

$xyz$  este sistemul de referință fix, cu axa  $z$  suprapusă axei de rotație a centroidei  $C_1$ , a semifabricatului;

$x_0y_0z_0$  - sistem fix, asociat spațiului centroidei  $C_2$ , a sculei;

$XYZ$  - sistem mobil, solidar centroidei  $C_1$ ;

$\xi\eta\zeta$  - sistem mobil, solidar centroidei  $C_2$ , a sculei roată.

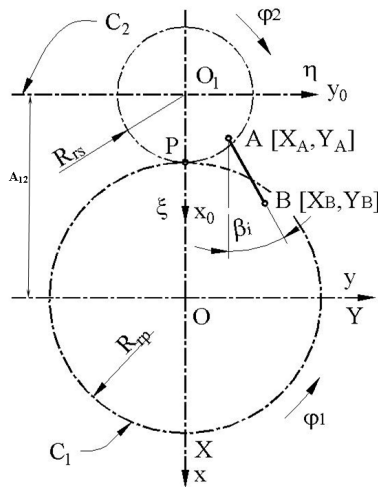


Figura 5. 22. Cuțitul-roată

Pentru o reprezentare a profilului de generat de tipul

$$\Sigma = \left\| X_i, Y_i \right\|, \quad i=1,2,\dots,n, \quad (5.59)$$

în mișcarea relativă a centroidelor și sistemelor de referință solidare acestora

$$\xi = \omega_3(-\varphi_2) \cdot \left[ \omega_3^T(\varphi_1) \cdot X - A \right] \quad (5.60)$$

cu

$$A = \begin{Bmatrix} -A_{12} \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (5.61)$$

se generează familia de profiluri:

$$(\Sigma)_{\varphi_1} \begin{cases} \xi_i = X_i \cdot \cos(\varphi_1 + \varphi_2) - \\ -Y_i \cdot \sin(\varphi_1 + \varphi_2) + A_{12} \cdot \cos \varphi_2; \\ \eta_i = X_i \cdot \sin(\varphi_1 + \varphi_2) + \\ +Y_i \cdot \cos(\varphi_1 + \varphi_2) + A_{12} \cdot \sin \varphi_2, \end{cases} \quad (5.62)$$

în care:  $X_i, Y_i$  sunt elementele matricei (5.59), coordonatele punctelor de pe profilul AB,

$$A_{12} = R_{rp} + R_{rs}; \quad (5.63)$$

și

$$\varphi_2 = i \cdot \varphi_1, \quad i - \text{raport de transmitere.} \quad (5.64)$$

Înfășurătoarea familiei de profiluri se obține alăturând ecuațiilor (5.62), rescrise în forma:

$$\begin{cases} \xi_i = X_i \cdot \cos[(i+1) \cdot \varphi_1] - Y_i \cdot \sin[(i+1) \cdot \varphi_1] + A_{12} \cdot \cos(i \cdot \varphi_2); \\ \eta_i = X_i \cdot \sin[(i+1) \cdot \varphi_1] + Y_i \cdot \cos[(i+1) \cdot \varphi_1] + A_{12} \cdot \sin(i \cdot \varphi_2), \end{cases} \quad (5.65)$$

condiția de înfășurare prin metoda tangentelor,

$$\left[ Y_i - R_{rp} \cdot \sin \varphi_1 \right] \cdot \sin \beta_i + \left[ X_i + R_{rp} \cdot \cos \varphi_1 \right] \cdot \cos \beta_i = 0, \quad (5.66)$$

în care

$$\operatorname{tg} \beta_i = \frac{|Y_{i+1} - Y_i|}{|X_{i+1} - X_i|}, \quad (5.67)$$

vezi și generarea cu scula-cremalieră.

Se acceptă, pentru modelul profilului rectiliniu, forma:

$$\begin{cases} X = X_A + v \cdot \cos \beta_i; \\ Y = Y_A + v \cdot \sin \beta_i. \end{cases} \quad (5.68)$$

Printr-un algoritm similar cu cel realizat pentru profilarea sculei-cremalieră, se realizează o aplicație în limbajul de programare *java* pentru profilul de generat având caracteristicile:  $A[X_A = -16, Y_A = 0]$ ;  $B[X_A = -13, Y_A = 1.5]$ ;  $R_{rp} = 16 \text{ mm}$ ,  $R_{rs} = 8 \text{ mm}$ .

În figura 5. 23 și tabelul 5. 9, se prezintă forma și coordonatele profilului cuțitului-roată.

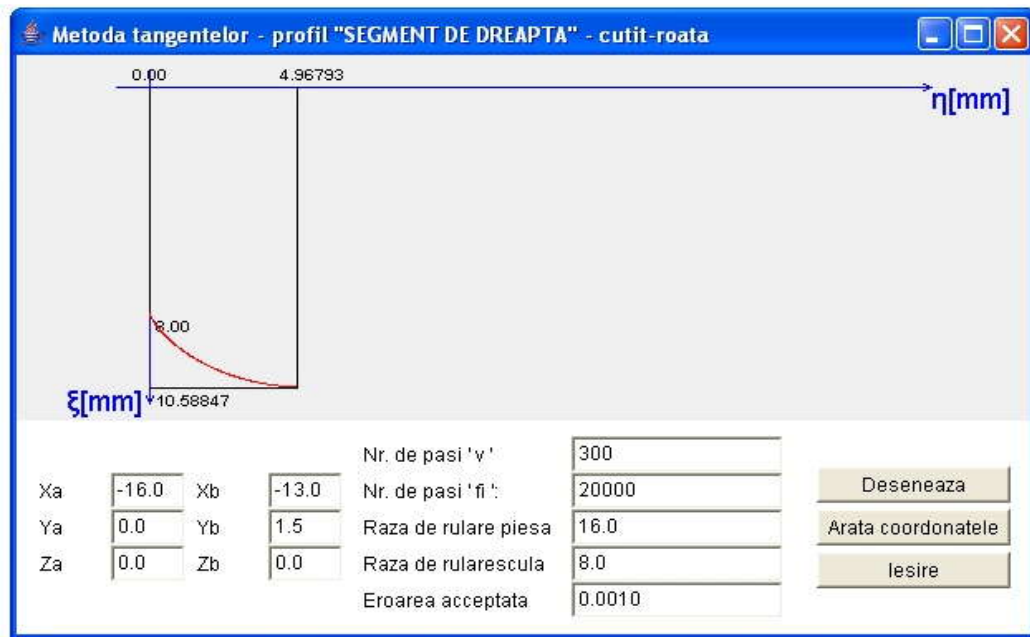


Figura 5. 23. Applet-ul *java* – metoda tangentelor;cuțitul-roată

Tabelul 5. 9. Profilul cuțitului-roată; metoda tangentelor; profil modelat "segment de dreaptă"

$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]
8.00000	0.00000
8.02019	0.01022
8.03039	0.01546
8.05098	0.02625
...	...
10.58320	4.87145
10.58462	4.89561
10.58727	4.94402
10.58847	4.96793

### Profil rectiliniu - metoda traiectoriilor plane de generare

Pentru modelul (5.68) al elementelor matricei  $\Sigma$  (5.59) și, de asemenea, pentru familia de profiluri de forma (5.65), se definesc, în baza metodei traiectoriilor plane de generare, derivatele parțiale:

$$\begin{aligned} \frac{d\xi}{dv} &= \frac{dX_i}{dv} \cdot \cos[(i+1) \cdot \varphi_1] - \frac{dY_i}{dv} \cdot \sin[(i+1) \cdot \varphi_1]; \\ \frac{d\eta}{dv} &= \frac{dX_i}{dv} \cdot \sin[(i+1) \cdot \varphi_1] + \frac{dY_i}{dv} \cdot \cos[(i+1) \cdot \varphi_1]; \\ \frac{d\xi}{d\varphi_1} &= -(i+1) \cdot X_i \cdot \sin[(i+1) \cdot \varphi_1] - (i+1) \cdot Y_i \cdot \cos[(i+1) \cdot \varphi_1] + i \cdot A_{12} \cdot \sin(i \cdot \varphi_1); \\ \frac{d\eta}{d\varphi_1} &= (i+1) \cdot X_i \cdot \cos[(i+1) \cdot \varphi_1] - (i+1) \cdot Y_i \cdot \sin[(i+1) \cdot \varphi_1] + i \cdot A_{12} \cdot \cos(i \cdot \varphi_1), \end{aligned} \quad (5.69)$$

care servesc la definirea condiției de înfășurare specifică metodei

$$\left| \begin{array}{cc} \frac{d\xi}{d\varphi_1} & \frac{d\eta}{d\varphi_1} \\ \frac{d\xi}{dv} & \frac{d\eta}{dv} \end{array} \right| \leq \varepsilon. \quad (5.70)$$

Ansamblul de ecuații determinat de familia de profiluri (5.65), (5.68) căreia i se asociază condiția de înfășurare (5.70), reprezintă profilul cuțitului-roată.

Pentru același model și dimensiuni ale profilului de generat, în figura 5. 24 și tabelul 5. 10, sunt prezentate forma și coordonatele profilului modelat al cuțitului-roată.

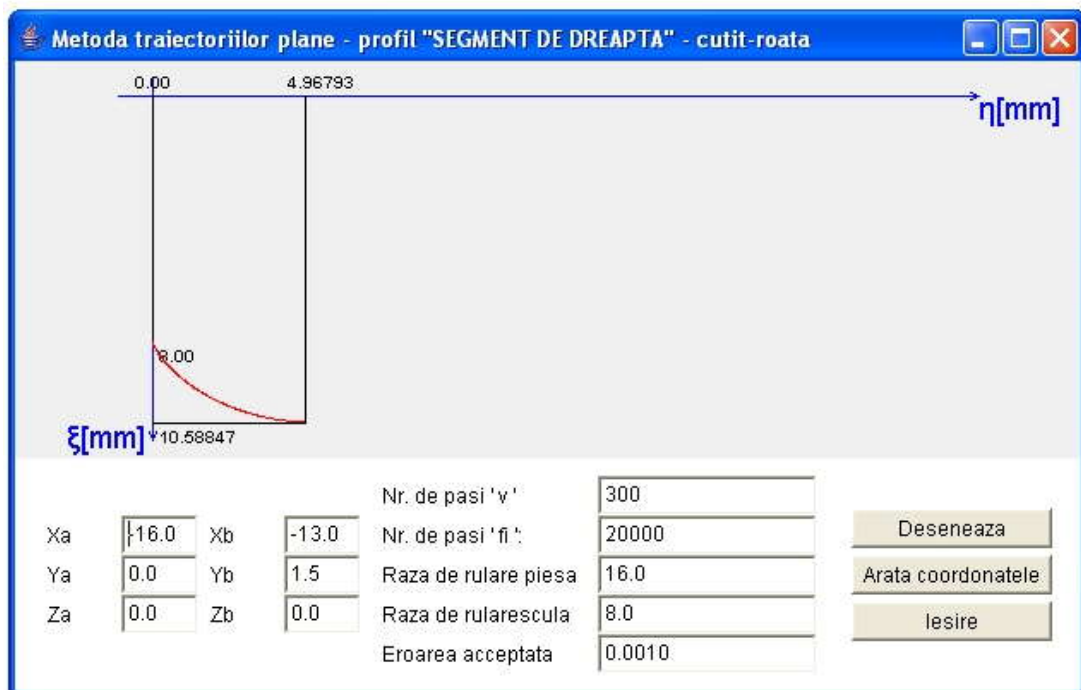


Figura 5. 24. Applet - metoda trajectoriilor plane de generare; cuțitul-roată; profilul rectiliniu

Tabelul 5. 10. Profilul cuțitului-roată; metoda traiectoriilor plane de generare; profil modelat "segment de dreaptă"

$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]
8.00000	0.00000
8.02019	0.01022
8.03039	0.01546
8.05098	0.02625
8.06137	0.03178
8.08234	0.04313
8.09292	0.04895
...	...
10.57506	4.75120
10.57852	4.79919
10.58015	4.82324
10.58171	4.84733
10.58320	4.87145
10.58462	4.89561
10.58598	4.91980
10.58727	4.94402
10.58847	4.96793

### Profil rectiliniu - metoda normalelor

Pentru același profil rectiliniu al modelului semifabricatului (5.68), profilul cuțitului-roată rezultă ca înfășurător al familiei de profiluri:

$$\begin{cases} \xi = [X_A + v \cdot \cos \beta_i] \cdot \cos[(i+1) \cdot \varphi_1] - [Y_A + v \cdot \sin \beta_i] \cdot \sin[(i+1) \cdot \varphi_1] - A_{12} \cdot \cos(i \cdot \varphi_2); \\ \eta = [X_A + v \cdot \cos \beta_i] \cdot \sin[(i+1) \cdot \varphi_1] + [Y_A + v \cdot \sin \beta_i] \cdot \cos[(i+1) \cdot \varphi_1] + A_{12} \cdot \sin(i \cdot \varphi_2), \end{cases} \quad (5.71)$$

căroră li se asociază condiția specifică metodei normalelor (Willis)

$$\left| \{R_{rp} \cdot \cos \varphi_1 - [X_A + v \cdot \cos \beta_i]\} \cdot \cos \beta_i + \{R_{rp} \cdot \sin \varphi_1 - [Y_A + v \cdot \sin \beta_i]\} \cdot \sin \beta_i \right| \leq \varepsilon \quad (5.72)$$

în care  $\beta_i$  se determină din (5.67).

În figura 5. 25 și tabelul 5. 11, se prezintă forma și coordonatele profilului cuțitului-roată determinate prin metoda normalelor.

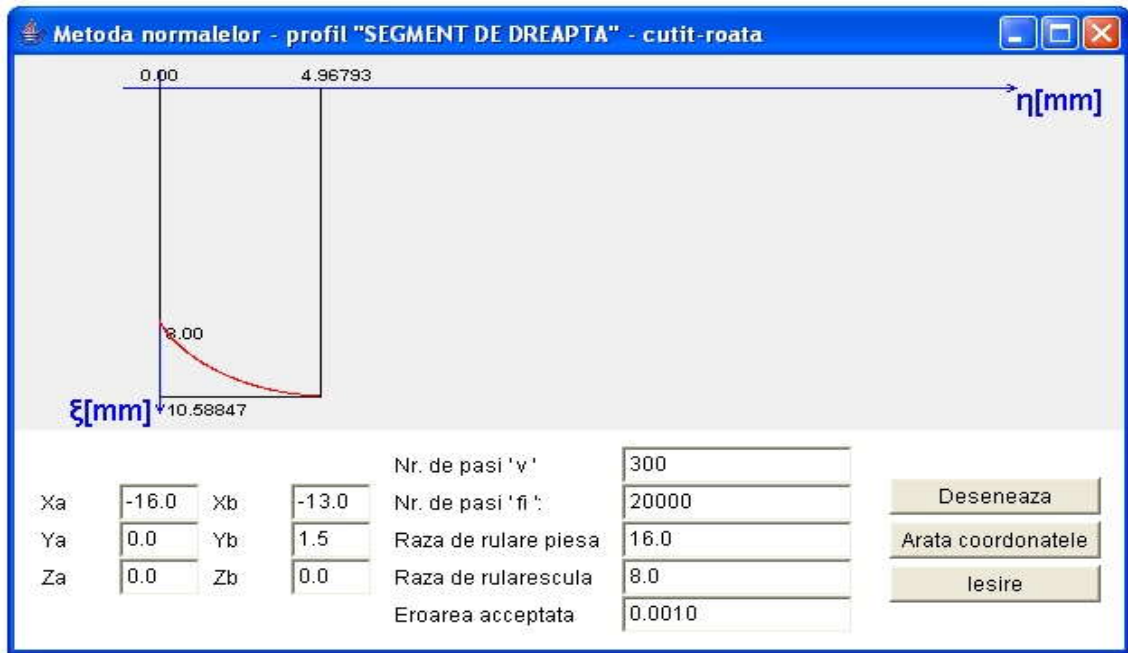


Figura 5. 25. Applet - metoda normalelor; cuțitul-roată; profilul rectiliniu

Tabelul 5. 11. Profilul cuțitului-roată, metoda normalelor; profilul modelat "segment de dreaptă"

$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]
8.00000	0.00000
8.03039	0.01546
8.06137	0.03178
8.08234	0.04313
...	...
10.58015	4.82324
10.58320	4.87145
10.58727	4.94402
10.58847	4.96793

### Profil arc de cerc - metoda tangentelor

În figura 5. 26, este prezentată aplicația specifică realizată tot sub formă de *applet java*, iar coordonatele profilului cuțitului-roată, rezultate în urma rulării programului, sunt prezentate în tabelul 5. 12, pentru un profil de generat având coordonatele:

$X_o = -22; Y_o = 0; r = 6 \text{ mm}; v_{\min} = -30^\circ; v_{\max} = 30^\circ; R_{rp} = 20 \text{ mm}; R_{rs} = 15 \text{ mm}$ ,  
vezi și figura 5. 18, și, de asemenea, figura 5. 22.

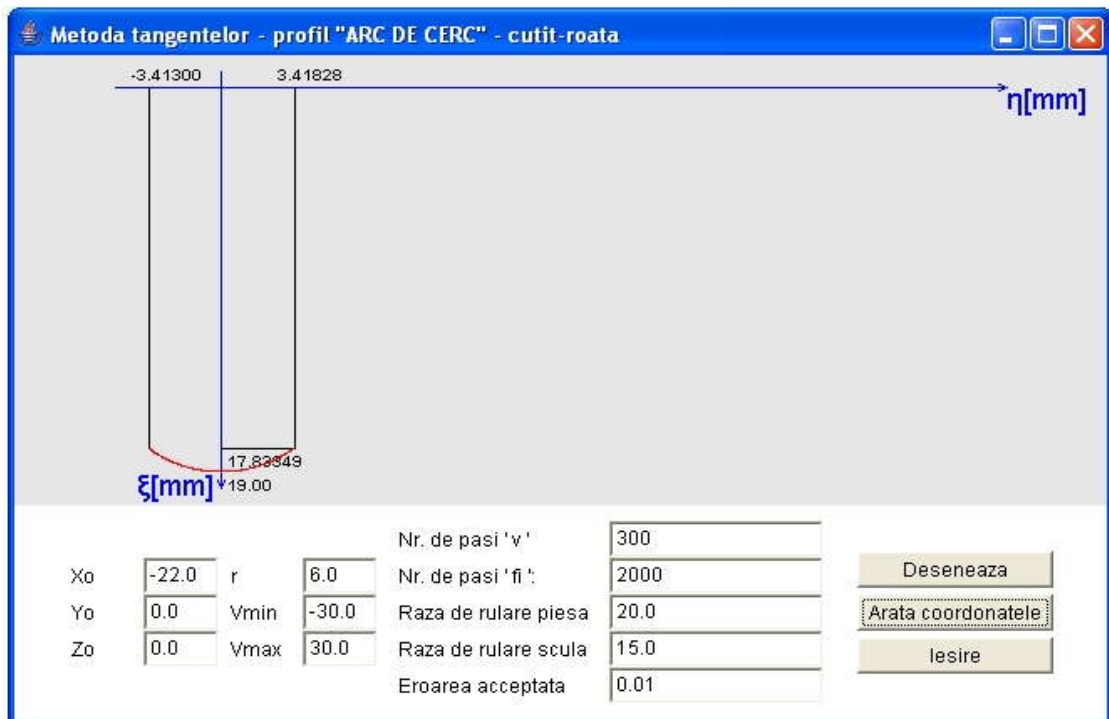


Figura 5. 26. Applet - metoda tangentelor; cuțit-roată; profil arc de cerc

Tabelul 5. 12. Profilul cuțitului-roată, metoda tangentelor, profil modelat "arc de cerc"

$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]
17.83759	-3.41300
17.87139	-3.36903
17.91729	-3.30779
17.92973	-3.29086
17.95839	-3.25136
...	...
17.93815	3.27934
17.92574	3.29630
17.89268	3.34086
17.88002	3.35764
17.85045	3.39638
17.83349	3.41828

### Profil arc de cerc - metoda trajectoriilor plane de generare

Pentru același profil de realizat, figura 5. 27, este prezentată aplicația specifică realizată sub formă de *applet java*, iar coordonatele profilului cuțitului-roată rezultate în urma rulării sunt prezentate în tabelul 5. 13.



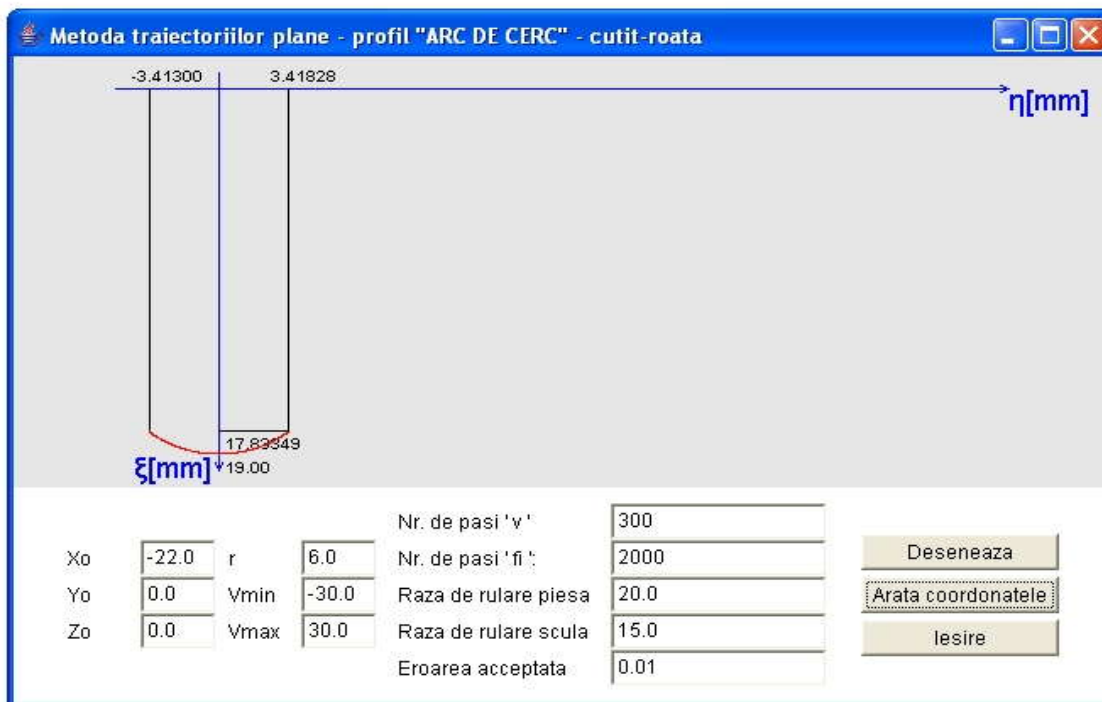


Figura 5. 27. Applet - metoda traiectoriilor plane; cuțit-roată; profil arc de cerc

Tabelul 5. 13. Profilul cuțitului-roată, metoda traiectoriilor plane; profil modelat "arc de cerc"

$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]
17.83759	-3.41300
17.87139	-3.36903
17.88407	-3.35228
17.91729	-3.30779
17.92973	-3.29086
17.95839	-3.25136
17.97456	-3.22875
...	...
17.97062	3.23427
17.93815	3.27934
17.92574	3.29630
17.89268	3.34086
17.88002	3.35764
17.85045	3.39638
17.83349	3.41828

### Profil arc de cerc - metoda normalelor

Pentru același profil de realizat, în figura 5. 28, este prezentată aplicația specifică metodei normalelor, realizată sub formă de *applet java*, iar coordonatele profilului cuțitului-roată, rezultate în urma rulării, sunt prezentate în tabelul 5. 14.

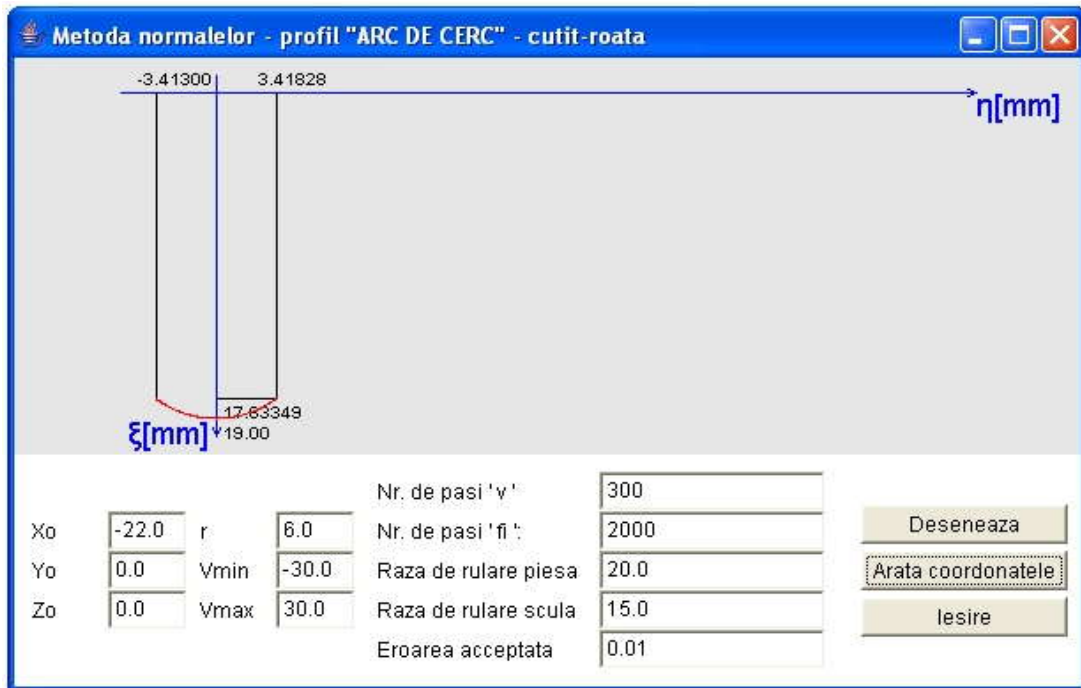


Figura 5. 28. Apolet - metoda normalelor; cuțit-roată; profil arc de cerc

Tabelul 5. 14. Profilul cuțitului-roată; metoda normalelor; profil modelat "arc de cerc"

$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]
17.83759	-3.41300
17.87139	-3.36903
17.88407	-3.35228
17.91729	-3.30779
17.92973	-3.29086
17.95839	-3.25136
17.97456	-3.22875
...	...
17.97062	3.23427
17.93815	3.27934
17.92574	3.29630
17.89268	3.34086
17.88002	3.35764
17.85045	3.39638
17.83349	3.41828

- Este dovedit, prin exemplele prezentate, că profilurile sculei-roată determinate atât prin metoda fundamentală Willis, cât și prin diferite metode complementare, sunt identice cu cele determinate prin metoda reprezentării în forma discretă a profilurilor, corespunzătoare "metodei tangentelor", fapt ce atestă calitatea metodei propuse.

### 5.1.4. Verificarea metodei tangentelor pentru profilarea sculelor de tip cuțit rotativ

#### Profil rectiliniu - metoda tangentelor

Cuțitul rotativ, așa cum este cunoscut, constituie o aplicație aparte a cuțitului-roată, la generarea profilului axial al filetelor de lungime mare.

Se definesc cinematica specifică și sistemele de referință la generarea cu cuțite rotative, vezi figura 5. 29:

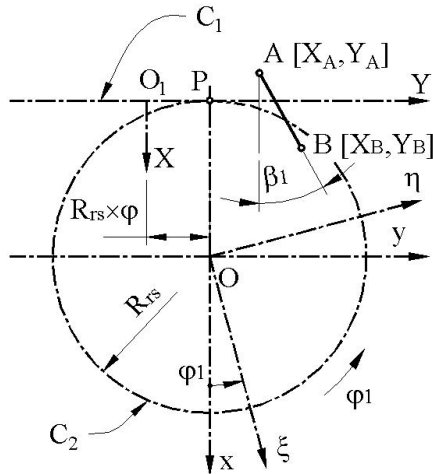


Figura 5. 29. Cuțitul rotativ

$C_1$  este centroida asociată secțiunii axiale a filetelor generat (semifabricat);

$C_2$  – centroida asociată cuțitului rotativ;

$XY$  – sistem mobil, asociat secțiunii axiale a semifabricatului;

$\xi\eta$  – sistem mobil, asociat cuțitului rotativ.

Cinematica generării presupune realizarea următoarelor mișcări:

$$x = \omega_3^T(\varphi_1) \cdot \xi, \quad (5.73)$$

reprezentând mișcarea de rotație a cuțitului rotativ;

$$X = x - a; \quad (5.74)$$

$$a = \begin{Bmatrix} -R_{rs} \\ -R_{rp} \cdot \varphi_1 \end{Bmatrix}, \quad (5.75)$$

semnificând translația secțiunii axiale a filetelor, astfel că, pentru o reprezentare a profilului de generat, modelată cu relațiile (5.68), se obține familia de curbe:

$$\begin{cases} \xi_i = [X_i - R_{rs}] \cdot \cos \varphi_1 + [Y_i - R_{rs} \cdot \varphi_1] \cdot \sin \varphi_1; \\ \eta_i = -[X_i - R_{rs}] \cdot \sin \varphi_1 + [Y_i - R_{rs} \cdot \varphi_1] \cdot \cos \varphi_1. \end{cases} \quad (5.76)$$

Condiția de înfășurare, în corelație cu (5.37), are forma

$$[-Y_i + R_{rs} \cdot \varphi_1] \cdot \sin \beta_i - X_i \cdot \cos \beta_i = 0. \quad (5.77)$$

Ansamblul ecuațiilor (5.76) și (5.77) reprezintă profilul cuțitului rotativ.

În figura 5. 30 și tabelul 5. 15, se prezintă applet-ul specific metodei tangentelor precum și coordonatele profilului cuțitului rotativ pentru un profil de generat având coordonatele:

$$A[X_A = -10, Y_A = -10];$$

$$B[X_A = 10, Y_A = 10];$$

$$R_{rs} = 60 \text{ mm}.$$

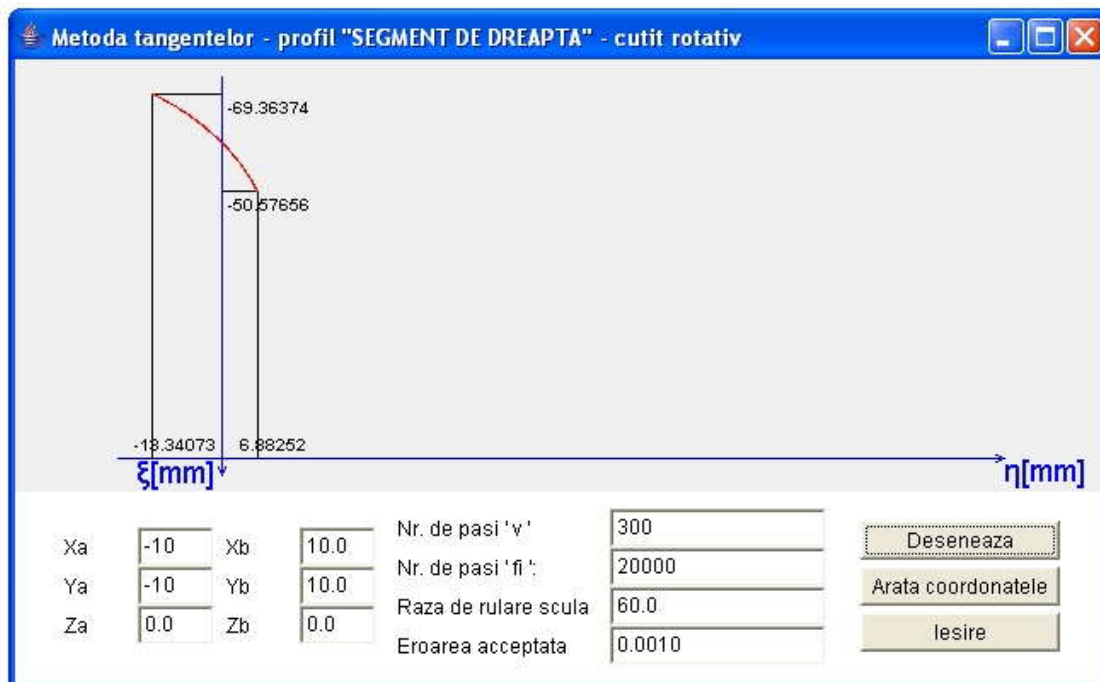


Figura 5. 30. Applet - metoda tangentelor; cuțitul rotativ; profil rectiliniu

Tabelul 5. 15. Profilul cuțitului-roată, metoda tangentelor: profil modelat "segment de dreaptă"

$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]
-69.36374	-13.34073
-69.19734	-13.00285
-69.08546	-12.77885
-68.91672	-12.44567
-68.80332	-12.22482
-68.63234	-11.89634
-68.51747	-11.67864
...	...
-51.44321	6.44104
-51.20979	6.56354
-51.15128	6.59383
-50.92028	6.71179
-50.86236	6.74096
-50.69030	6.82666
-50.57656	6.88252

### Profil rectiliniu - metoda "traiectoriilor plane"

Pentru ecuațiile segmentului definite de (5.68) și familia de profiluri (5.76), condiția de înfășurare specifică metodei traiectoriilor plane de generare se obține, după definirea derivatelor parțiale:

$$\begin{aligned}
\frac{d\xi_i}{dv} &= \frac{dX_i}{dv} \cdot \cos \varphi_1 + \frac{dY_i}{dv} \cdot \sin \varphi_1; \\
\frac{d\eta_i}{dv} &= -\frac{dX_i}{dv} \cdot \sin \varphi_1 + \frac{dY_i}{dv} \cdot \cos \varphi_1; \\
\frac{d\xi_i}{d\varphi_1} &= -[X_i - R_{rs}] \cdot \sin \varphi_1 + [Y_i - R_{rs} \cdot \varphi_1] \cdot \cos \varphi_1 - R_{rs} \cdot \sin \varphi_1; \\
\frac{d\eta_i}{d\varphi_1} &= -[X_i - R_{rs}] \cdot \cos \varphi_1 - [Y_i - R_{rs} \cdot \varphi_1] \cdot \sin \varphi_1 - R_{rs} \cdot \cos \varphi_1; \\
\frac{dX_i}{dv} &= \cos \beta_i; \\
\frac{dY_i}{dv} &= \sin \beta_i
\end{aligned}
\tag{5.78}$$

și este dată de (5.79),

$$\left| \begin{array}{cc} \frac{d\xi_i}{d\varphi_1} & \frac{d\eta_i}{d\varphi_1} \\ \frac{d\xi_i}{dv} & \frac{d\eta_i}{dv} \end{array} \right| < \varepsilon,
\tag{5.79}$$

cu  $\varepsilon$  sufficient de mic, în corelație cu precizia dorită a cunoașterii profilului sculei.

Ansamblul format din ecuațiile familiei de profiluri (5.76) și condiția (5.79), ținând seama de definițiile (5.78), reprezintă profilul cuțitului rotativ.

În figura 5. 31 și în

tabelul 5. 16, sunt prezentate forma și coordonatele profilului cuțitului rotativ reciproc înfășurător profilului rectiliniu având aceleași caracteristici dimensionale ca în problema anterioară .



Figura 5. 31. Applet - metoda traiectoriilor plane;cuțit rotativ; profil modelat "segment de dreaptă"

Tabelul 5. 16. Profilul cuțitului rotativ; metoda traiectoriilor plane de generare; profil generat "segment de dreaptă"

$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]
-69.36374	-13.34073
-69.19734	-13.00285
-69.08546	-12.77885
-68.91672	-12.44567
-68.80332	-12.22482
-68.63234	-11.89634
-68.51747	-11.67864
...	...
-51.44321	6.44104
-51.20979	6.56354
-51.15128	6.59383
-50.92028	6.71179
-50.86236	6.74096
-50.69030	6.82666
-50.57656	6.88252

- *Nota* Si în acest caz, identitatea coordonatelor profilurilor sculei obținute prin "metoda tangentelor" și metoda „traiectoriilor plane de cercetare” constituie o dovadă a calității primei metode, ca formă de exprimare a înfășurătoarei unei familii de profiluri, pentru o exprimare în formă discretă a acesteia.

### Profil rectiliniu - metoda normalelor

Se definesc pentru profilul rectiliniu AB, familia de profiluri (5.76), precum și condiția ca normala la profil, vezi figura 5. 32,

$$[X - X(v)] \cdot \frac{dX}{dv} + [Y - Y(v)] \cdot \frac{dY}{dv} = 0. \quad (5.80)$$

să intersecteze centroida  $C_1$

$$\lambda = \frac{X(v) \cdot \frac{dX}{dv} + Y(v) \cdot \frac{dY}{dv}}{\frac{dY}{dv}}. \quad (5.81)$$

Ansamblul de ecuații (5.76) și (5.81), pentru modelul profilului axial a melcului de generat în forma:

$$\begin{cases} X = X_A + v \cdot \cos \beta_i; \\ Y = Y_A + v \cdot \sin \beta_i, \end{cases} \quad (5.82)$$

reprezintă profilul cuțitului rotativ, reciproc înfășurător profilului axial, rectiliniu, al secțiunii axiale a semifabricatului.

În figura 5. 33 și în tabelul 5. 17, sunt prezentate forma profilului cuțitului rotativ și mărimile

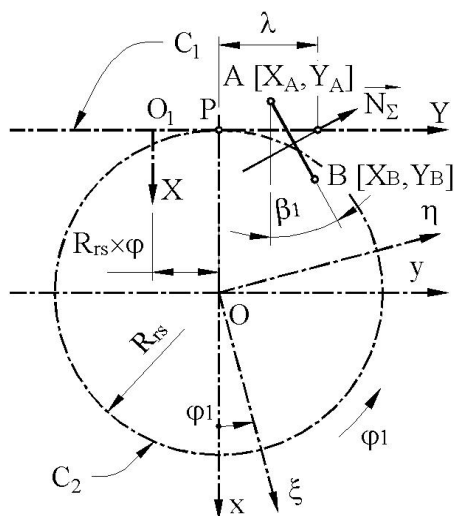


Figura 5. 32. Cuțitul rotativ, metoda „normalelor”

coordonatelor specifice, pentru profilul de generat cu aceleași coordonate.

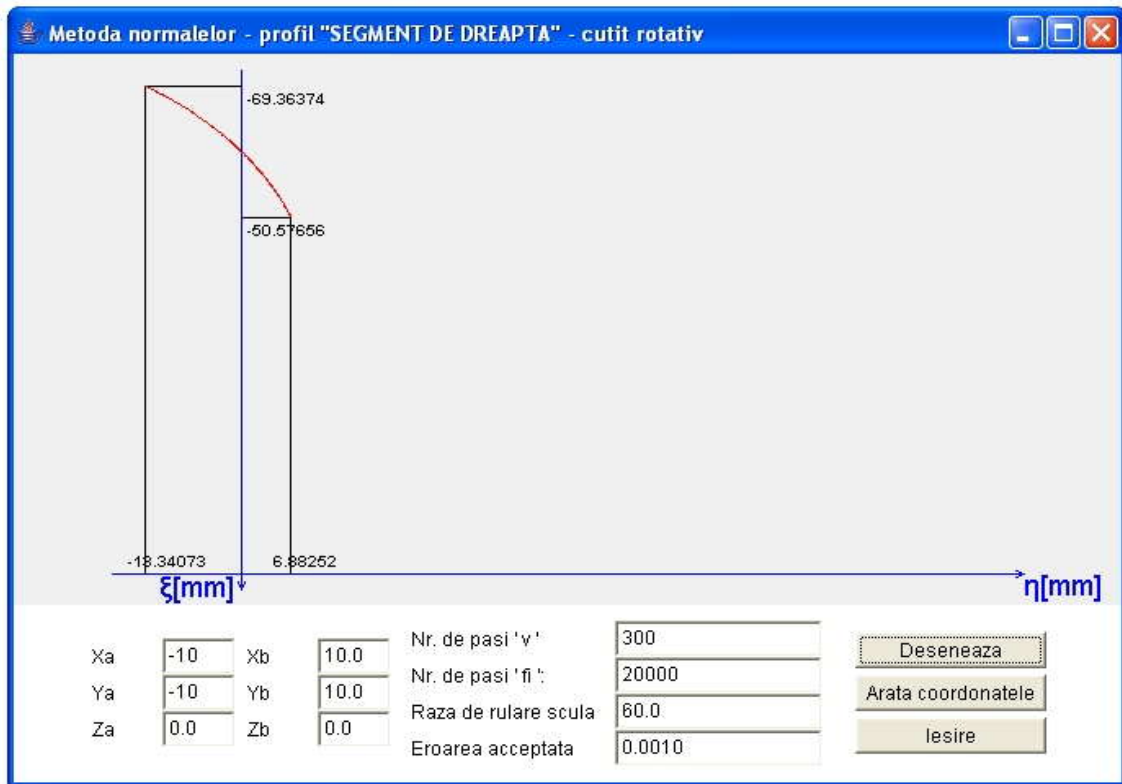


Figura 5. 33. Applet - metoda normalelor pentru cuțitul rotativ, profil rectiliniu

Tabelul 5. 17. Profilul cuțitului rotativ, metoda normalelor, profil prelucrat "segment de dreaptă"

$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]
-69.36374	-13.34073
-69.19734	-13.00285
-69.08546	-12.77885
-68.91672	-12.44567
-68.80332	-12.22482
-68.63234	-11.89634
...	...
-51.44321	6.44104
-51.20979	6.56354
-51.15128	6.59383
-50.92028	6.71179
-50.86236	6.74096
-50.69030	6.82666
-50.57656	6.88252

## Profil -arc de cerc - metoda tangentelor

În figura 5. 35, este prezentată aplicația specifică realizată tot sub formă de *applet java*, iar coordonatele profilului

cuțitului rotativ rezultate în urma rulării sunt prezentate în tabelul 5. 18, pentru un profil de generat având coordonatele:

- $X_o = 3;$
  - $Y_o = 0;$
  - $r = 10 \text{ mm};$
  - $v_{\min} = -45^\circ;$
  - $v_{\max} = 45^\circ;$
  - $R_{rs} = 30 \text{ mm},$
- vezi și figura 5. 34.

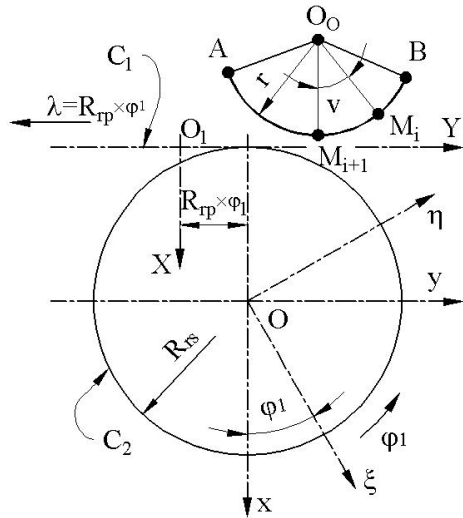


Figura 5. 34. Cuțitul rotativ, metoda „tangentelor”, profil circular

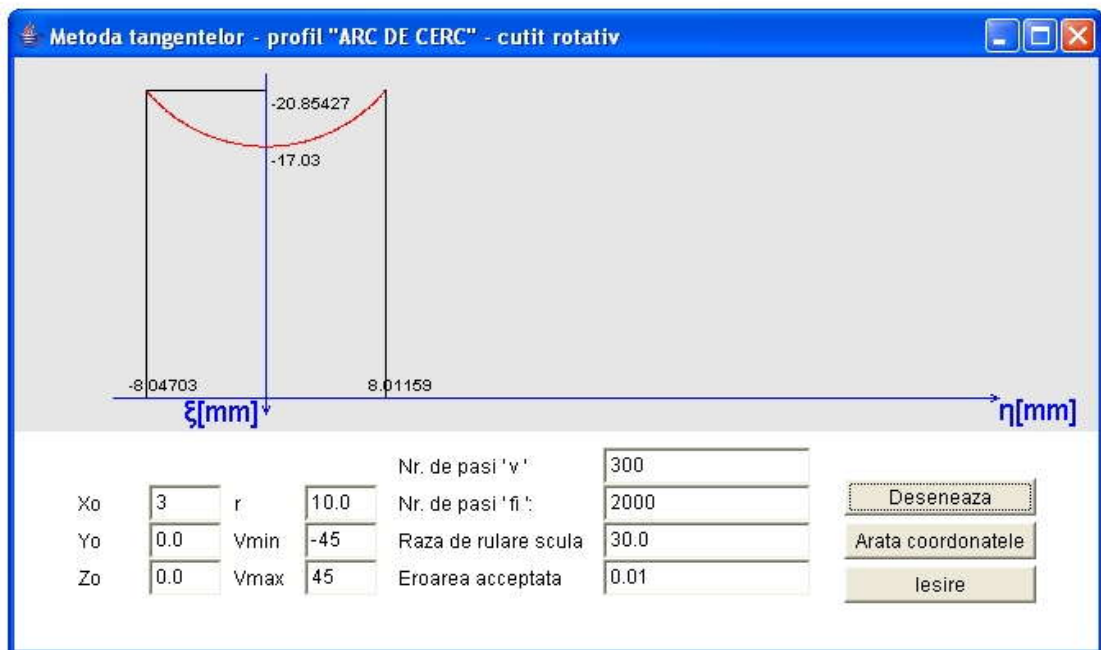


Figura 5. 35. Applet - metoda tangentelor; cuțit rotativ; profil arc de cerc



Tabelul 5. 18. Profilul cuțitului rotativ; metoda tangentelor; profil modelat "arc de cerc"

$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]
-20.85427	-8.04703
-20.74727	-7.95881
-20.69850	-7.91781
-20.60174	-7.83497
-20.54537	-7.78581
-20.45027	-7.70122
-20.39492	-7.65106
...	...
-20.36237	7.62121
-20.46463	7.71414
-20.51210	7.75645
-20.60784	7.84025
-20.66452	7.88897
-20.76190	7.97100
-20.81098	8.01159

### Profil arc de cerc - metoda traiectoriilor plane

Pentru același profil de realizat, în figura 5. 36 este prezentată aplicația specifică realizată sub formă de applet java, iar coordonatele profilului cuțitului rotativ rezultate în urma rulării sunt prezentate în

tabelul 5. 19.

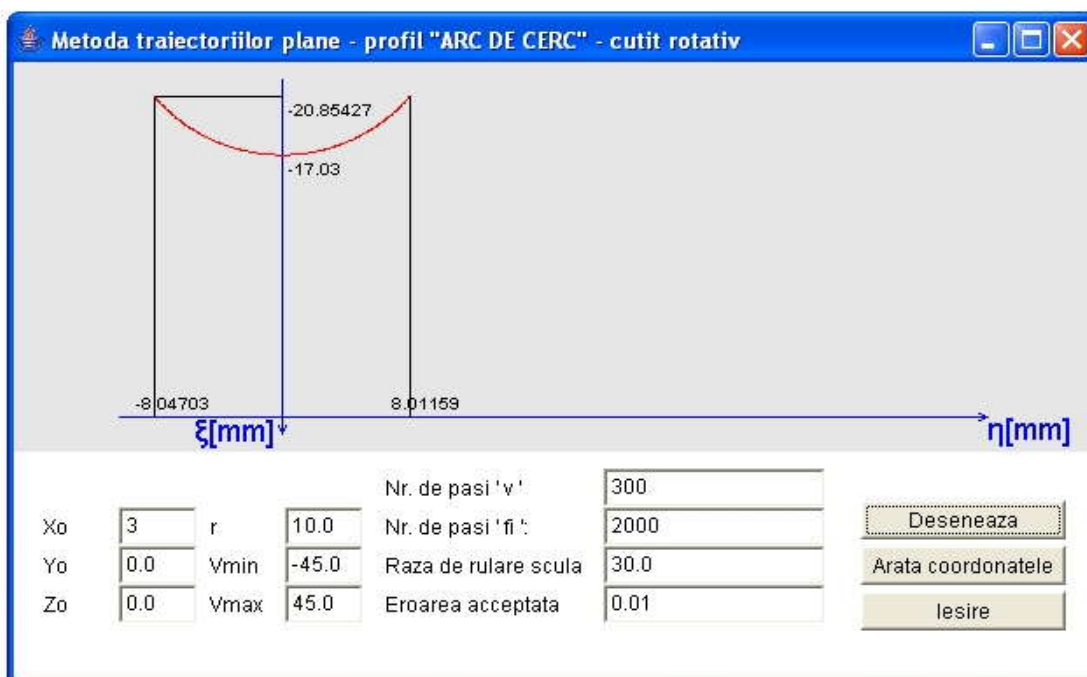


Figura 5. 36. Applet - metoda traiectoriilor plane; cuțit rotativ; profil arc de cerc

Tabelul 5. 19. Profilul cuțitului rotativ; metoda traiectoriilor plane de generare; profil modelat "arc de cerc"

$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]
-20.85427	-8.04703
-20.74727	-7.95881
-20.69850	-7.91781
-20.60174	-7.83497
-20.54537	-7.78581
-20.45027	-7.70122
-20.39492	-7.65106
...	...
-20.36237	7.62121
-20.46463	7.71414
-20.51210	7.75645
-20.60784	7.84025
-20.66452	7.88897
-20.76190	7.97100
-20.81098	8.01159

### Profil arc de cerc - metoda normalelor

În figura 5. 37, este prezentată aplicația specifică metodei normalelor, realizată sub formă de *applet java*, iar coordonatele profilului cuțitului rotativ rezultate în urma rulării sunt prezentate în tabelul 5. 20.

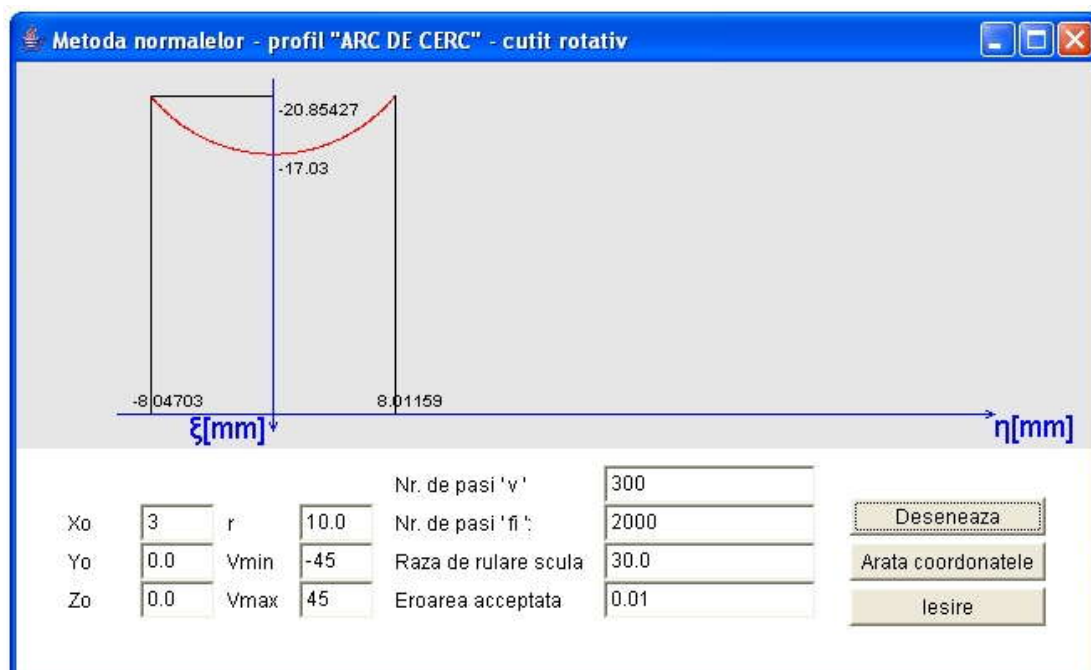


Figura 5. 37. Applet - metoda normalelor; cuțit rotativ; profil arc de cerc

Tabelul 5. 20. Profilul cuțitului rotativ; metoda normalelor; profil modelat "arc de cerc"

$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]
-20.85427	-8.04703
-20.74727	-7.95881
-20.69850	-7.91781
-20.60174	-7.83497
-20.54537	-7.78581
-20.45027	-7.70122
...	...
-20.36237	7.62121
-20.46463	7.71414
-20.51210	7.75645
-20.60784	7.84025
-20.66452	7.88897
-20.76190	7.97100
-20.81098	8.01159

- Și pentru acest ultim caz , generarea cu cuțite rotative, s-a dovedit, prin exemplele numerice prezentate, că aplicarea „metodei tangentelor” este întru totul corespunzătoare, profilurile obținute fiind, practic, aceleași cu cele obținute prin metodele cunoscute .

## Concluzii

S-a prezentat o metodă particulară de reprezentare în formă discretă a suprafețelor, în vederea unei mai facile modalități de scriere a normalei la acestea, bazată pe o reprezentare în formă numerică a generatoarei suprafeței.

S-a aplicat această metodă la generarea prin înfășurare, prin metoda rulării, cu scule de tip cremalieră, cuțit-roată și cuțit rotativ. Pentru toate aceste modalități de generare, s-au sintetizat algoritmi specifici.

De asemenea, s-a aplicat această metodică de reprezentare a suprafețelor la profilarea sculelor de revoluție reciproc înfășurătoare cu suprafețe elicoidale cilindrice și de pas constant, precum și la modelarea suprafețelor efectiv generate cu scule mărginite de suprafețe de revoluție.

Ansamblul acestor algoritmi a fost numit *metoda tangentelor*.

Stabilirea calității metodei s-a făcut prin compararea rezultatelor obținute prin această metoda cu rezultate obținute prin aplicarea pentru aceleași tipuri de suprafețe, prin metode cunoscute: teorema normalelor, metoda „distanței minime”, metoda „familiei de cercuri de substituire”, metoda „trajectoriilor plane de generare”.

Rezultatele aplicării comparative a acestor metode, pentru profilarea sculelor de tip cremalieră, cuțit-roată și cuțit rotativ, au reliefat, prin identitatea rezultatelor obținute, calitatea acestui mod de abordare a problematicii înfășurării vârtejurilor ordonate de suprafețe (profiluri) asociate unui cuplu de centroide în rulare, exprimate în formă discretă.

A fost realizat, în baza algoritmilor prezentați, un produs soft original, în limbajului de programare *java*, rezultatele fiind prezentate sub formă de *applet*, pentru

totalitatea aplicațiilor prezentate, pe baza algoritmilor specifici, pentru directoare ale suprafețelor (profilurilor) de tip „segment de dreaptă” și „arc de cerc”, ca elemente frecvent întâlnite în construcția profilurilor compuse.

Algoritmii concepuți precum și produsele soft realizate permit o aplicare simplă a metodei a cărei validitate a fost dovedită prin numeroasele exemple comparative cu rezultate obținute prin aplicarea teoremelor fundamentale și a metodelor complementare ale înfășurării suprafețelor.

## 5.2. ELABORAREA DE PRODUSE SOFT SPECIFICE

Pe baza celor prezentate anterior, s-au elaborat algoritmi specifici și s-au proiectat și realizat aplicații informatice dedicate.

Pentru a obține un cât mai mare grad de independență față de platforma hard, cât și datorită faptului că, în ultima perioadă, există tendința că, în toate domeniile în care se folosesc programe informatice, se tinde spre folosirea din ce în ce mai des a programării orientate obiect (POO) și înlocuirea treptată a programării structurate, s-a ales ca limbaj de programare pentru realizarea aplicațiilor limbajul *java*, limbajul care la ora actuală domină ca pondere în ceea ce privește softul nou realizat la nivel mondial. Prin această alegere, s-a obținut independența de platforma hardware, iar aplicațiile dezvoltate au avantajul că, datorită dezvoltării utilizând POO pot fi foarte lesne înțelese de alți programatori și, mai ales, pot fi foarte ușor reutilizate sau dezvoltate ulterior, date fiind „proprietățile de moștenire” specifice limbajelor de programare obiectuale.

### Soft pentru profilarea sculelor care generează prin rulare (PSGR)

A fost descrisă „metoda tangentelor” pentru reprezentarea suprafețelor. De asemenea, s-a realizat o verificare a acestei metode prin compararea rezultatelor acestora cu rezultatele altor metode a căror valabilitate este certă. Pentru aceasta, s-au realizat, în baza schemelor logice prezentate anterior, aplicații *java* sub formă de applet-uri interactive. Pentru accesarea acestora s-au realizat pagini HTML, care permit vizualizarea applet-urilor, prin intermediul unui browser de internet. Structura acestor pagini, precum și modul de funcționare a applet-urilor *java* interactive, vor fi prezentate în continuare.

Prima pagină HTML propune utilizatorului alegerea cu ajutorul butonului stânga al mouse-ului, în conformitate cu cele descrise pe parcursul obiectivului 5, a modului de realizare a prelucrării, respectiv va fi vorba de o prelucrare cu o sculă-cremalieră, cu un cuțit-roată sau cu un cuțit rotativ, vezi figura 5. 38.

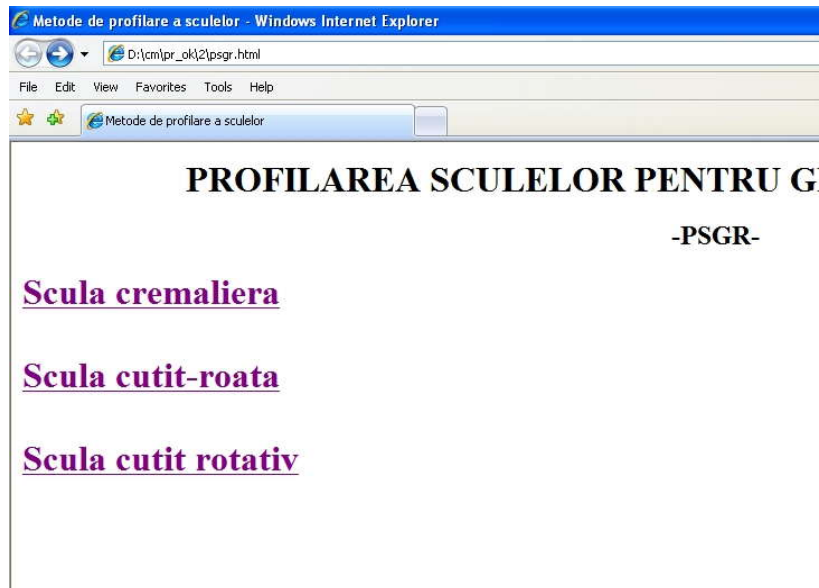


Figura 5. 38. Pagina de alegere a profilului de prelucrat

Prin accesarea link-urilor respective, se trece la alegerea profilului de realizat, putându-se alege între un profil elementar rectiliniu sau un arc de cerc, indiferent de scula aleasă, vezi figura 5. 39.

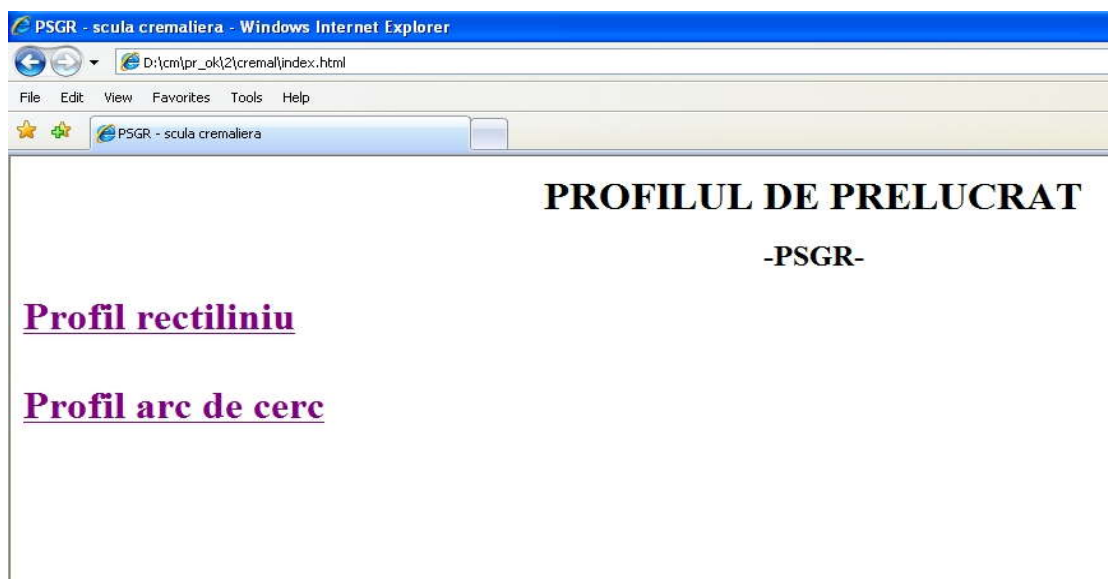


Figura 5. 39. Pagina de alegere a profilului de prelucrat

După alegerea formei profilului de prelucrat prin accesarea legăturii respective, programul interoghează cu privire la metoda utilizată pentru profilarea sculei, vezi figura 5. 40.

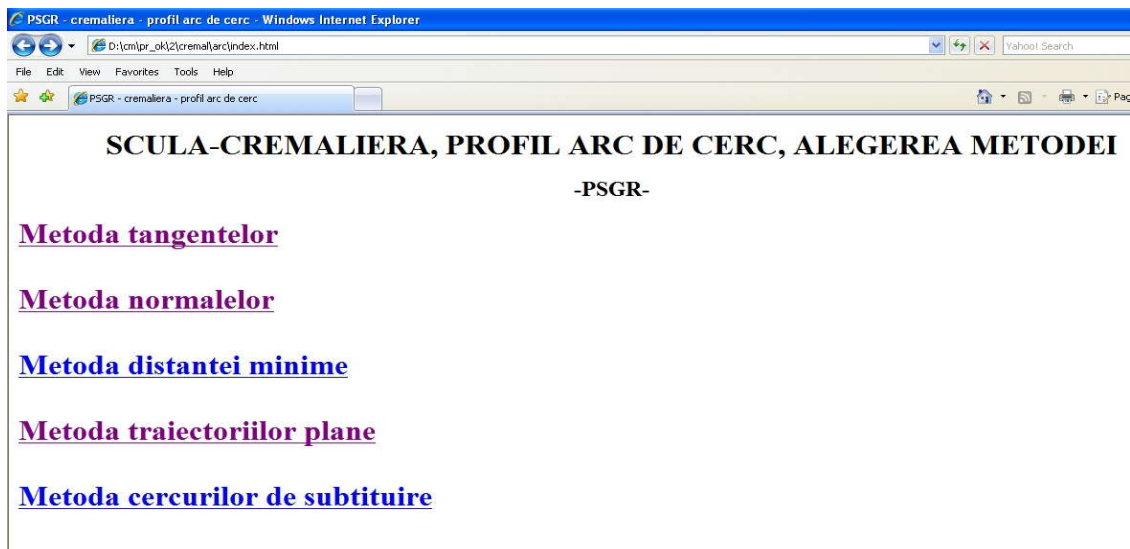


Figura 5. 40. Alegerea metodei de prelucrare

Între toate paginile aplicației PSGR, se poate naviga foarte ușor în ambele sensuri, prin folosirea facilităților browserului de internet, aproape universal cunoscute. După alegerea uneia dintre metode, aplicația va încărca applet-ul java corespunzător. În figura 5. 41, este prezentată aplicația în cazul selectării metodei tangentelor, pentru prelucrarea unui profil de tip „arc de cerc” cu ajutorul sculei-cremalieră.

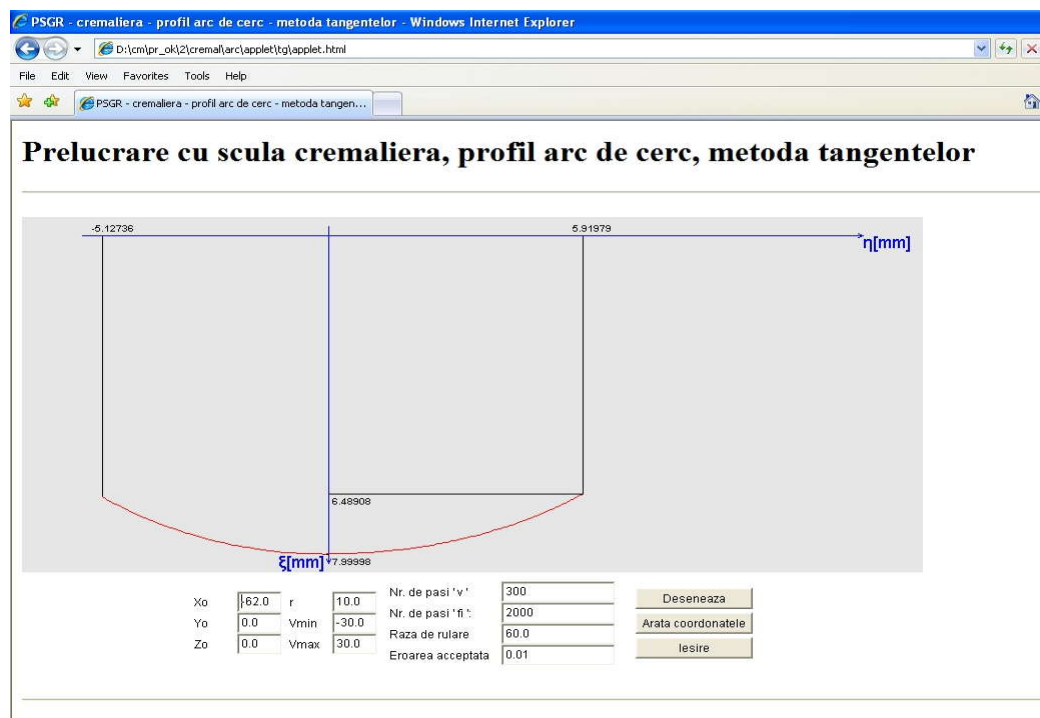


Figura 5. 41. Captură de ecran cu funcționarea applet-ului ales în cadrul aplicației PSGR

Applet-urile realizate în această lucrare sunt programe java cu dublă posibilitate de folosire, atât ca aplicații de independente, mod de lucru ilustrat în capturile de ecran, cât și ca miniaplicații care se pot vizualiza cu un instrument specific produs de firma Sun numit appletviewer, sau cu ajutorul oricărui browser de internet. În aplicația PSGR, este ilustrat acest din urmă mod de vizualizare.

Așa cum se observă și în figura 5. 41, s-a căutat ca utilizarea applet-urilor să fie cât mai simplă și intuitivă. Astfel, utilizatorul poate modifica oricare din datele de intrare prin simpla editare a acestora în interiorul căsuțelor de text. După activarea butonului „Desenare”, aplicația este lansată în execuție cu noile date de intrare, iar după finalizarea calculului, este prezentată o nouă reprezentare grafică a profilului sculei. S-a prevăzut și posibilitatea ca utilizatorul să introducă date nepotrivite, situație în care aplicația reacționează printr-o atenționare, vezi figura 5. 42. În exemplul prezentat,

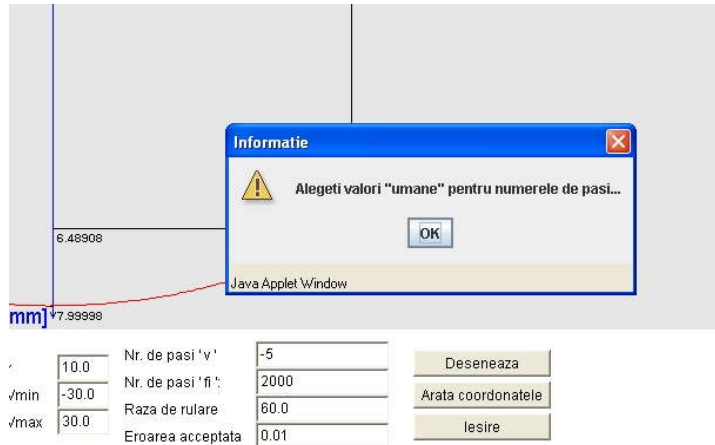


Figura 5. 42. Mesaj avertizare

utilizatorul a introdus în mod eronat o valoare negativă pentru numărul de intervale în care va fi împărțit profilul de generat. În cazul unui applet pentru profilarea unei scule care generează un profil rectiliniu, utilizatorul poate modifica datele de intrare, prin schimbarea coordonatelor capetelor segmentului de generat sau poate influența precizia rezultatelor prin modificarea numerelor de intervale în care vor fi împărțite la modelare profilul de prelucrat sau unghiul de rotație  $\phi_1$ . În cazul unui applet pentru profilarea unei scule care generează profile circulare, prin intervenția utilizatorului, se poate modifica poziția centrului profilului de prelucrat, raza acestuia, unghiul de start și unghiul final, vezi și figura 5. 41.

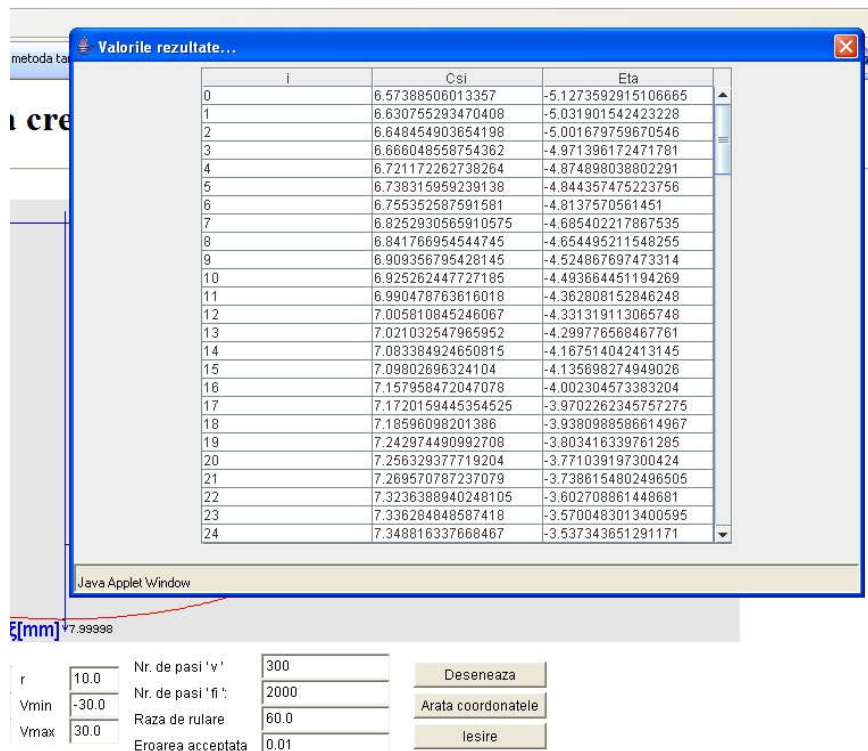


Figura 5. 43. Exemplu de vizualizare a valorilor calculate

Prin selectarea opțiunii „Arată coordonate”, se obține un tabel cu toate coordonatele calculate ale profilului sculei, așa cum se poate vedea în figura 5. 42. Deoarece numărul acestor valori este mare, fereastra de vizualizare a rezultatelor este prevăzută cu bară de defilare. Aceste coordonate pot fi oricând stocate într-un fișier pe disc, pentru o eventuală folosire ulterioară.

„Eroarea acceptată” a carei valoare o poate modifica și utilizatorul, se referă la eroarea de îndeplinire a condiției de înfășurare, care constituie criteriul de determinare a punctelor de pe profilul sculei.

Reprezentarea grafică a profilurilor determinate prin calcul se realizează pe baza unor algoritmi originali. În acest scop, aplicațiile determină întâi scara maximă la care pot fi reprezentate profilurile modelate, fără deformare pe vreuna din cele două direcții, pe baza determinării în prealabil a dimensiunilor ferestrei de afișare. La determinarea acestei scări s-a ținut cont și de prezența obligatorie a originii sistemului de axe în desen. După determinarea scării, se face desenarea propriu zisă, prin trasarea unei polilinii care să treacă prin toate punctele a căror coordonate au fost modelate și, apoi, la trasarea axelor sistemului de coordonate și cotarea desenului care se realizează, ținându-se seama de coordonatele extreme pe direcțiile celor două axe de coordonate.

Prin accesarea succesivă a legăturilor puse la dispoziție de aplicație și prin vizualizarea atât a reprezentărilor grafice cât și, mai ales, a coordonatelor punctelor, se pot trage concluzii cu privire la valabilitatea metodei tangentelor, având la dispoziție încă patru metode pentru compararea rezultatelor, dar se pot stoca și rezultate numerice ale modelării profilurilor sculelor, sub formă de fișiere text, sub forma foilor de calcul tabelar specifice programelor de tip spreadsheet, sau sub alte forme care să facă posibilă folosirea ulterioară a acestora.

Facem observația că, acest mod de prezentare a aplicației se încadrează în tendința actuală de migrare a celor mai multe softuri spre interfețe *web-based*, a căror utilizare este foarte facilă și intuitivă.



# **OBIECTIVUL 6. ELABORAREA UNOR ALGORITMI PENTRU PROFILAREA DE CORECȚIE A SCULELOR GENERATOARE A SUPRAFETELOR GENERATE PRIN ÎNFĂȘURARE PRIN METODA RULĂRII ÎN SCOPUL COMPENSĂRII ERORILOR DE GENERARE, CU APLICAȚII LA GENERAREA CU SCULE DE TIP PIEPTENE ȘI CUȚIT-ROATĂ**

## **6.1. Sinteza unui algoritm pentru profilarea corectivă a sculelor de tip pieptene**

”

### **Introducere**

Problematika mării preciziei de prelucrare s-a dezvoltat prin sinteza unor modele pentru predicția și compensarea soft a erorilor de generare+, utilizând sisteme de măsurare *on machine measurement*, sau prin determinarea poziției optime a sculei în raport cu semifabricatul.

Totodată, pe baza teoriei suprafețelor conjugate, s-au dezvoltat strategii pentru generarea suprafețelor exprimate în formă discretă, stabilind soluții pentru determinarea suprafețelor înfășurătoare.

Corecția profilului sculelor care generează prin înfășurare vârtejuri ordonate de profiluri: scula cremalieră, scula de tip roată și cuțitul rotativ, în vederea compensării unor erori de generare este, în general, dificilă, datorită numărului mare de muchii de așchiere (număr de dinți) constituate ale sculelor, care participă la generare, Litvin ., Radzevici .

Ca urmare, imaginarea unor metodologii care să permită o corecție de formă a tuturor muchiilor de așchiere ale sculelor de acest tip, în vederea compensării unei erori a suprafețelor generate, de regulă un vârtej ordonat de suprafețe (profiluri), poate constitui o modalitate utilă de îmbunătățire a performanței generării prin aceste procedee, chiar dacă problematica este privită, în primul rând, doar sub aspectul modelării la nivel analitic al unui astfel de proces de generare.

O astfel de metodologie de corecție presupune, crearea unui model al muchiei generatoare corectate și, ulterior, în baza acestei noi forme a muchiei corectate a sculei, să se determine o modalitate de modificare, care să permită, pornind de la o sculă standard, obținerea unor forme „aproximate” ale muchiilor de așchiere, care, în procesul de generare, să compenseze eroarea constatată, de regulă prin măsurarea directă a suprafeței generate.

### **Modelarea profilării de corecție a sculei-cremalieră pentru generarea unei danturi evolventice**

Se propune, în cele ce urmează aplicarea unei metodologii de corecție a sculei cremalieră pentru generarea profilurilor evolventice.

## Forma teoretică a profilului cremalierii

Se reformulează, în conformitate cu obiectivul 5, modalitatea de modelare a profilului cremalierii generatoare, ca soluție generală de generare prin înfășurare, pe care se bazează algoritmul de corecție al cuțitului pieptene, care va fi dezvoltat în cele ce urmează.

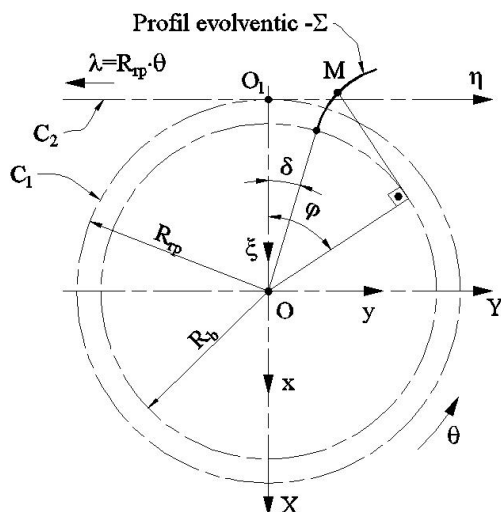


Figura 6. 1. Profilul evolventei cercului de rază  $R_b$

Se definesc, în legătură cu figura 6. 1, sistemele de referință:

$xyz$  - este sistemul de referință fix, cu axa  $z$  suprapusă axei vârtejului;

$XYZ$  - sistem mobil, solidar cu centroida circulară de rază  $R_p$ ;

$\xi\eta\zeta$  - sistem mobil, solidar centroidei cremalierii reciproc înfășurătoare profilului

$\Sigma$ .

În sistemul  $XYZ$ , ecuațiile evolventei cercului de rază  $R_b$ , sunt:

$$\begin{cases} X = -R_b \cos(\varphi + \delta_b) - R_b \varphi \sin(\varphi + \delta_b); \\ \Sigma Y = R_b \sin(\varphi + \delta_b) - R_b \varphi \cos(\varphi + \delta_b); \\ z = t, \end{cases} \quad (6.1)$$

în care,  $\delta_b$  este semiunghiul golului pe cercul de bază al danturii,

$$\delta_b = \frac{\pi}{2z} - ev(\alpha); \quad (6.2)$$

$z$  - numărul de dinți ai roții dințate evolventice;

$\alpha$  - unghiul de angrenare pe cercul de divizare ( $\alpha = 20^\circ$ );

$t$  și  $\varphi$  - parametrii variabili ai suprafeței cilindrice cu directoare evolventică.

Ansamblul mișcărilor de generare, rularea celor două centroide,  $C_1$  și  $C_2$ , conduce la mișcarea relativă

$$\xi = \omega_3^T(\theta) X - a; \quad a = \begin{vmatrix} -R_{rp} & -R_{rp}\theta & 0 \end{vmatrix}^T, \quad (6.3)$$

astfel că, profilul  $\Sigma$  descrie familia de suprafețe în sistemul cremalierii:

$$\left( \Sigma \right)_\theta \begin{cases} \xi = -R_b \cos(\varphi + \delta_b - \theta) - R_b \varphi \sin(\varphi + \delta_b - \theta) + R_{rp}; \\ \eta = R_b \sin(\varphi + \delta_b - \theta) - R_b \varphi \cos(\varphi + \delta_b - \theta) + R_{rp}\theta; \\ \zeta = t, \end{cases} \quad (6.4)$$

cu  $t$  și  $\theta$  parametrii variabili.

Înfășurătoarea familiei de suprafețe (6.4) reprezintă cremaliera conjugată suprafeței cilindrice evolventice.

Cum problema poate fi tratată ca o problemă plană de înfășurare, condiția de înfășurare asociată familiei (6.4) din „metoda traiectoriilor plane de generare” [8] este

$$\frac{\xi'_\varphi}{\xi'_\theta} = \frac{\eta'_\varphi}{\eta'_\theta} \quad (6.5)$$

care, prin dezvoltare, poate fi adusă la forma

$$\varphi = \alpha - \delta_b + \theta, \quad (6.6)$$

ca relație între mărimile unghiulare variabile  $\varphi$  și  $\theta$ .

Sunt cunoscute limitele de variație ale parametrului  $\varphi$

$$\varphi_{\min} = \sqrt{\frac{R_i^2 - R_b^2}{R_b^2}}; \quad \varphi_{\max} = \sqrt{\frac{R_e^2 - R_b^2}{R_b^2}}, \quad (6.7)$$

în care:

$$R_b = \frac{mz}{2} \cos 20^\circ; \quad (6.8)$$

$$R_i = \frac{mz}{2} - 1,2m; \quad (6.9)$$

$$R_e = \frac{mz}{2} + m; \quad (6.10)$$

cu  $m$  - modulul roții dințate, pentru o dantură cu corijare zero.

Ansamblul de ecuații (6.4) și (6.6), cu definițiile (6.7), ..., (6.10), reprezintă cremaliera reciproc înfășurătoare a profilului evolventic al cercului de rază  $R_b$ .

### Generarea „inversă”

Problema generării danturii evolventice presupune un proces pornind de la cunoașterea cremalierii care, în urma mișcărilor în raport cu centroida asociată semifabricatului, generează suprafața flancului roții dințate, vezi figura 6.2.

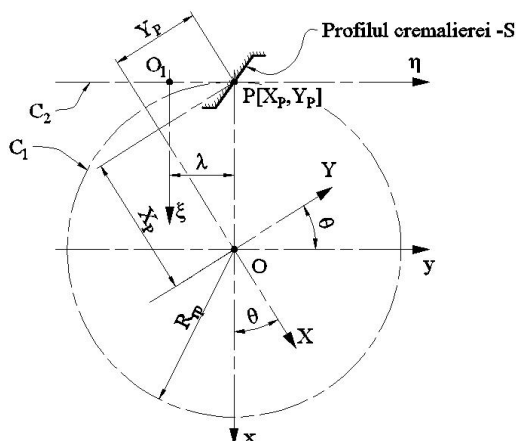


Figura 6. 2. Generarea „inversă”

Sistemele de referință sunt prezentate în figura 6. 2.

Se presupune cunoscut profilul sculei-cremalieră, în formă numerică, prin matricea  $S$ ,

$$S = \begin{bmatrix} \xi_1 \eta_1 \\ \xi_2 \eta_2 \\ \dots \\ \xi_n \eta_n \end{bmatrix}, \quad (6.11)$$

în sistemul  $\xi\eta\zeta$ , cu „n” un număr suficient de mare pentru a descrie riguros forma profilului transversal al cremalierii. În același timp, se definește mișcarea relativă față de sistemul de referință al vârtejului de suprafețe de generat, solidar sistemului XYZ,

$$X = \omega_3(\theta)[\xi + a] \quad (6.12)$$

în care matricea  $\xi$  are semnificațiile date de (6.11).

Se determină familia de profiluri, în sistemul XY:

$$(S)_\theta \begin{cases} X = [\xi_i - R_{rp}] \cos \theta + [\eta_i - R_{rp} \theta] \sin \theta; \\ Y = -[\xi_i - R_{rp}] \sin \theta + [\eta_i - R_{rp} \theta] \cos \theta, \end{cases} \quad (6.13)$$

cu  $\xi_i \eta_i$  coordonatele punctului curent al matricei (6.11) și  $\theta$  parametru unghiular, variabil.

Înfășurătoarea familiei de profiluri (6.13) reprezintă suprafața generată prin înfășurare de scula-cremalieră, de profil (6.11).

Condiția de înfășurare, din „metoda distanței minime”, este de forma

$$d = \left( \sqrt{\left( X_{(\xi_i, \eta_i)} - X_p \right)^2 + \left( Y_{(\xi_i, \eta_i)} - Y_p \right)^2} \right)_{\min} \quad (6.14)$$

în care  $X_p, Y_p$  sunt coordonate ale polului angrenării:

$$X_p = -R_{rp} \cos(\theta); \quad Y_p = -R_{rp} \sin(\theta), \quad (6.15)$$

și  $X(\xi_i, \eta_i), Y(\xi_i, \eta_i)$  coordonatele furnizate de familia (6.13).

Limitele de variație ale parametrului  $\theta$  sunt:

$$\theta_{\min} = -\frac{m}{R_{rp}} \left[ \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} + \operatorname{tg} \alpha \right]; \quad (6.16)$$

$$\theta_{\max} = \frac{1,2m}{R_{rp}} \left[ \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} + \operatorname{tg} \alpha \right], \quad (6.17)$$

cu  $m$  – modulul cremalierii generatoare și  $\alpha$  – unghiul de angrenare pe cercul de rulare, de raza  $R_{rp}$ .

Ansamblul de ecuații (6.13) și (6.14) reprezintă, în formă discretă, profilul generat de cremaliera al cărei profil transversal este dat de (6.11).

### Algoritm pentru profilarea de corecție a sculei-cremalieră

Problema se referă la realizarea unei corecții de formă a sculei cremalieră care generează prin metoda rulării.

Se acceptă că, prin măsurarea suprafeței generate, numită în cele ce urmează suprafață *efectiv generată* (profil efectiv generat), se determină, în formă discretă, un profil al generatoarei unei suprafețe cilindrice aparținând unui vârtej de suprafețe (profiluri) asociat unei centroide, vezi figura 6.3, în forma

$$G_E = \begin{pmatrix} X_{E_1} Y_{E_1} \\ X_{E_2} Y_{E_2} \\ \dots \\ X_{E_n} Y_{E_n} \end{pmatrix}. \quad (6.18)$$

Se constată că această generatoare efectivă  $G_E$  nu este identică cu generatoarea teoretică  $G_T$  avută ca țintă a generării. Nu se pot stabili cauzele reale care fac ca în urma prelucrării cele două curbe, profilurile  $G_T$  și  $G_E$  să nu coincidă. Pentru cazul în care fabricația se reia, în aceleași condiții tehnologice, se propune un algoritm prin care, alegându-se o nouă țintă a prelucrării în forma unei noi generatoare, numită *generatoare fictivă*, în urma prelucrării, generatoarea efectivă să fie mai apropiată (suprapusă) generatoarei teoretice.

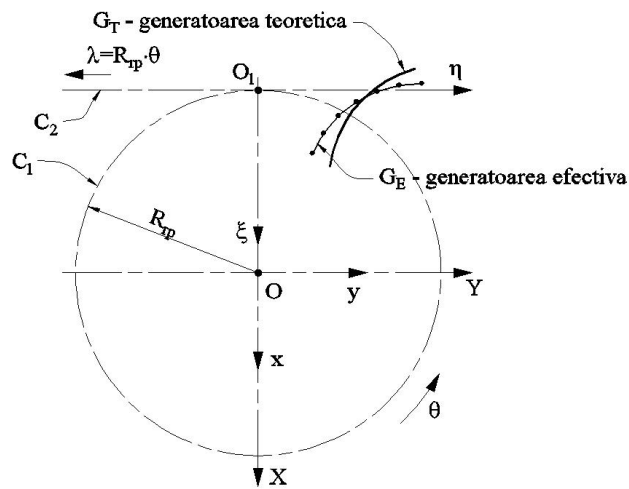


Figura 6. 3. *Generatoare efectivă  $G_E$ ; generatoare teoretică  $G_T$*

Modelul generatoarei fictive  $G_F$  se propune a fi „imaginea în oglindă” a curbei  $G_E$  față de *generatoarea teoretică*. Aceasta, în ideea că factorii perturbatori ai procesului tehnologic acționând în același sens, vor duce la obținerea unei noi generatoare  $G_E$  mai apropiată de forma și dimensiunile generatoarei teoretice.

Modelul generatoarei fictive se acceptă a fi, figura 6. 4,

$$M_{F_i} \begin{cases} X_{F_i} = 2X_{T_i} - X_{E_i}; \\ Y_{F_i} = 2Y_{T_i} - Y_{E_i}; \quad i = 1, 2, \dots, n, \end{cases} \quad (6.19)$$

pentru punctul curent al acesteia.

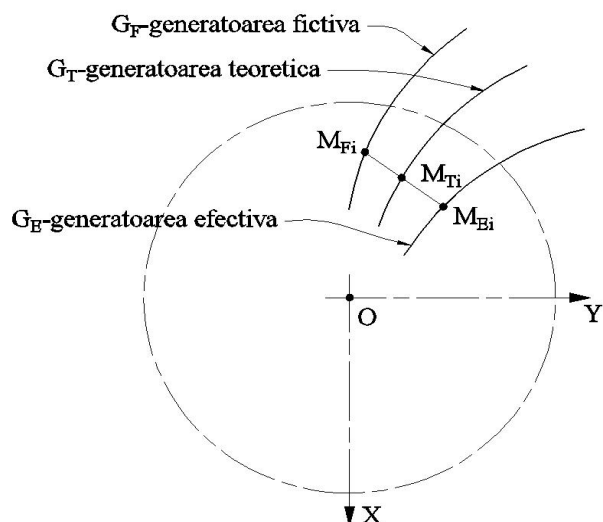


Figura 6. 4. Generatoare fictivă,  $G_F$

Ca urmare, se obține o nouă țintă a generării, profilul  $G_F$ , definit ca o matrice de coordonate forma

$$G_F = \begin{pmatrix} X_{F_1} Y_{F_1} \\ X_{F_2} Y_{F_2} \\ \vdots \\ X_{F_n} Y_{F_n} \end{pmatrix}, \quad (6.20)$$

în baza căreia se poate construi noua suprafață țintă a generării cu scula-cremalieră.

Generarea acestei noi suprafețe (profil) țintă impune realizarea unei noi forme a sculei cremalieră, care să fie reciproc înfășurătoare noului profil, vezi (6.20).

Se consideră sistemele de referință și poziția centroidelor în rulare, figura 6. 1.

Dacă, acum, se consideră că noua suprafață (profil) țintă este descrisă de matricea de tipul (6.20), în mișcarea relativă (6.3), acest nou profil generează o familie de profiluri cunoscută în formă discretă în mișcarea relativă a sistemului semifabricatului față de spațiul asociat cremalierii,

$$\xi = \left[ \omega_3^T(\theta) \begin{pmatrix} X_{F_i} \\ Y_{F_i} \end{pmatrix} - a \right]; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (6.21)$$

sau, după dezvoltări:

$$(G_F)_\theta \begin{cases} \xi_{F_i} = X_{F_i} \cos \theta - Y_{F_i} \sin \theta + R_{rp}; \\ \eta_{F_i} = X_{F_i} \sin \theta + Y_{F_i} \cos \theta + R_{rp} \theta; \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (6.22)$$

reprezentând familia de traiectorii ale punctelor aparținând generatoarei fictive,  $G_F$ , în mișcarea relativă.

Dacă, parametrul variabil  $\theta$  este interpretat ca un parametru care variază în formă discretă

$$\theta = k \cdot \Delta \theta, \quad (k = 0; 1; 2; \dots; m), \quad (6.23)$$

în care  $\Delta \theta$  este un increment unghiular, suficient de mic și  $m$  întreg, suficient de mare, pentru a asigura acuratețea calculului, atunci, condiția de înfășurare asociată familiei de traiectorii  $(G_F)_\theta$ , pentru metoda „distanței minime”, vezi și forma (6.14), este

$$d = \left( \sqrt{\left( \xi_{(\xi, \eta)} \right)^2 + \left( \eta_{(\xi, \eta)} \right)^2} \right)_{\min} \quad \text{cu } i = 1, 2, \dots, n. \quad (6.24)$$

Ansamblul punctelor masivului descris de (6.20) care satisfac condiția (6.24), pentru diferite mărimi ale parametrului  $\theta$ , reprezintă profilul fictiv al sculei cremalieră, reciproc înfășurătoare noii suprafețe țintă, fie  $S_F$  (6.25) noua formă a profilului cremalierii,

$$S_F = \left\| \begin{array}{c} \xi_1 \eta_1 \\ \xi_2 \eta_2 \\ \dots \\ \xi_n \eta_n \end{array} \right\|. \quad (6.25)$$

Profilul fictiv,  $S_F$ , al cremalierii generatoare reprezintă profilul înfășurător al profilului fictiv  $G_F$  al semifabricatului. O astfel de soluție a problemei de corecție poate fi considerată greoaie având în vedere complexitatea acestei scule. Ca urmare, se propune o soluție aproximativă a corecției necesare sculei-cremalieră, în vederea generării suprafeței țintă – generatoarea fictivă  $G_F$ .

Muchia de așchiere teoretică (geometrică) a cremalierii, care generează profilul teoretic al vârtejului de profiluri de generat, se consideră a fi curbă plană, care aparține suprafeței periferice primare a sculei-cremalieră.

Muchia de așchiere geometrică efectivă (vezi figura 6. 5 și obiectivul 5) rezultă din intersecția suprafeței de așezare:

$$A_\alpha \left\{ \begin{array}{l} \xi = \xi_i - \lambda \sin \alpha; \\ \eta = \eta_i; \\ \zeta = \lambda \cos \alpha. \end{array} \right. \quad (6.26)$$

În forma (6.26),  $\lambda$  este parametru variabil iar  $\alpha$  este unghiul de așezare măsurat în planul  $\xi\zeta$  (suprafața cilindrică (6.26)) cu suprafața de degajare (într-o primă etapă considerată o suprafață plană)

$$P_\gamma \left\{ \begin{array}{l} \xi = \xi_v - t \cos \gamma; \\ \eta = t \sin \gamma, \end{array} \right. \quad (6.27)$$

cu  $t$  parametru variabil,  $\gamma$  - unghiul de degajare,  $\xi_v$  coordonata punctului de pe profilul sculei aflat, pe axa  $\xi$ , la distanța cea mai mică de axa vârtejului de profiluri de generat.

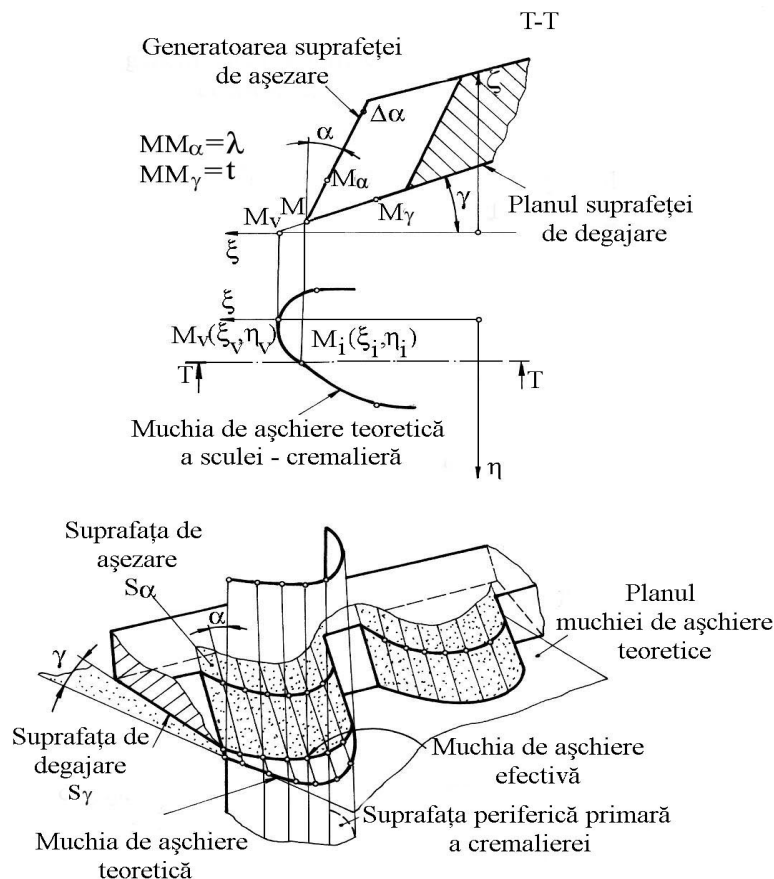


Figura 6. 5. Suprafețe active ale cremalierii

Condiția pentru intersecția suprafețelor (6.26), (6.27) este definită de sistemul de ecuații:

$$\begin{cases} \xi_i - \lambda \sin \alpha = \xi_v - t \cos \gamma; \\ \lambda \cos \alpha = t \sin \gamma, \end{cases} \quad (6.28)$$

care se reduce, prin eliminarea parametrului  $t$ , la forma

$$[\xi_i - \lambda \sin \alpha - \xi_v] = \lambda \cos \alpha \cdot \frac{1}{\operatorname{tg} \gamma}. \quad (6.29)$$

Muchia de așchiere efectivă a sculei cremalieră, curbă aparținând simultan suprafețelor de degajare și așezare, este dată de ecuațiile:

$$\begin{cases} \xi_e = \xi_i - [\xi_i - \xi_v] \frac{\sin \gamma}{\cos(\alpha - \gamma)} \sin \alpha; \\ \eta_e = \eta_i; \\ \zeta_e = [\xi_i - \xi_v] \frac{\sin \gamma}{\cos(\alpha - \gamma)} \cos \alpha. \end{cases} \quad (6.30)$$

Este evident că, numai pentru  $\gamma = 0$  muchia de așchiere efectivă este identică cu profilul teoretic al sculei cremalieră.

Se poate imagina o formă de corecție a profilului sculei cremalieră, prin modificarea geometriei părții active a sculei cremalieră (mărimea unghiurilor  $\alpha$  și  $\gamma$ ) astfel ca, profilul efectiv al cremalierii să se apropie ca formă și dimensiuni de profilul corectat al sculei cremalieră, așa cum, anterior, a fost definit acesta din urmă. Numim profilul astfel obținut *profil aproximativ*.



Este sigur, numai în cazuri cu totul particulare, cele două profiluri, aproximat și corectat pot coincide, dar ar putea fi suficient de apropiate, pentru a fi substituite unul celuilalt.

Corecția pe această cale este relativ ușor de făcut, fără a afecta funcționalitatea sculei cremalieră și capacitatea acesteia de a fi readusă la forma inițială a profilului printr-o nouă reascuțire, respectând mărimea inițială a parametrilor geometrici ( $\alpha$  și  $\gamma$ ).

### Aplicație numerică

Se exemplifică metodologia propusă pentru determinarea formei approximate a sculei cremalieră, generatoare a unei danturi evolventice aparținând unei roți dințate cilindrice drepte având caracteristicile:  $z=42$  dinți;  $m=5$  mm;  $x=0$ , coeficient de corijare.

Profilul (într-o secțiune transversală axei roții de prelucrat), măsurat pe o mașină de măsurat 3D (vezi figura 6. 6) este reprezentat în tabelul 6. 1.



*Figura 6. 6. Măsurarea profilului roții pe mașina Micro Hite 3D  
(la Universitatea Dunărea de Jos echipament procurat prin contractul de cercetare ID\_656/2007)*

*Tabelul 6. 1. Coordonatele profilului efectiv generat*

X [mm]	Y [mm]
-100.031	2.347
-100.352	2.414
-100.531	2.475
-100.711	2.520
-100.891	2.590
-101.188	2.664
-101.329	2.710
-101.731	2.830
-101.846	2.837
-102.195	2.956
...	...
-107.555	5.125
-107.659	5.153
-108.099	5.358
-108.305	5.457
-108.526	5.595
-108.875	5.736
-108.971	5.783
-109.260	5.998
-109.675	6.218
-109.844	6.297
-107.555	5.125

*Tabelul 6. 2. Coordonatele profilului fictiv al evolventei de generat*

X [mm]	Y [mm]
-99.998	2.462
-100.334	2.528
-100.510	2.544
-100.701	2.584
-100.874	2.597
-101.170	2.671
-101.338	2.706
-101.748	2.808
-101.844	2.861
-102.193	2.946
...	...
-107.573	5.110
-107.672	5.182
-108.053	5.392
-108.263	5.507
-108.532	5.625
-108.821	5.822
-108.938	5.890
-109.225	5.988
-109.686	6.254
-109.811	6.341

Tabelul 6. 3. Coordonatele profilului corectat al cremalierii

$\xi_c$ [mm]	$\eta_c$ [mm]
5.614	1.903
5.599	1.908
5.584	1.913
5.569	1.917
5.554	1.922
5.539	1.927
5.524	1.932
5.509	1.937
5.495	1.942
5.480	1.946
...	...
-4.307	5.524
-4.296	5.520
-4.286	5.516
-4.275	5.513
-4.264	5.509
-4.253	5.505
-4.241	5.502
-4.230	5.498
-4.219	5.494
-4.207	5.491

Se determină *profilul fictiv* (noua țintă) vezi (6.19)-(6.21) în raport cu *profilul teoretic*, vezi tabelul 6. 2.

În baza *profilului fictiv*, noua țintă a procesului de generare, tabelul 6. 2, se calculează *profilul corectat* al sculei cremalieră, vezi relațiile (6.22)-(6.24), reprezentată prin coordonatele sale în tabelul 6. 3, ca profil conjugat profilului fictiv de generat, în sistemul sculei-cremalieră,  $\xi\eta$ .

Se determină profilul aproximat al sculei cremalieră, relațiile (6.30), pentru diferite mărimi ale parametrilor geometrici  $\alpha$  și  $\gamma$ , iar prin metoda generării inverse se determină un *profil modelat* pentru piesa prelucrată, efectuându-se o comparație între acesta și *profilul teoretic*.

Se compară, de asemenea, profilul corectat cu cel aproximat astfel ca eroarea între acestea să nu depășească o mărime impusă,

$$\delta_{i,j} = \left( \sqrt{(\xi_{c_i} - \xi_{a_j})^2 + (\eta_{c_i} - \eta_{a_j})^2} \right)_{\min}, \quad (6.31)$$

cu  $(i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, n)$

Pentru rezolvarea numerică a problemei a fost elaborat un program soft, în limbajul de programare *java*, rezultatele fiind prezentate sub formă de applet, interactiv, figura 6. 7 și figura 6. 8, având ferestre de dialog ce permit introducerea datelor de intrare, modificarea mărimii parametrilor geometrici ( $\alpha$  și  $\gamma$ ), impunerea mărimii erorii profilului aproximat față de cel teoretic, trasarea grafică a formei profilurilor efectiv și fictiv ale piesei (dantura), corectat și aproximat al sculei cremalieră (și vizualizarea selectivă a acestora), afișarea coordonatelor tuturor profilurilor calculate precum și optimizarea automată a valorilor  $\alpha$  și  $\gamma$ , pe criteriul obținerii unei abateri minime a *profilului modelat* față de *profilul teoretic* al piesei de prelucrat.

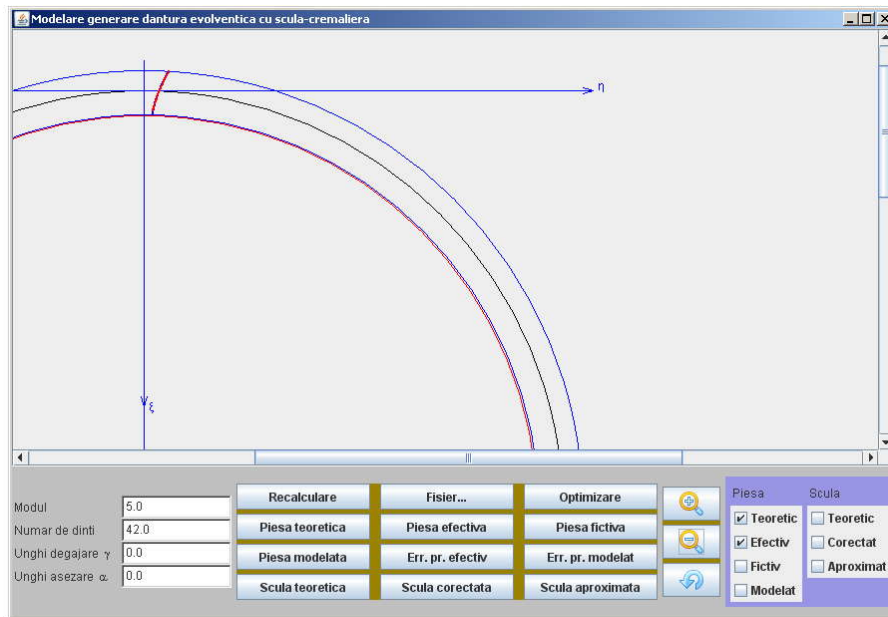


Figura 6. 7. Applet-ul java

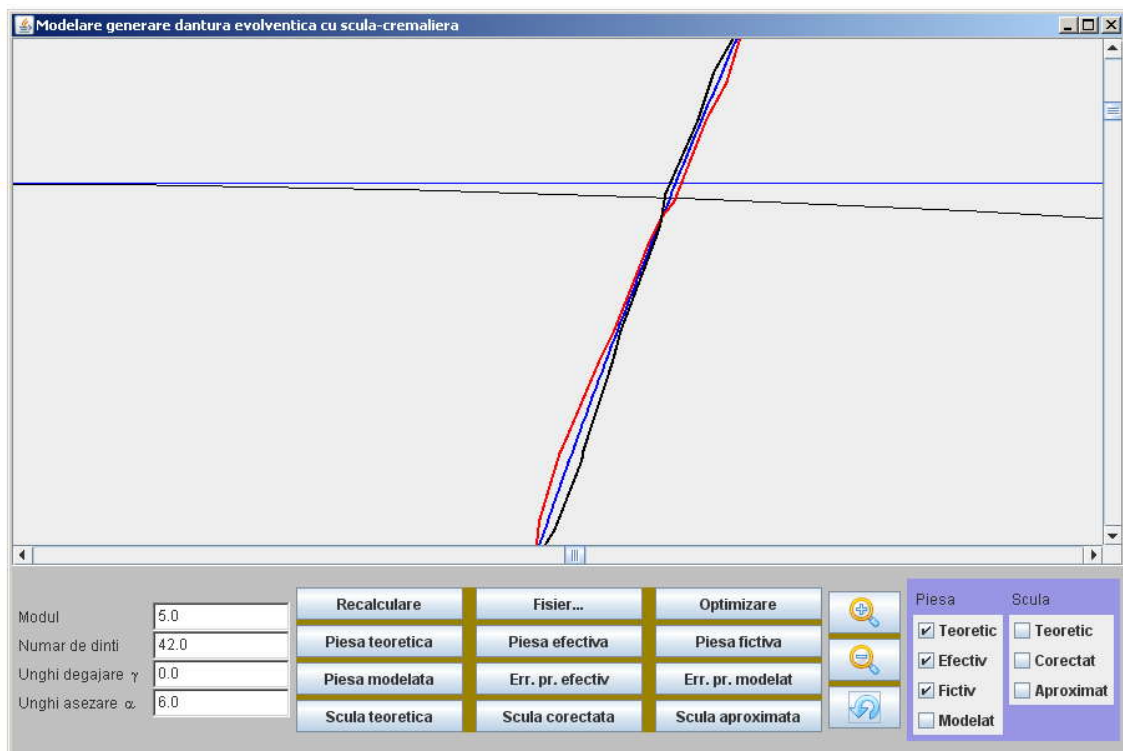


Figura 6. 8. Applet-ul java, vedere mărită în zona profilurilor piesei

## • Concluzii

A fost abordată o problemă de corecție a unei erori de generare a unor profiluri (suprafețe) evolventice prin corecția de formă a sculei cremalieră generatoare, soluție, principial cunoscută, dar pentru care se realizează o metodă generală, aplicată numeric pentru cazul danturii evolventice.

S-a dovedit că se poate asigura o formă corectă a cremalierii generatoare, care, în baza predicției erorii de generare, profilul fictiv de generat, poate fi substituită cu o

formă de cremalieră, având un profil obținut, pornind de la cremaliera teoretică, prin modificarea parametrilor geometrici  $\alpha$  și  $\gamma$  - profilul aproximat.

Soluția propusă poate avea valabilitate în cazul reluării prelucrării, pentru același tip de produs, în condiții similare.

Evident, este posibilă o corecție succesivă a sculei cremalieră, în funcție de eroarea de profil (forma profilului efectiv generat) pentru diferitele roți dințate prelucrate.

Scula cremalieră poate fi adusă la forma inițială prin reascuțirea la parametrii geometrici conform proiectului de execuție.

O dezvoltare a metodicii propuse ar putea fi realizată prin diminuarea numărului de puncte măsurate pe profilul generat și înlocuirea acestuia (aproximarea) cu polinoame de tip Beziér de grad mic (2 sau 3), astfel încât numărul de puncte să fie redus (3 sau 4 puncte).

## **6.2. Sinteza unui algoritm pentru profilarea corectivă a sculelor de tip cuțit-roată**

### **Introducere**

Au fost propuși algoritmi, pentru modelarea profilării corective a sculei de tip cremalieră pentru generarea danturii evolventice [1], precum și pentru modelarea profilării corective a cuțitelor-roată generatoare a unor vârtejuri ordonate de profiluri exterioare.

Sunt cunoscute și aplicate diverse modelări având ca scop simularea compensării erorilor de generare, specifică unor procese de generare, precum și predicția și compensarea acestor erori, bazate pe modelări analitice utilizarea algoritmilor genetici precum și a rețelelor neuronale.

Se prezintă un algoritm pentru modelarea profilării corective a sculei de tip roată pentru generarea prin înfășurare a unui vârtej de profiluri (suprafețe) ordonate, de interior, pe baza unui algoritm bazat pe ideea că, se propune generarea unei suprafețe țintă fictivă, diferită de suprafața geometrică inițială de prelucrat, și reprofilarea cuțitului roată în baza acestei suprafețe, obținându-se o nouă formă a muchiei de așchiere generatoare a sculei-roată, profilul corectat.

Mai mult, ținând seama de forma constructivă a suprafeței de degajare a sculei (suprafața conică) se poate imagina o modalitate de aproximare a noii forme a muchiei de așchiere prin reascuțirea suplimentară a sculei – profilul aproximat - ca rezultat al intersecției suprafeței de așezare cu noua suprafață de degajare.

Se urmărește ca profilul cercetat, prin variația mărimii parametrilor geometrici  $\gamma$  și, eventual,  $\alpha$ , astfel, încât să fie acceptabilă înlocuirea profilului corectat cu cel aproximat.

Este de notat, totuși, că nu în orice situație o astfel de rezolvare este posibilă și că un astfel de mod de a gândi această modalitate de corecție are sens doar pentru o producție repetabilă, în care condițiile în care are loc generarea sunt similare pentru toate semifabricatele, în producție de generare a suprafețelor (aceeași sculă, același regim de lucru, condiții de așchiere etc.).

- **Algoritm pentru modelarea profilării de corecție a cuțitului roată**

Se acceptă că, se determină prin măsurarea directă pe o mașină 3D, (a profilului generat, un profil, în formă de discretă, sub forma unei matrice de coordonate – generatoarea efectivă,  $G_E$ , vezi și figura 6. 9.

$$G_E = \begin{pmatrix} X_{E_1} & Y_{E_1} \\ X_{E_2} & Y_{E_2} \\ \dots & \dots \\ X_{E_n} & Y_{E_n} \end{pmatrix} \quad (6.32)$$

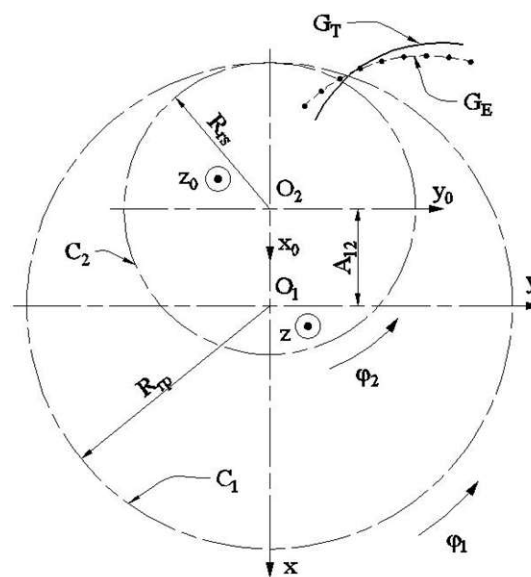


Figura 6. 9. Generatoare: teoretică,  $G_T$  și efectivă,  $G_E$ .

Cel mai adesea, generatoarea efectivă  $G_E$  (6.32) nu este identică cu generatoarea teoretică,  $G_T$ , avută ca țintă a generării și totodată, nu este simplu a stabili cauzele acestei necoincidențe.

Se acceptă că, alegându-se convenabil o nouă țintă a procesului de generare, numită în cele ce urmează generatoare fictivă,  $G_F$ , și totodată, prin modificarea în consecință a generatoarei sculei, la reluarea procesului în aceleași condiții tehnologice, noul profil generat va fi mai apropiat de generatoarea teoretică,  $G_T$ , dorită.

Modelul generatoarei fictive,  $G_F$ , se propune a fi imaginea în oglindă a curbei  $G_E$  față de generatoarea teoretică. Aceasta în ideea că factorii perturbatori ai procesului tehnologic, acționând în același sens, vor conduce la obținerea unei generatoare efective,  $G_E$ , mai apropiate de forma și dimensiunile generatoarei teoretice, vezi și figura 6. 10.

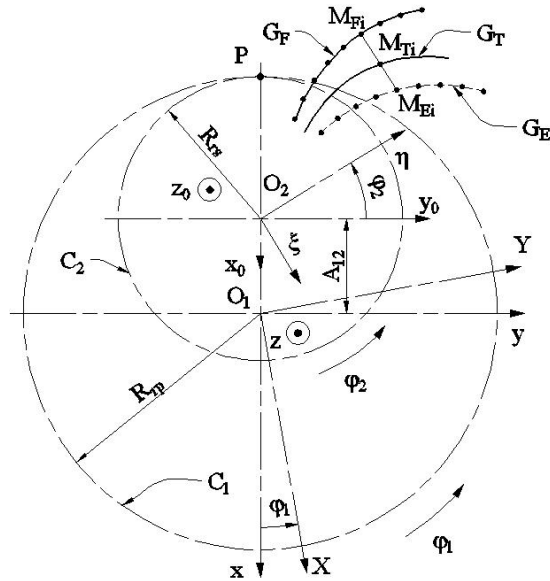


Figura 6. 10. Generatoarea fictivă

În legătura cu figura 6. 10, se definesc și sistemele de referință asociate celor două centroide în rulare.

$xyz$  și  $x_0y_0z_0$  sunt sisteme de referință fixe, față de care sunt raportate cele două centroide, a semifabricatului,  $C_1$  și a sculei roată de interior,  $C_2$ .

$XYZ$  - sistem mobil solidar centroidei  $C_2$  și profilului (semifabricatului) de generat.

$\xi\psi\zeta$  - sistem mobil, solidar centroidei  $C_2$  a cuțitului roată.

Între cele două centroide  $C_1$  și  $C_2$  se respectă condiția de rulare fără alunecare ,

$$R_{rp}\varphi_1 = R_B\varphi_2 \quad (6.33)$$

De asemenea se definește mișcarea relativă între sistemele de referință mobile

$$\xi = \omega_3^T(\varphi_2)[\omega_3^T(\varphi_1)X - A] \quad (6.34)$$

cu  $A = \begin{vmatrix} -A_{12} \\ 0 \end{vmatrix}$  și  $X$  - matricea formată cu coordonatele punctelor profilului

teoretic, de generat, în sistemul  $XY$ .

În sistemul mobil,  $XY$ , al semifabricatului, se definește modelul generatoarei fictive:

$$M_{Fi} = \begin{cases} X_{Fi} = X_{Ei} + (1 + \delta)d_{\min} \sin \alpha_i; \\ Y_{Fi} = Y_{Ei} + (1 + \delta)d_{\min} \cos \alpha_i; \end{cases} \quad (6.35)$$

$$d_{\min} = \left\{ \sqrt{[X_{Ei} - X_{Ti}]^2 + [Y_{Ei} - Y_{Ti}]^2} \right\}_{\min} \quad (6.36)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_i = \frac{|Y_{T_{i+1}} - Y_{T_i}|}{|X_{T_{i+1}} - X_{T_i}|} \quad (6.37)$$

și

$$0 < \delta \leq 1 \quad (6.38)$$

$X_{T_i}, Y_{T_i}, X_{T_{i+1}}, Y_{T_{i+1}}$  sunt coordonate aparținând profilului teoretic de generat.

Ca urmare, din (6.35)-(6.38); se obține o nouă țintă a generării, generatoarea fictivă,  $G_F$ ,

$$G_F = \begin{pmatrix} X_{F_1} & Y_{F_1} \\ X_{F_2} & Y_{F_2} \\ \dots & \dots \\ X_{F_n} & Y_{F_n} \end{pmatrix} \quad (6.39)$$

în baza căreia se construiește modelul noii suprafețe țintă (suprafața cilindrică cu generatoarea paralelă cu axa Z).

Generarea acestei noi suprafețe țintă (generatoarea fictivă,  $G_F$ ) impune realizarea unei noi forme a sculei roată, reciproc înfășurătoare generatoarei fictive.

Astfel, familia de profiluri fictive (6.39) este de forma:

$$\xi = \omega_3^T(\varphi_2) \left[ \omega_3^T(\varphi_1) \left\| \begin{matrix} X_{F_i} \\ Y_{F_i} \end{matrix} \right\| - \left\| \begin{matrix} -A_2 \\ 0 \end{matrix} \right\| \right]_{j=1,2,\dots,n} \quad (6.40)$$

sau, după dezvoltări, în forma:

$$(G_F)_{\varphi_1} : \begin{cases} \xi = X_{F_j} \cos(1-i)\varphi_1 - Y_{F_j} \sin(1-i)\varphi_1 + A_{12} \cos(i\varphi_1); \\ \eta = X_{F_j} \sin(1-i)\varphi_1 + Y_{F_j} \cos(1-i)\varphi_1 - A_{12} \sin(i\varphi_1); \end{cases} \quad (6.41)$$

cu

$$i = \frac{\varphi_2}{\varphi_1} = \frac{R_{rp}}{R_{rs}} \quad (6.42)$$

raportul de transmitere și

$$A_{12} = R_{rp} - R_{rs} \quad (6.43)$$

distanța între centrele centroidelor  $C_1$  și  $C_2$ .

Pentru o variație incrementală a parametrului  $\varphi_1$ ,

$$\varphi_1 = k\Delta\varphi_1 \quad (k = 1, 2 \dots m) \quad (6.44)$$

cu  $\Delta\varphi_1$  suficient de mic și  $m$  întreg și suficient de mare pentru a acoperi linia de angrenare a celor două profiluri în înfășurare: profilul fictiv (noua țintă) și noul profil al sculei – profilul corectat.

Condiția de înfășurare, conform metodei „distanței minime” este

$$d_{\min} = \left\{ \sqrt{\left[ \xi_{F_j} - \xi_P \right]^2 + \left[ \eta_{F_j} - \eta_P \right]^2} \right\}_{\min} \quad j = 1, 2 \dots n \quad (6.45)$$

în care:

$\xi_{F_j}$  și  $\eta_{F_j}$  sunt coordonatele date de (6.41);

$\xi_P$  și  $\eta_P$  sunt coordonatele polului angrenării,

$$\begin{aligned} \xi_P &= -R_{rs} \cos(i\varphi_1) \\ \eta &= R_{rs} \sin(i\varphi_1) \end{aligned} \quad (6.46)$$

Vezi și figura 6. 10, cu  $R_{rs}$  determinat din considerente tehnologice.

Ansamblul punctelor aparținând masivului descris de ecuațiile (6.41), pentru diferite mărimi ale parametrului  $\varphi_1$  respectând condiția (6.45), reprezintă “profilul corectat” al sculei-roată, profilul generator al noii ținte (profilul fictive al piesei).

Fie  $S_F$  această nouă formă a profilului cuțitului-roată, profilul executat



$$S_F = \begin{pmatrix} \xi_1 & \eta_1 \\ \xi_2 & \eta_2 \\ \dots & \dots \\ \xi_n & \eta_n \end{pmatrix} \quad (6.47)$$

Profilul corectat (6.47) este diferit ca formă de profilul teoretic al cuțitului roată generator al profilului teoretic al semifabricatului.

Se propune înlocuirea profilului (6.47) cu un profil aproximativ rezultat ca intersecție a suprafeței de așezare a sculei inițiale, calculată pentru profilul teoretic, cu o nouă suprafață de degajare obținută prin modificarea mărimii unghiului de degajare a sculei. Numim acest nou profil al sculei *profilul aproximativ*. Soluția poate avea în anumite condiții reale șanse de succes, dacă se poate determina pentru sculă un profil aproximativ suficient de apropiat de profilul corectat al acesteia, care este un profil ideal, determinat riguros în baza supoziției propuse pentru compensarea erorii de generare.

### • Profilul aproximativ

Se definește suprafața de așezare a cuțitului roată ca fiind o suprafață riglată determinată de dreapta  $\Delta\alpha$  și având ca directoare profilul teoretic al cuțitului roată, determinat pentru profilul teoretic de generat, fie acesta

$$P_T = \left\| \begin{matrix} \xi_1^T & \xi_2^T & \dots & \xi_n^T \\ \eta_1^T & \eta_2^T & \dots & \eta_n^T \end{matrix} \right\|^T \quad (6.48)$$

Astfel, suprafața de așezare a cuțitului roată are ecuațiile:

$$A_\alpha \begin{cases} \xi = \xi_i^T - \lambda \sin \alpha \\ \eta = \eta_i^T \\ \zeta = \lambda \cos \alpha \end{cases} \quad (6.49)$$

Cu  $\xi_i^T, \eta_i^T$  aparținând profilului (6.48).

Suprafața de degajare a cuțitului roată se definește ca o suprafață de revoluție (con) de axă identică cu axa sculei roată.

$$A_\gamma = \begin{cases} \xi = (R_{es} - t \cos \gamma) \cos \theta_1 \\ \eta = (R_{es} - t \cos \gamma) \sin \theta_1 \\ \zeta = t \sin \theta_1 \end{cases} \quad (6.50)$$

Cu  $t$  și  $\theta_1$  parametrii variabili și  $\gamma$  mărimea unghiului de degajare și

$$R_{es} = \sqrt{\xi_V^2 + \eta_V^2} \quad (6.51)$$

$\xi_V$  și  $\eta_V$  sunt coordonatele punctului aparținând matricei (6.48), aflat la cea mai mare distanță de axa cuțitului-roată, ( $\xi$ ).

Din condiția de intersecție a suprafețelor (6.49) și (6.50), se definesc condițiile:

$$\lambda = t \frac{\sin \gamma}{\sin \alpha} \quad (6.52)$$

$$\operatorname{tg} \theta_1 = \frac{\eta_i}{\xi_i - \lambda \sin \alpha} \quad (6.53)$$

$$t = \frac{1}{\cos \gamma} \left[ R_{es} - \sqrt{[\xi_i - \lambda \sin \alpha]^2 + \eta_i^2} \right] \quad (6.54)$$

Ansamblul ecuațiilor (6.50), (6.52), (6.53), (6.54) reprezintă forma muchiei efective a sculei roată, a cărei proiecție pe planul perpendicular pe axa acesteia reprezintă directoarea suprafeței periferice primare a cuțitului-roată – profilul aproximat.

Ca urmare, se poate imagina o formă de corecție a profilului sculei-roată, prin modificarea geometriei părții active a sculei, în speță prin variația mărimii unghiului de degajare.

Se urmărește ca profilul aproximat să fie cât mai apropiat ca formă și dimensiuni de profilul corectat, anterior determinat.

### • Aplicație

Cuțit roată pentru o bucășă pătrată

Se propune realizarea condiției sculei de tip roată pentru generarea unei bucășe cu secțiune transversală pătrat, figura 6. 11.

Se definesc sistemele de referință:

$xy$  - este sistemul de referință fix; solidar axei centroidei  $C_1$  ;

$x_0y_0$  - sistem fix, solidar axei centroidei  $C_2$  ;

$XY$  - sistem mobil, solidar bucășei de generat;

$\xi\eta$  - sistem mobil, solidar cuțitului roată.

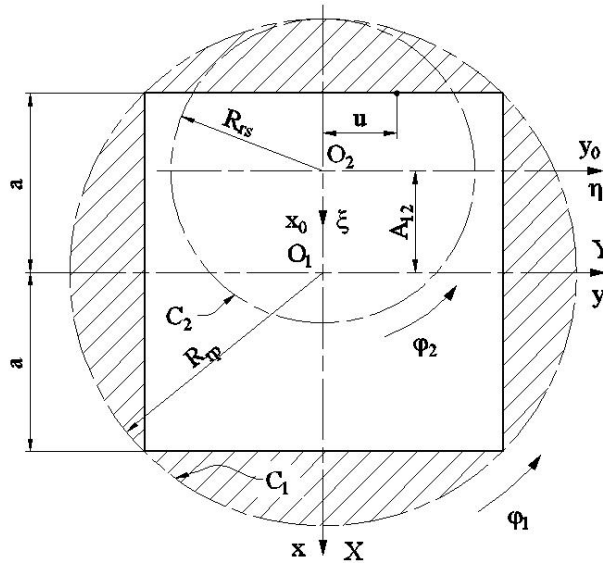


Figura 6. 11. Bucășă pătrată. Sistem de referință

Profilul de generat, rectiliniu, are ecuațiile

$$\Sigma \begin{cases} X = -a \\ Y = u \end{cases} \quad (6.55)$$

$u$  - variabila

În mișcarea,

$$\xi = \omega_3^T(\varphi_2) [\omega_3^T(\varphi_1) X - A] \quad (6.56)$$

cu  $\varphi_1$  și  $\varphi_2$  variabile,

$$\varphi_2 = \frac{R_{rp}}{R_s} \varphi_1 \quad (6.57)$$

Și cu notația  $i = \frac{R_{rp}}{R_s}$  se determină familia de profiluri  $\Sigma$  în sistemul cuțitului roată:

$$(\Sigma)_{\varphi_1} \begin{cases} \xi = -a \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_2) - u \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_2) + A_{12} \cos \varphi_2 \\ \eta = -a \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_2) + u \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_2) - A_{12} \sin \varphi_2 \end{cases} \quad (6.58)$$

Înfășurătoarea familie de profiluri  $(\Sigma)_{\varphi_1}$  se obține alăturând familiei (6.35) condiția de înfășurare

$$\sin \varphi_1 = \frac{u}{R_{rp}} \quad (6.59)$$

cu  $-a \leq u \leq a$  și  $R_{rp} = a\sqrt{2}$  raza centroidei  $C_1$ ;  $a$  semilatura bușei pătrate.

Dacă, acum, se consideră profilul măsurat (efectiv) al piesei ca matricea de coordonate obținute prin măsurarea directă a piesei de referință din lot în forma (6.60), vezi și tabelul 6.4, având coordonatele punctelor de pe profil măsurate pe mașina de măsurat în coordonate Micro Hite 3D, figura 6. 12,

$$G_E = \begin{pmatrix} X_{E_1} & Y_{E_1} \\ X_{E_2} & Y_{E_2} \\ \dots & \dots \\ X_{E_n} & Y_{E_n} \end{pmatrix} \quad (6.60)$$

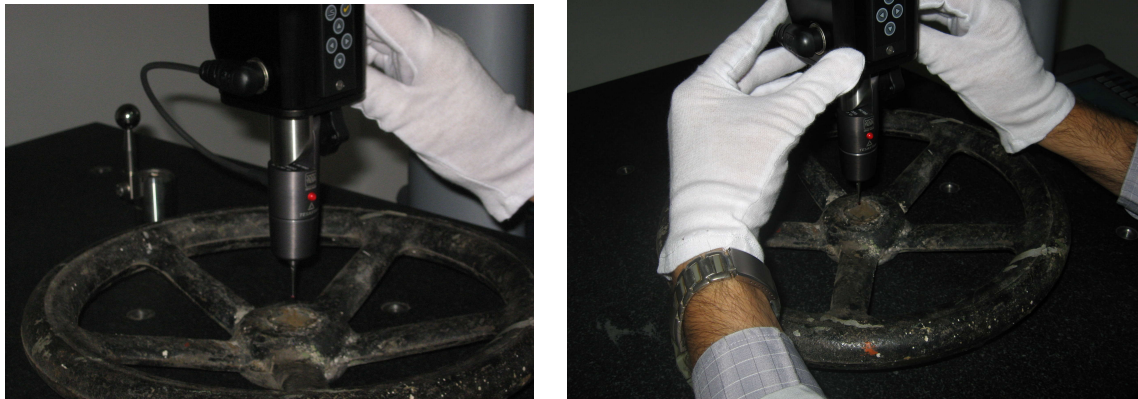


Figura 6. 12. Măsurarea profilului real  
(la Universitatea „Dunărea de Jos” echipament procurat prin contractul de cercetare ID\_656/2007)

Se definește profilul fictiv al piesei (noua țintă) în forma „oglindit” în raport cu profilul teoretic (ținta primară):

$$\begin{cases} X_{F_j} = X_{E_i} + (1 + \delta) d_{\min_i} \sin \alpha_i \\ Y_{F_j} = Y_{E_i} + (1 + \delta) d_{\min_i} \cos \alpha_i \end{cases} \quad (6.61)$$

Cu

$$\operatorname{tg} \alpha_i = \frac{\left| \frac{\Delta Y_{E_{i+1}}}{\Delta X_{E_{i+1}}} \right|}{\left| \frac{Y_{E_{i+1}} - Y_{E_i}}{X_{E_{i+1}} - X_{E_i}} \right|} \quad (6.62)$$

$\delta$  - coeficient de amplificare

$$0 \leq \delta \leq 1 \quad (6.63)$$

În final, profilul fictiv (noua țintă) va fi o matrice de forma:

$$G_F = \begin{pmatrix} X_{F_1} & Y_{F_1} \\ X_{F_2} & Y_{F_2} \\ \dots & \dots \\ X_{F_n} & Y_{F_n} \end{pmatrix} \quad (6.64)$$

Se urmărește a se defini un profil aproximativ al cuțitului roată care să fie cât mai apropiat ca formă și dimensiuni profilului cercetat, vezi (6.50)-(6.54).

Se prezintă un exemplu numeric, dezvoltat în baza algoritmului mai sus prezentat ca rezultat al unui produs soft dedicat problemei în limbajul Java sub forma unui applet – vezi figura 6. 13.

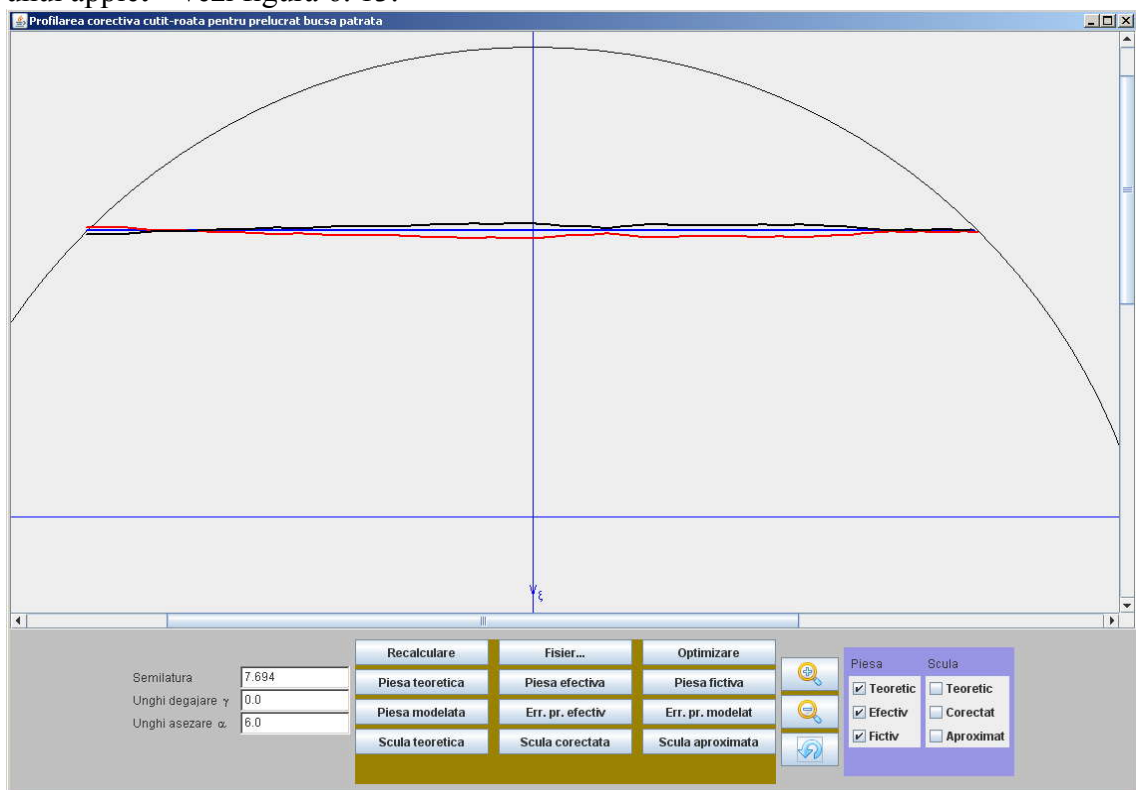


Figura 6. 13. Applet Java

Programul calculează și trasează profilul teoretic, include fișierul profilului efectiv (măsurat) și calculează profilul fictiv (noua țintă) a prelucrării bușei de generat vezi tabelul 6.4.

*De asemenea, pentru parametrii geometrici ai cuțitului-roată  $\alpha$  și  $\gamma$ , sunt generate profilurile teoretice, corectat și aproximativ ale muchiei de așchiere a sculei, vezi*

tabelul 6. 4.

Tabelul 6. 4. Profiluri ale piesei

Profil teoretic		Profil efectiv (măsurat)		Profil fictiv	
$X [mm]$	$Y [mm]$	$X_E [mm]$	$Y_E [mm]$	$X_F [mm]$	$Y_F [mm]$
-7.694	-7.694	-7.754	-7.694	-7.634	-7.694
-7.694	-7.617	-7.750	-7.051	-7.638	-7.110
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
-7.694	7.569	-7.690	7.460	-7.698	7.525
-7.694	7.646	-7.664	7.694	-7.724	7.598

Tabelul 6. 5. Profiluri ale sculei

Profil teoretic		Profil corectat		Profil aproximat	
$\xi [mm]$	$\eta [mm]$	$\xi_e [mm]$	$\eta_e [mm]$	$\xi_a [mm]$	$\eta_a [mm]$
-4.080	-7.067	-4.232	-6.543	-4.077	-7.067
-4.100	-6.993	-4.227	-6.536	-4.105	-6.993
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
-4.112	6.947	-4.354	6.412	-4.110	6.947
-4.092	7.021	-4.360	6.419	-4.091	7.021

### • Concluzii

Modelul de corecție propus se bazează pe ideea că alegerea unei noi ținte a prelucrării (o nouă țintă de reglare) poate să conducă la atingerea unei performanțe superioare a preciziei de generare în condițiile în care nu se poate stabili cu exactitate cauza erorii de generare.

Algoritmul de calcul al noului profil al sculei, reciproc înfășurător al noii ținte acceptate (profilul fictiv), descris în formă discretă și bazat pe măsurarea efectivă a unui prim profil generat, utilizează o metodă de profilare-*metoda distanței minime*, dedicată unui astfel proces de înfășurare, pentru profiluri cunoscute ca un ansamblu de puncte discrete.

S-a propus înlocuirea profilului sculei astfel dedus numit profil corectat, cu un profil ce se obține relativ simplu prin reascuțirea sculei-roată, calculată pentru profilul teoretic. Parametrul geometric modificat – mărimea unghiului de degajare ” $\gamma$ ”, poate varia între limite destul de largi, acceptabile tehnologic.

Exemplul numeric prezentat dovedește capacitatea modelului propus de substituție a muchiei de așchiere a sculei reciproc înfășurătoare profilului fictiv al piesei (noua țintă) cu un profil ce rezultă din intersecția suprafețelor de așezare și de degajare ale sculei-roată, pentru o altă mărime a parametrului  $\gamma$  numit *profilul aproximat*.

O eliminare totală a erorii de generare pe această cale nu este posibilă.

Produsul soft elaborat dedicat acestei problematice, în limbajul Java și prezentat sub forma unei aplicații –applet– este interactiv cu utilizatorul și permite vizualizarea formei profilurilor teoretic, efectiv și fictiv ale semifabricatului precum și a profilurilor teoretic, corectat și aproximat ale sculei-roată, precum și a coordonatelor tuturor acestor profiluri.

Un algoritm de optimizare, pe baza erorii maxime între profilurile corectat și aproximat ale sculei permite alegerea valorii optime, din acest punct de vedere, a mărimii unghiului de degajare a cuțitului-roată.

Este posibil ca această mărime a unghiului de degajare să nu fie acceptabilă din considerente tehnologice și, atunci, este necesară limitarea mărimii sale, în detrimentul preciziei de realizare a modelului suprafeței de generat.

### 6.3. Produse soft specifice pentru profilarea corectivă a sculelor generatoare prin înfășurare prin metoda rulării

- **Produs soft pentru profilarea corectivă a cuțitelor pieptene**

În baza algoritmilor prezentați anterior, s-au elaborat, în limbajul de programare Java, produse soft dedicate pentru profilarea corectivă a sculei cremalieră și a cuțitului-roată.

În figura 6. 14, este prezentat un applet specific programului de profilare corectivă a sculei cremalieră pentru generarea danturii evolventice.

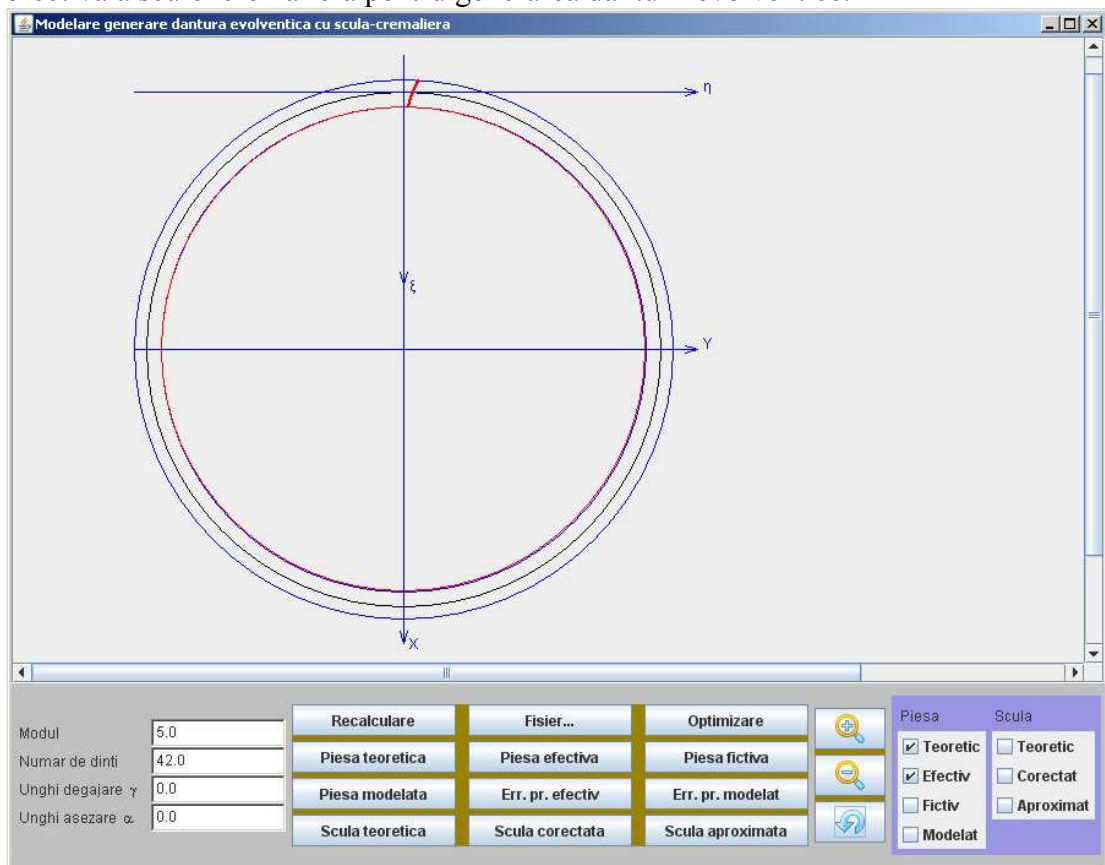


Figura 6. 14. Captura de ecran a appletului de modelare a profilării

Programul permite modificarea caracteristicilor roții dințate (modul și număr de dinți), precum și parametrii geometrici ai cuțitului pieptene (unghi de așezare și unghi de degajare) pentru care se realizează modelarea profilării corective, în limite acceptabile tehnic.

În applet, există posibilitatea reprezentării grafice a profilurilor semifabricatului (piesa efectivă, piesă teoretică și piesa fictivă) precum și ale sculei (teoretic, corectat și aproximat), prin alegerea din casetele de validare din partea dreaptă a ferestrei. Reprezentarea grafică poate fi scalată cu un factor de mărire ales de utilizator, vezi figura 6. 7 și figura 6. 8.

Coordonatele profilurilor calculate ale sculei pot fi vizualizate și exportate în vederea unei analize ulterioare sau prelucrării pe o mașină cu comandă numerică.

Coordonatele profilului efectiv (măsurat) sunt preluate din fișiere text externe rezultate în urma măsurării pe mașini de măsurat 3D, în exemplele de față, pe mașina de măsurat Micro Hite 3D.

Parametrii geometrici ai cuțitului pieptene pot fi stabiliți de operator sau se acceptă optimizarea mărimii acestora, realizată automat de program, pentru o abatere minimă a erorii profilului aproximat față de profilul corectat al sculei (vezi figura 6.14, butonul *Optimizare*).

- **Produs soft pentru profilarea corectivă a cuțitelor-roată destinate prelucrării bușelor poligonale**

În figura 6. 15, este prezentat un applet specific programului de profilare corectivă a sculei cuțit-roată pentru generarea bușelor poligonale cu secțiuni transversale pătrat sau hexagon. Appletul Java are aceeași structură ca și programul anterior.

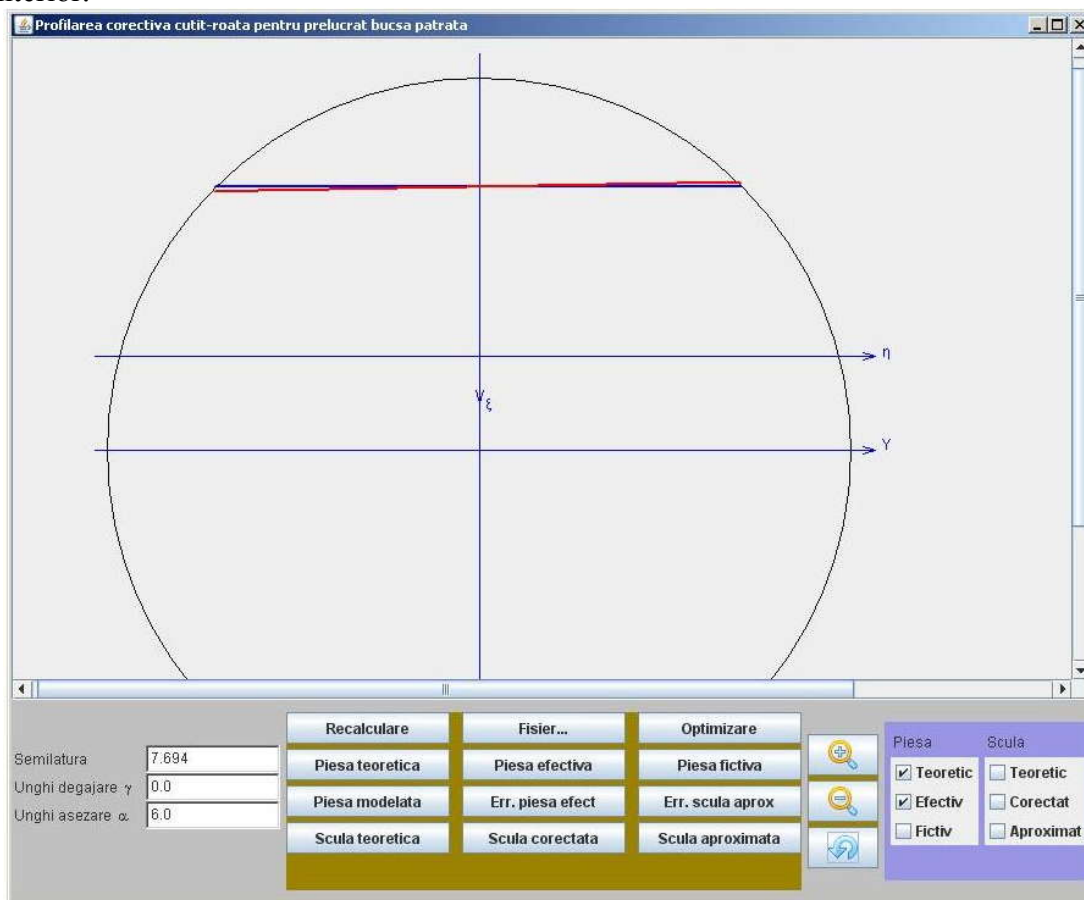


Figura 6. 15. Captura de ecran a appletului de profilare a sculei de tip roată

Programul permite modificarea caracteristicilor profilului de generat, precum și parametrii geometrici ai cuțitului-roată (unghi de așezare și unghi de degajare) pentru care se realizează modelarea profilării corective, în limite acceptabile tehnic.

În applet, există posibilitatea reprezentării grafice a profilurilor semifabricatului (piesa efectivă, piesă teoretică și piesa fictivă) precum și ale sculei (teoretic, corectat și aproximat), prin alegerea din casetele de validare din partea dreaptă a ferestrei. Reprezentarea grafică poate fi scalată cu un factor de mărire ales de utilizator, vezi figura 6. 13.

Coordonatele profilurilor calculate ale sculei pot fi vizualizate și exportate în vederea unei analize ulterioare sau prelucrării pe o mașină cu comandă numerică.

Coordonatele profilului efectiv (măsurat) sunt preluate din fișiere text externe rezultate în urma măsurării pe mașini de măsurat 3D, în exemplele noastre pe mașina de măsurat Micro Hite 3D.

Parametrii geometrici ai cuțitului-roată pot fi stabiliți de operator sau se acceptă optimizarea mărimii acestora, realizată automat de program, pentru o abatere minimă a erorii profilului aproximat față de profilul corectat al sculei (vezi figura 6. 15, butonul *Optimizare*).

- **Programul sursă al aplicației profilării corective a sculei cremalieră**

#### **Fișier ModelareErori.java**

```
import java.awt.*;
import java.applet.*;
import javax.swing.*;

/**
 * Un test interactiv de determinare a profilului obtinut la prelucrarea unei danturi
evolventice
 * cu o scula cremaliera, odata cu variatia unghiului de degajare. La cresterea unghiului
de degajare
 * Gama, eroarea de obtinere a profilului efectiv creste (creste diferenta dintre profilul
teoretic si
 * cel efectiv)
 */

public class ModelareErori extends Applet {
    /**
     *
     */
    private static final long serialVersionUID = 8973386537078803691L;

    ModelareControls controls; // partea interactiva
    ModelareCanvas canvas; // partea de desenare
    JScrollPane panouDesenare;
    public static ModelareErori modelare = new ModelareErori();

    static JFrame f = new JFrame("Modelare generare dantura evolventica cu scula-
cremaliera");

    public void init() {

        setLayout(new BorderLayout());
        canvas = new ModelareCanvas();
        canvas.setBackground (Color.lightGray);
```



```

panouDesenare = new JScrollPane(canvas);

add("Center", panouDesenare);
add("South", controls = new ModelareControls(canvas));
System.out.println("init");
}

public void destroy() {
    remove(controls);
    remove(canvas);
    System.out.println("Exit...");
    System.exit(0);
}

public void start() {
controls.setEnabled(true);
}

public void stop() {
controls.setEnabled(false);
}

public void processEvent(AWTEvent e) {
    if (e.getID() == Event.WINDOW_DESTROY) {
        System.out.println("lesire..");
        System.exit(0);
    }
}

public static void main(String args[]) {

modelare.init();
modelare.start();

modelare.setBackground(Color.lightGray);

f.add("Center", modelare);
f.setSize(900, 600);
f.setVisible(true);
}
}

```

### **Fișier Profil.java**

```

import java.util.*;

public class Profil {

String nume;
Vector<Punct2D> element;

public Profil(String den, Vector<Punct2D> v){
    this.nume = den;
    this.element = v;
}

public Profil (String den){
    this.nume = den;
    this.element = new Vector<Punct2D>(1,1);
}
}

```

```

public void setNume (String den){
    this.nume = den;
}
public String getNume(){
    return this.nume;
}
public void adaugPunct(Punct2D pct){
    this.element.add(pct);
}
public Punct2D getPunct (int index){
    return (Punct2D)this.element.elementAt(index);
}
}

```

### **Fișier Punct2D.java**

```

public class Punct2D {
    double x,y;
    public Punct2D (double xx, double yy){
        this.x = xx;
        this.y = yy;
    }
    public void setX (double xx){
        this.x = xx;
    }
    public void setY (double yy) {
        this.y = yy;
    }
    public double getX(){
        return this.x;
    }
    public double getY(){
        return this.y;
    }
    public String toString(){
        return "("+this.x+","+this.y+")";
    }
}

```

### **Fișier ModelareControls.java**

```

import java.awt.Button;
import java.awt.Color;
import java.awt.GridLayout;
import java.awt.Label;
import java.awt.Panel;
import java.awt.TextField;
import java.awt.event.ActionEvent;
import java.awt.event.ActionListener;
import java.io.File;
import javax.swing.*.*;
import javax.swing.ImageIcon;
class ModelareControls extends Panel implements ActionListener
{
    private static final long serialVersionUID = 1L;
    ModelareCanvas canvas;
    TextField mm, zz, gam, alf;

    public ModelareControls(ModelareCanvas canvas)
    {

```

```

        this.canvas = canvas;
        Panel p = new Panel(), pDate = new Panel(), pButoane = new Panel(),
pZoom = new Panel(), pCheck = new Panel();
        @SuppressWarnings("unused")
        Label em, ez, egama, ealf, eteta;
        pDate.setLayout(new GridLayout(4, 2));
        pDate.add(em = new Label ("Modul"));
        pDate.add(mm = new TextField(""+canvas.m, 3));
        pDate.add(ez = new Label ("Numar de dinti"));
        pDate.add(zz = new TextField(""+canvas.z, 3));
        pDate.add(egama = new Label ("Unghi degajare \u03b3"));
        pDate.add(gam = new TextField(""+canvas.gamaGrade, 3));
        pDate.add(ealf = new Label ("Unghi asezare \u03b2"));
        pDate.add(alf = new TextField(""+canvas.alfaGrade, 3));
        JButton b1 = new JButton ("Recalculare"),
                b2 = new JButton ("Fisier..."),
                b3 = new JButton ("Optimizare"),
                b4 = new JButton ("Piesa teoretica"),
                b5 = new JButton ("Piesa efectiva"),
                b6 = new JButton ("Piesa fictiva"),
                b7 = new JButton ("Piesa modelata"),
                b8 = new JButton ("Err. pr. efectiv"),
                b9 = new JButton ("Err. pr. modelat"),
                b10 = new JButton ("Scula teoretica"),
                b11 = new JButton ("Scula corectata"),
                b12 = new JButton ("Scula aproximata");
        pButoane.setLayout(new GridLayout(4, 4, 10, 4));
        pButoane.setBackground(new Color(10191360));
        pButoane.add(b1);
pButoane.add(b2);pButoane.add(b3);pButoane.add(b4);
        pButoane.add(b5);
pButoane.add(b6);pButoane.add(b7);pButoane.add(b8);
        pButoane.add(b9);
pButoane.add(b10);pButoane.add(b11);pButoane.add(b12);
        b1.addActionListener(this);
        b2.addActionListener(this);
        b3.addActionListener(this);
        b4.addActionListener(this);
        b5.addActionListener(this);
        b6.addActionListener(this);
        b7.addActionListener(this);
        b8.addActionListener(this);
        b9.addActionListener(this);
        b10.addActionListener(this);
        b11.addActionListener(this);
        b12.addActionListener(this);
        Imagelcon          butonMarire          =
        creatImagelcon("zoom_in.png","zoom_in.png");
        JButton bMarire = new JButton(butonMarire);
        bMarire.setActionCommand("Marire");
        Imagelcon          butonMicsorare       =
        creatImagelcon("zoom_out.png","zoom_out.png");
        JButton bMicsorare = new JButton(butonMicsorare);
        bMicsorare.setActionCommand("Micsorare");
        Imagelcon          butonRedesenare      =
        creatImagelcon("refresh.png","refresh.png");
        JButton bRedesenare = new JButton(butonRedesenare);
        bRedesenare.setActionCommand("Redesenare");
        bMarire.addActionListener(this);
        bMicsorare.addActionListener(this);

```

```

        bRedesenare.addActionListener(this);
        pZoom.setLayout(new GridLayout(3, 1, 10, 4));
        pZoom.setBackground(new Color(10191360));
        pZoom.add(bMarire);
        pZoom.add(bMicsorare);
        pZoom.add(bRedesenare);
        JCheckBox pTeoretic = new JCheckBox("Teoretic");
    pTeoretic.setSelected(true);
    pTeoretic.setActionCommand("pTeoretic");
    JCheckBox pEfectiv = new JCheckBox("Efectiv");
    pEfectiv.setSelected(true);
    pEfectiv.setActionCommand("pEfectiv");
    JCheckBox pFictiv = new JCheckBox("Fictiv");
    pFictiv.setSelected(false);
    pFictiv.setActionCommand("pFictiv");
    JCheckBox pModelat = new JCheckBox("Modelat");
    pModelat.setSelected(false);
    pModelat.setActionCommand("pModelat");
    Panel pPiesa = new Panel();
    pPiesa.setLayout(new GridLayout(5, 1));
    pPiesa.add(em = new Label ("Piesa"));
    pPiesa.add(pTeoretic);
    pPiesa.add(pEfectiv);
    pPiesa.add(pFictiv);
    pPiesa.add(pModelat);
    JCheckBox sTeoretic = new JCheckBox("Teoretic");
    sTeoretic.setSelected(false);
    sTeoretic.setActionCommand("sTeoretic");
    JCheckBox sCorectat = new JCheckBox("Corectat");
    sCorectat.setSelected(false);
    sCorectat.setActionCommand("sCorectat");
    JCheckBox sAproximat = new JCheckBox("Aproximat");
    sAproximat.setSelected(false);
    sAproximat.setActionCommand("sAproximat");
    Panel pScula = new Panel();
    pScula.setLayout(new GridLayout(5, 1));
    pScula.add(em = new Label ("Scula"));
    pScula.add(sTeoretic);
    pScula.add(sCorectat);
    pScula.add(sAproximat);
    pCheck.setBackground(new Color(10000100));
    pCheck.add(pPiesa); pCheck.add(pScula);
    //Register a listener for the check boxes.
    pTeoretic.addActionListener(this);
    pEfectiv.addActionListener(this);
    pFictiv.addActionListener(this);
    pModelat.addActionListener(this);
    sTeoretic.addActionListener(this);
    sAproximat.addActionListener(this);
    sCorectat.addActionListener(this);
        p.add(pDate);
        p.add(pButoane);
        p.add(pZoom);
        p.add(pCheck);
        add(p);
    }
protected Imagelcon creatImagelcon(String path, String description)
{
    java.net.URL imgURL = getClass().getResource(path);
    if (imgURL != null)

```

```

        {
            System.out.println("url:"+imgURL+" descr:"+description);
            String cale = imgURL.toString();
            String url = cale.substring(6);
            System.out.println("noul url:"+url+" descr:"+description);
            return new ImagemIcon(url, description);
        }
    else
    {
        System.err.println("Couldn't find file: " + path);
        return null;
    }
}
public void actionPerformed(ActionEvent ev)
{
    String label = ev.getActionCommand();
    @SuppressWarnings("unused")
    Object ob = ev.getSource();

    if (label.equals("Recalculare"))
    {
        canvas.marire( Double.parseDouble(mm.getText().trim()),
                        Double.parseDouble(zz.getText().trim()),
                        Double.parseDouble(gam.getText().trim()),
                        Double.parseDouble(alf.getText().trim()),
                        1
                        );
    }
    if (label.equals("Marire"))
    {
        canvas.marire(
Double.parseDouble(mm.getText().trim()),
Double.parseDouble(zz.getText().trim()),
Double.parseDouble(gam.getText().trim()),
Double.parseDouble(alf.getText().trim()),
                        500
                        );
    }
    if (label.equals("Micsorare"))
    {
        canvas.marire(
Double.parseDouble(mm.getText().trim()),
Double.parseDouble(zz.getText().trim()),
Double.parseDouble(gam.getText().trim()),
Double.parseDouble(alf.getText().trim()),
                        -300
                        );
    }
    if (label.equals("Redesenare"))
    {
        canvas.marire( Double.parseDouble(mm.getText().trim()),
                        Double.parseDouble(zz.getText().trim()),
                        Double.parseDouble(gam.getText().trim()),
                        Double.parseDouble(alf.getText().trim()),

```

```

        );
    }
    if (label.equals("pTeoretic"))
    {
        ModelareCanvas.pTeor = !ModelareCanvas.pTeor;
        canvas.marire( Double.parseDouble(mm.getText().trim()),
                        Double.parseDouble(zz.getText().trim()),
                        Double.parseDouble(gam.getText().trim()),
                        Double.parseDouble(alf.getText().trim()),
                        1
                    );
    }
    if (label.equals("pEfectiv"))
    {
        ModelareCanvas.pEfec = !ModelareCanvas.pEfec;
        canvas.marire( Double.parseDouble(mm.getText().trim()),
                        Double.parseDouble(zz.getText().trim()),
                        Double.parseDouble(gam.getText().trim()),
                        Double.parseDouble(alf.getText().trim()),
                        1
                    );
    }
    if (label.equals("pFictiv"))
    {
        ModelareCanvas.pFict = !ModelareCanvas.pFict;
        canvas.marire( Double.parseDouble(mm.getText().trim()),
                        Double.parseDouble(zz.getText().trim()),
                        Double.parseDouble(gam.getText().trim()),
                        Double.parseDouble(alf.getText().trim()),
                        1
                    );
    }
    if (label.equals("pModelat"))
    {
        ModelareCanvas.pMode = !ModelareCanvas.pMode;
        canvas.marire( Double.parseDouble(mm.getText().trim()),
                        Double.parseDouble(zz.getText().trim()),
                        Double.parseDouble(gam.getText().trim()),
                        Double.parseDouble(alf.getText().trim()),
                        1
                    );
    }
    if (label.equals("sTeoretic"))
    {
        ModelareCanvas.sTeor = !ModelareCanvas.sTeor;
        canvas.marire( Double.parseDouble(mm.getText().trim()),
                        Double.parseDouble(zz.getText().trim()),
                        Double.parseDouble(gam.getText().trim()),
                        Double.parseDouble(alf.getText().trim()),
                        1
                    );
    }
    if (label.equals("sCorectat"))
    {
        ModelareCanvas.sCore = !ModelareCanvas.sCore;
        canvas.marire( Double.parseDouble(mm.getText().trim()),
                        Double.parseDouble(zz.getText().trim()),
                        Double.parseDouble(gam.getText().trim()),
                        Double.parseDouble(alf.getText().trim()),
                    );
    }

```

```

        1
    );
}
if (label.equals("sAproximat"))
{
    ModelareCanvas.sApro = !ModelareCanvas.sApro;
    canvas.marire( Double.parseDouble(mm.getText().trim()),
                  Double.parseDouble(zz.getText().trim()),
                  Double.parseDouble(gam.getText().trim()),
                  Double.parseDouble(alf.getText().trim()),
                  1
    );
}
if (label.equals("Piesa teoretica"))
{
    canvas.arataCoordonate1(ModelareCanvas.profilTeoreticPiesa);
}

if (label.equals("Piesa efectiva"))
{
    canvas.arataCoordonate1(ModelareCanvas.profilEfectivPiesa);
}

if (label.equals("Piesa fictiva"))
{
    canvas.arataCoordonate1(ModelareCanvas.profilFictivPiesa);
}

if (label.equals("Piesa modelata"))
{
    canvas.arataCoordonate1(ModelareCanvas.profilObtinutPiesa);
}

if (label.equals("Err. pr. efectiv"))
{
    canvas.arataCoordonate3(ModelareCanvas.profilEfectivPiesa,
    ModelareCanvas.eroareProfile(ModelareCanvas.profilEfectivPiesa,
    ModelareCanvas.profilTeoreticPiesa));
}

if (label.equals("Err. pr. modelat"))
{
    canvas.arataCoordonate3(ModelareCanvas.profilObtinutPiesa,
    ModelareCanvas.eroareProfile(ModelareCanvas.profilObtinutPiesa,
    ModelareCanvas.profilTeoreticPiesa));
}

if (label.equals("Scula teoretica"))
{
    canvas.arataCoordonate1(ModelareCanvas.profilTeoreticScula);
}

if (label.equals("Scula corectata"))
{
    canvas.arataCoordonate1(ModelareCanvas.profilCorectatScula);
}

```

```

        if (label.equals("Scula aproximata"))
        {
canvas.arataCoordonate1(ModelareCanvas.profilAproximatScula);
        }
        if (label.equals("Optimizare"))
            {
12.0);
                canvas.eroareMin = canvas.optimizareProfil(6.0, 7, 0,
gam.setText(""+(canvas.gamaOptim*180.0/canvas.PI));
                alf.setText(""+(canvas.alfaOptim*180.0/canvas.PI));
                canvas.marire(
Double.parseDouble(mm.getText().trim()),
                Double.parseDouble(zz.getText().trim()),
                canvas.gamaOptim,
                canvas.alfaOptim,
                500);
            }
        if (label.equals("Fisier..."))
        {
            final JFileChooser fc = new JFileChooser();
            int returnVal = fc.showOpenDialog(ModelareControls.this);
            if (returnVal == JFileChooser.APPROVE_OPTION)
            {
                File file = fc.getSelectedFile();
                System.out.println("Am ales:");
                System.out.println(file);
                canvas.fisier = file;
                canvas.dinFisier = true;
            }
        }
    }
}
}
}

```

### Fișier ModelareCanvas.java

```

import java.awt.BasicStroke;
import java.awt.Color;
import java.awt.Image;
import java.awt.Container;
import java.awt.Dimension;
import java.awt.Graphics;
import java.awt.Graphics2D;
import java.awt.geom.GeneralPath;
import java.util.Vector;
import java.awt.geom.*;
import java.io.BufferedReader;
import java.io.File;
import java.io.FileNotFoundException;
import java.io.FileReader;
import java.io.IOException;
import javax.swing.JDialog;
import javax.swing.JOptionPane;
import javax.swing.JPanel;
import javax.swing.JScrollPane;
import javax.swing.JTable;
import javax.swing.JViewport;
class ModelareCanvas extends JPanel
{

```



```

private static final long serialVersionUID = 1L;
int max_dim = 20002; // dimensiunea maxima a vectorilor
double PI = Math.PI;
boolean trebuieCalcul = true;
boolean dinFisier = false;
//cotele initiale ale graficului
double csi_minim = Double.MAX_VALUE;
double eta_minim = Double.MAX_VALUE;
double deplasareEta = 0.0;
// datele initiale

double gamaGrade = 0.0; //valoarea aleasa pentru prima generare, in
grade
double alfaGrade = 0.0;
int points_num = 0;
    double z = 42.0; // numar de dinti
    double m = 5.0; // modul dantura
    double alfaProfil = 20.0;
// profile scula-cremaliera
static Profil profilTeoreticScula;
static Profil profilAproximatScula;
static Profil profilCorectatScula;
//profile semifabricat
static Profil profilTeoreticPiesa;
static Profil profilEfectivPiesa;
static Profil profilFictivPiesa;
static Profil profilTrecere;
static Profil profilObtinutPiesa;
// eroare profil
static double epsilon;
static Profil vectorEroarePiesaObtinuta;
static Profil vectorEroarePiesaEfectiva;
static Profil vectorEroareSculaAproximata;
static Profil vectorEroareSculaCorectata;
//static Vector<double> vectorAbatere;
// parametri pt reprezentare grafica
static boolean pTeor = true;
static boolean pEfec = true;
static boolean pFict = false;
static boolean pMode = false;
static boolean sTeor = false;
static boolean sCore = false;
static boolean sApro = false;
static double gamaOptim, alfaOptim;
static double eroareMin = Double.MAX_VALUE;
static File fisier;
/*****/
// transformare din grade in radiani
double radiani (double grd)
{
    return grd * PI /180.0;
}
double razaRulare (double mm, double zz)
{
    return mm*zz/2.0;
}
double razaDeDivizare (double mm, double zz)
{
    return mm*zz/2.0;
}

```

```

double razaDeBaza (double rd)
{
    return rd*Math.cos(radiani(alfaProfil));
}
double razaInterioara (double rd, double mm)
{
    return rd-1.2*mm;
}
double razaExterioara (double rd, double mm)
{
    return rd+mm;
}
double evolventa (double unghiInRadiani)
{
    System.out.println("evolventa
"+(Math.sin(unghiInRadiani)/Math.cos(unghiInRadiani)-unghiInRadiani));
    return Math.sin(unghiInRadiani)/Math.cos(unghiInRadiani)-unghiInRadiani;
}
double deltaB (double zz)
{
    return PI/2/zz-evolventa(radiani(alfaProfil ));
}
static double distanta (Punct2D p1, Punct2D p2)
{
    return Math.sqrt((p1.getX()-p2.getX())*(p1.getX()-p2.getX()+
    (p1.getY()-p2.getY())*(p1.getY()-p2.getY()));
}
public static Profil eroareProfile (Profil profil1, Profil profil2)
{
    Profil eroare = new Profil("eroarea dintre "+profil1.getNume()+" si
"+profil2.getNume());
    for (int i = 0; i<profil1.element.size(); i++)
    {
        double d = Double.MAX_VALUE;
        for (int j = 0; j<profil2.element.size(); j++)
        {
            if(d > distanta(profil1.getPunct(i), profil2.getPunct(j)))
            {
                d = distanta(profil1.getPunct(i),
profil2.getPunct(j));
            }
        }
        eroare.adaugPunct(new
Punct2D(profil1.getPunct(i).getX(),d));
    }
    return eroare;
}
double gamma = radiani(gamaGrade);
double alfa = radiani(alfaGrade);
// calcul efectiv
public double calculEfectiv(double gama, double alfa)
{
    /*****/
    double Rd = razaDeDivizare(m, z); // raza de divizare
    double Rb = razaDeBaza(Rd); // raza de baza
    double Ri = razaInterioara(Rd, m); // raza interioara
    double Re = razaExterioara(Rd, m); // raza exteriora
    double fiMin = Math.sqrt(Math.abs(Ri*Ri-Rb*Rb)/(Rb*Rb));
    double fiMax = Math.sqrt((Re*Re-Rb*Rb)/(Rb*Rb))+0.3;
    double delta = deltaB(z);
}

```

```

        System.out.println("fiMin = "+fiMin+" fimAx="+fiMax+" Rd="+Rd+" Ri="+Ri+"
Re="+Re+" Rb="+Rb+" delta="+delta*180.0/PI);
        // initializari
        int x1 = 10, y1 = 10; // margini nedesenabile, 10 pixeli fata de extremitatile
applet-ului
        @SuppressWarnings("unused")
        int w = getSize().width -x1, h = getSize().height -y1;
        profilTeoreticScula = new Profil("profil teoretic scula");
        profilAproximatScula = new Profil("profil aproximat scula");
        profilCorectatScula = new Profil("profil corectat scula");
        profilTeoreticPiesa = new Profil("profil teoretic piesa");
        profilFictivPiesa = new Profil("profil fictiv piesa");
        if (!dinFisier)
            profilEfectivPiesa = new Profil("profil efectiv piesa");
        profilObtinutPiesa = new Profil("profil obtinut piesa");
        profilTrecere = new Profil("curba de trecere");
        epsilon = 0.0;
        double pasFi = radiani(0.05);
        double tetaMin = -2.0/z/Math.sin(radiani(alfaProfil))-0.1;
        double tetaMax = 2.4/z/Math.sin(radiani(alfaProfil))+0.001;
        deplasareEta = Rd*tetaMax;
        /** calcul profile teoretic si aproximat ale sculei, teoretic si efectiv(modelat, in viitor
masurat) ale piesei */
        for (double fi = 0; fi<=fiMax; fi+=pasFi)
        {
            double teta = fi-radiani(alfaProfil)+delta;
            if (teta <= tetaMax && teta>=tetaMin)
            {
                double unghi = radiani(alfaProfil);
                double csi = -Rb*Math.cos(fi+delta-teta)-
Rb*fi*Math.sin(fi+delta-teta)+Rd;
                double csi_v = 0; //initializare
                if (fi==fiMin)
                {
                    csi_v = csi;
                }
                double eta = Rb*Math.sin(fi+delta-teta)-
Rb*fi*Math.cos(fi+delta-teta)+Rd*teta;
                Punct2D pct = new Punct2D (csi,eta);
                profilTeoreticScula.adaugPunct(pct);
                double csi_e = csi + (csi-csi_v) *
Math.sin(gama)*Math.sin(alfa)/Math.cos(alfa+gama);
                Punct2D pct_e = new Punct2D (csi_e, eta);

                profilAproximatScula.adaugPunct(pct_e);

                double X = -Rb*Math.cos(fi+delta)-Rb*fi*Math.sin(fi+delta);
                double Y = Rb*Math.sin(fi+delta)-Rb*fi*Math.cos(fi+delta);
                Punct2D pct_p_t = new Punct2D (X, Y);
                profilTeoreticPiesa.adaugPunct(pct_p_t);
                if (!dinFisier)
                {
                    double Rbe = Rb-0.2;
                    double Xe = -Rbe*Math.cos(fi+delta)-
Rbe*fi*Math.sin(fi+delta);
                    double Ye = Rbe*Math.sin(fi+delta)-
Rbe*fi*Math.cos(fi+delta);

                    Punct2D pct_p_e = new Punct2D (Xe, Ye);
                    profilEfectivPiesa.adaugPunct(pct_p_e);
                }
            }
        }
    
```

```

        }//if teta
    }//for fi
    if (dinFisier)
    {
        profilEfectivPiesa = null;
        profilEfectivPiesa = extragereProfil (fisier);
    }

    /***** calcul arc teoretic pe cercul de divizare *****/
    double minim = Double.MAX_VALUE;
    double xbun = 0, ybun = 0;
    for (int i = 0; i<profilTeoreticPiesa.element.size(); i++)
    {
        double x = profilTeoreticPiesa.getPunct(i).getX();
        double y = profilTeoreticPiesa.getPunct(i).getY();
        double min = Math.abs(Math.sqrt(x*x+y*y)-Rd);
        if(min < minim)
        {
            minim = min;
            xbun=x;
            ybun=y;
        }
        if (i==profilTeoreticPiesa.element.size()-1)
        {
            double uu = 2*Math.atan(ybun/Rd);
        }
    }
    /***** determinare profil fictiv evolventa (cel oglindit) *****/
    for (int i = 0; i<profilEfectivPiesa.element.size(); i++)
    {
        double Xe = profilEfectivPiesa.getPunct(i).getX();
        double Ye = profilEfectivPiesa.getPunct(i).getY();
        double Xt = 0.0;
        double Yt = 0.0;
        double d = Double.MAX_VALUE;
        for (int j = 0; j<profilTeoreticPiesa.element.size(); j++)
        {
            double XX = profilTeoreticPiesa.getPunct(j).getX();
            double YY = profilTeoreticPiesa.getPunct(j).getY();
            if(d > Math.sqrt((Xe-XX)*(Xe-XX)+(Ye-YY)*(Ye-YY)))
            {
                d = Math.sqrt((Xe-XX)*(Xe-XX)+(Ye-YY)*(Ye-YY));
                Xt = XX;
                Yt = YY;
            }
        }
        double Xf = 2*Xt-Xe;
        double Yf = 2*Yt-Ye;
        Punct2D pct = new Punct2D(Xf,Yf);
        profilFictivPiesa.adaugPunct(pct);
    }
    /***** determinare cremaliera corectata (din piesa sub forma de fisier) *****/
    *****/
        fiMin=-m*(Math.cos(radiani(alfaProfil))/Math.sin(radiani(alfaProfil))
+Math.sin(radiani(alfaProfil)) /Math.cos(radiani(alfaProfil)))/Rd;
        fiMax = -1.2*fiMin;
        for (double fi = fiMin; fi<=fiMax; fi+=pasFi)
        {

```

```

double d = Double.MAX_VALUE;
double Cm = -100, Em = -100;
for (int i = 0; i<profilFictivPiesa.element.size(); i++)
{
    double X = profilFictivPiesa.getPunct(i).getX();
    double Y = profilFictivPiesa.getPunct(i).getY();
    double C = X*Math.cos(fi) - Y*Math.sin(fi) + Rd;
    double E = X*Math.sin(fi) + Y*Math.cos(fi) + Rd*fi;
    double Cp = 0;
    double Ep = Rd*fi;
    if(d > Math.sqrt((C-Cp)*(C-Cp)+(E-Ep)*(E-Ep)))
    {
        d = Math.sqrt((C-Cp)*(C-Cp)+(E-Ep)*(E-Ep));
        Cm = C;
        Em = E;
    }
} // for...(csi, eta) efectiv
Punct2D pct = new Punct2D(Cm,Em);
profilCorectatScula.adaugPunct(pct);

} //for fi
/** determinare profil evolventa generat cu scula aproximata (din cremaliera
fisier) ****/
for (double fi = fiMin; fi<=fiMax; fi+=pasFi)
{
    double d = Double.MAX_VALUE;
    double Xm = -100, Ym = -100;
    for (int i = 0; i<profilAproximatScula.element.size(); i++)
    {
        double cs = profilAproximatScula.getPunct(i).getX();
        double et = profilAproximatScula.getPunct(i).getY();
        double X = (cs - Rd)*Math.cos(fi) + (et -
Rd*fi)*Math.sin(fi);
        double Y = -(cs - Rd)*Math.sin(fi) + (et -
Rd*fi)*Math.cos(fi);

        double Xp = -Rd*Math.cos(fi);
        double Yp = Rd*Math.sin(fi);
        if(d > Math.sqrt((X-Xp)*(X-Xp)+(Y-Yp)*(Y-Yp)))
        {
            d = Math.sqrt((X-Xp)*(X-Xp)+(Y-Yp)*(Y-Yp));
            Xm = X;
            Ym = Y;
        }
    }
    profilObtinutPiesa.adaugPunct(new Punct2D(Xm, Ym));
} //for fi
/** determinare profil trecere *****/
for (double fi = fiMin-radiani(20); fi<=fiMax+radiani(20); fi+=pasFi)
{
    double cs = profilAproximatScula.getPunct(0).getX();
    double et = profilAproximatScula.getPunct(0).getY();
    double Xv = (cs - Rd)*Math.cos(fi) + (et - Rd*fi)*Math.sin(fi);
    double Yv = -(cs - Rd)*Math.sin(fi) + (et - Rd*fi)*Math.cos(fi);
    profilTrecere.adaugPunct(new Punct2D(Xv, Yv));
}
/** determinare maxim abatere *****/
double err=-Double.MAX_VALUE;
vectorEroarePiesaObtinuta = eroareProfile(profilObtinutPiesa,
profilTeoreticPiesa);
for (int i = 0; i<vectorEroarePiesaObtinuta.element.size(); i++)

```

```

        {
            double ee=vectorEroarePiesaObtinuta.getPunct(i).getY();
            if (ee>err)
            {
                err=ee;
            }
        }
        System.out.println("Abaterea maxima a profilelor (piesa modelata fata de cea
teoretica):
                                "+err);
        return err;
    } // calculEfectiv

/***** determinarea optimului pentru cremaliera aproximata *****/
double optimizareProfil(double aMin, double aMax, double gMin, double gMax)
{
    double min=Double.MAX_VALUE;
    double g = 0, a=0;
    double gamaMin = radiani(gMin);
    double gamaMax = radiani(gMax);
    double pasGama = radiani(1.0);
    for (double ga=gamaMin; ga<=gamaMax; ga+=pasGama)
    {
        double alfaMin = radiani(aMin);
        double alfaMax = radiani(aMax);
        double pasAlfa = radiani(1.0);
        for (double al=alfaMin; al<=alfaMax; al+=pasAlfa)
        {
            double minim = calculEfectiv (ga,al);
            if (minim < min)
            {
                min = minim;
                g=ga;
                a=al;
            }
        } //for alfa
    } //for gama
    gamaOptim = g;
    alfaOptim = a;
    System.out.println("Optimizare: gama ="+g*180.0/PI+"   alfa = "+a*180.0/PI+"
abaterea maxima: "+min);
    return min;
}
/***** extragere coordonate piesa efectiva din fisierul masurat *****/
Profil extragereProfil(File fis)
{
    Profil profil = new Profil("profil efectiv masurat piesa");
    FileReader inputStream = null;
    double unghi = radiani(2.704);
    double xbun = 0, ybun=0;
    double minim = Double.MAX_VALUE;
    try {
        inputStream = new FileReader(fis);
        BufferedReader inputBuffer = new BufferedReader(inputStream);
        String line;
        while((line = inputBuffer.readLine()) != null)
        {
            char[] sir = line.toCharArray();
            String sir1="", sir2="";
            int k;

```

```

        for (k=0; !(sir[k]<' '); k++)
        {
            if (!(sir[k]==' '))
            {
                sir1+=sir[k];
            }
        }
        for (int cont = k; cont<sir.length; cont++)
        {
            if (!(sir[cont]==' '))
                sir2+=sir[cont];
        }
        double xx = Double.parseDouble(sir1);
        double yy = Double.parseDouble(sir2);
        profil.adaugPunct(new Punct2D(-yy,xx));
    }
    inputBuffer.close();
    double uu = 2*Math.atan(ybun/m/z*2);

} catch (FileNotFoundException e) {
    e.printStackTrace();
} catch (IOException e) {
    e.printStackTrace();
} finally {
    if (inputStream != null) {
        try {
            inputStream.close();
        } catch (IOException e) {e.printStackTrace();}
    }
}
return profil;
}
GeneralPath profilGraficXY (Profil profil, int sc)
{
    GeneralPath p = new GeneralPath(GeneralPath.WIND_EVEN_ODD,
profil.element.size()-1);
    p.moveTo(profil.getPunct(0).getX()*sc, profil.getPunct(0).getY()*sc);
    for(int i = 1; i<profil.element.size(); i++) {
        double oriz = profil.getPunct(i).getX();
        double vert = profil.getPunct(i).getY();
        p.lineTo(oriz*sc, vert*sc);
    };
    return p;
}
GeneralPath profilGraficYX (Profil profil, int sc)
{
    GeneralPath p = new
GeneralPath(GeneralPath.WIND_EVEN_ODD,profil.element.size()-1);
    p.moveTo(profil.getPunct(0).getY()*sc, profil.getPunct(0).getX()*sc);
    //System.out.println((profil.getPunct(0).getY()*sc)+"",
+profil.getPunct(0).getX()*sc);
    for(int i = 1; i<profil.element.size(); i++) {
        double oriz = profil.getPunct(i).getY();
        double vert = profil.getPunct(i).getX();
        p.lineTo(oriz*sc, vert*sc);
        //System.out.println(oriz*sc+"", +vert*sc);
    };
    return p;
}
Ellipse2D.Double cerc (double raza, double scara)

```

```

    {
        return new Ellipse2D.Double(-raza*scara, -raza*scara, 2.0*raza*scara,
2.0*raza*scara);
    }

    public void paint(Graphics g)
    {

        if (trebuieCalcul)
            eroareMin=calculEfectiv(gamma, alffa);
        int x1 = (int)(ModelareErori.modelare.canvas.getSize().width/10),
            y1 = (int)(ModelareErori.modelare.canvas.getSize().height/10);
        // margini nedesenabile, 10 pixeli fata de extremitatile applet-ului
        @SuppressWarnings("unused")
        int w = ModelareErori.modelare.canvas.getSize().width -x1,
            h = ModelareErori.modelare.canvas.getSize().height -y1;
        // determinare scara maxima pentru reprezentarea grafica
        System.out.println ("Desenare");
        double rrp = razaRulare(m,z);
        double Rd = razaDeDivizare(m, z);
        double Rb = razaDeBaza(Rd);
        double Ri = razaInterioara(Rd, m);
        double Re = razaExterioara(Rd, m);
        double scaraOriz = w/2/rrp;
        double scaraVert = h/2.2/rrp;
        int scara = (int)Math.min(scaraOriz, scaraVert);
        System.out.println("scara = "+scara);
        // desenare
        Graphics2D g2D = (Graphics2D) g;
        /****** figura *****/
        g2D.translate(x1, y1);
        g2D.translate((int)rrp*scara,(int) rrp*scara);
        // g2D.setStroke(Stroke.dashed);
        g2D.setColor(Color.black);
        g2D.draw(cerc(rrp, scara));
        g2D.setColor(Color.blue);
        g2D.draw(cerc(Ri, scara));
        g2D.draw(cerc(Re, scara));
        g2D.setColor(Color.red);
        g2D.draw(cerc(Rb, scara));
        Punct2D inceputAxaY, sfarsitAxaY;
        inceputAxaY = new Punct2D(-rrp*scara-10, 0.0);
        sfarsitAxaY = new Punct2D(rrp*scara+30, 0.0);
        Line2D.Double axaY = new Line2D.Double(inceputAxaY.x,inceputAxaY.y,
            sfarsitAxaY.x, sfarsitAxaY.y);
        Line2D.Double sageticaJos = new Line2D.Double(sfarsitAxaY.x, sfarsitAxaY.y,
            sfarsitAxaY.x-10, sfarsitAxaY.y+3);
        Line2D.Double sageticaSus = new Line2D.Double(sfarsitAxaY.x, sfarsitAxaY.y,
            sfarsitAxaY.x-10, sfarsitAxaY.y-3);
        g2D.setColor(Color.blue);
        g2D.draw(axaY);
        g2D.draw(sageticaJos);
        g2D.draw(sageticaSus);
        g2D.drawString("Y", (float)sfarsitAxaY.x+5, (float)sfarsitAxaY.y);
        Punct2D inceputAxaXCsi, sfarsitAxaX/*, inceputAxaCsiDeplasata*/;
        inceputAxaXCsi = new Punct2D(0.0, -rrp*scara-30);
        sfarsitAxaX = new Punct2D(0.0, rrp*scara+30);
        Line2D.Double axaXCsi = new Line2D.Double(inceputAxaXCsi.x,inceputAxaXCsi.y,
            sfarsitAxaX.x, sfarsitAxaX.y);
        Line2D.Double sageticaStangaX = new Line2D.Double(sfarsitAxaX.x, sfarsitAxaX.y,

```



```

                sfarsitAxaX.x-3, sfarsitAxaX.y-10);
Line2D.Double sageticaDreaptaX = new Line2D.Double(sfarsitAxaX.x,
                sfarsitAxaX.y, sfarsitAxaX.x+3, sfarsitAxaX.y-10);
Punct2D sfarsitAxaCsi;
sfarsitAxaCsi = new Punct2D(0.0, -rrp*scara/4);
Line2D.Double sageticaStangaCsi = new Line2D.Double(sfarsitAxaCsi.x,
                sfarsitAxaCsi.y, sfarsitAxaCsi.x-3.0, sfarsitAxaCsi.y-
                10);
Line2D.Double sageticaDreaptaCsi = new Line2D.Double(sfarsitAxaCsi.x,
                sfarsitAxaCsi.y, sfarsitAxaCsi.x+3, sfarsitAxaCsi.y-10);
g2D.draw(axaXCsi);
g2D.draw(sageticaStangaX);
g2D.draw(sageticaDreaptaX);
g2D.drawString("X", (float)sfarsitAxaX.x+5, (float)sfarsitAxaX.y+5);
g2D.draw(sageticaStangaCsi);
g2D.draw(sageticaDreaptaCsi);
g2D.drawString("\u03be", (float)sfarsitAxaCsi.x+5, (float)sfarsitAxaCsi.y+5);
Punct2D inceputAxaEta, sfarsitAxaEta;
inceputAxaEta = new Punct2D(-rrp*scara-10, -rrp*scara);
sfarsitAxaEta = new Punct2D(rrp*scara+30, -rrp*scara);
Line2D.Double axaEta = new Line2D.Double(inceputAxaEta.x,inceputAxaEta.y,
                sfarsitAxaEta.x, sfarsitAxaEta.y);
sageticaJos = new Line2D.Double(sfarsitAxaEta.x, sfarsitAxaEta.y,
                sfarsitAxaEta.x-10, sfarsitAxaEta.y+3);
sageticaSus = new Line2D.Double(sfarsitAxaEta.x, sfarsitAxaEta.y,
                sfarsitAxaEta.x-10, sfarsitAxaEta.y-3);

g2D.draw(axaEta);
g2D.draw(sageticaJos);
g2D.draw(sageticaSus);
g2D.drawString("\u03b7", (float)sfarsitAxaEta.x+5, (float)sfarsitAxaEta.y);
/***** profilele calculate *****/
GeneralPath pSculaTeoretic = profilGraficYX(profilTeoreticScula, scara);
GeneralPath pSculaAproximat = profilGraficYX(profilAproximatScula, scara);
GeneralPath pSculaCorectat = profilGraficYX(profilCorectatScula, scara);
GeneralPath pPiesaEfectiv = profilGraficYX(profilEfectivPiesa, scara);
GeneralPath pPiesaFictiv = profilGraficYX(profilFictivPiesa, scara);
GeneralPath pPiesaTeoretic = profilGraficYX(profilTeoreticPiesa, scara);
GeneralPath pPiesaObtinut = profilGraficYX(profilObtinutPiesa, scara);
GeneralPath pTrecere = profilGraficYX(profilTrecere, scara);
g2D.setStroke(new BasicStroke(2.0f, // Width of stroke
                BasicStroke.CAP_ROUND, // End cap style
                BasicStroke.JOIN_ROUND // Join style
                ));
g2D.setColor(Color.blue);
if (pTeor) g2D.draw(pPiesaTeoretic);
g2D.setColor(Color.red);
if (pEfec) g2D.draw(pPiesaEfectiv);
g2D.setColor(Color.black);
if (pFict) g2D.draw(pPiesaFictiv);
g2D.setColor(Color.yellow);
if (pMode) g2D.draw(pPiesaObtinut);
//g2D.draw(pTrecere);
g2D.translate(0.0, -rrp*scara);
g2D.setColor(Color.black);
if (sCore) g2D.draw(pSculaCorectat);
g2D.setColor(Color.blue);
if (sTeor) g2D.draw(pSculaTeoretic);
g2D.setColor(Color.red);
if (sApro) g2D.draw(pSculaAproximat);
} // paint Method

```

```

double aflaGapOriz (Profil profil)
{
    double min, max;
    min = Double.MAX_VALUE;
    max = -Double.MAX_VALUE;

    for (int i=0; i<profil.element.size()-1; i++)
    {
        Punct2D pct = profil.getPunct(i);
        min = Math.min(min, pct.getX());
        max = Math.max(max, pct.getX());
    }
    System.out.println(profil.getNume()+" "+(max-min));
    return max - min;
}
double aflaGapVert (Profil profil)
{
    double min, max;
    min = Double.MAX_VALUE;
    max = -Double.MAX_VALUE;

    for (int i=0; i<profil.element.size()-1; i++)
    {
        Punct2D pct = profil.getPunct(i);
        min = Math.min(min, pct.getY());
        max = Math.max(max, pct.getY());
    }
    return max - min;
}
int aflaScaraXY (Profil profil)
{
    System.out.println("Determin scara "+profil.getNume());
    int x1 = 30, y1 = 30; // margini nedesenabile, 10 pixeli fata de extremitatile
applet-ului
    int w = ModelareErori.modelare.canvas.getSize().width -x1;
    int h = ModelareErori.modelare.canvas.getSize().height -y1;

    double oriz_gap = aflaGapOriz(profil);
    double vert_gap = aflaGapVert(profil);
    System.out.println("Oriz_gap="+oriz_gap+"; Vert_gap="+vert_gap);
    double sc_oriz = w/oriz_gap, sc_vert = h/vert_gap;
    double Gap = Math.min(sc_oriz, sc_vert);
    int rap = (int)(Gap);
    System.out.println("Oriz:"+oriz_gap+" Vert:"+vert_gap+" sc_oriz:"+sc_oriz+"
sc_vert:"+sc_vert+" -> Scara = "+rap);
    System.out.println ("w="+w+", h="+h);
    return rap;
}
int aflaScaraYX (Profil profil)
{
    System.out.println("Determin scara "+profil.getNume());
    int x1 = 30, y1 = 30; // margini nedesenabile, 10 pixeli fata de extremitatile
applet-ului
    int w = getSize().width -x1, h = getSize().height -y1;
    double oriz_gap = aflaGapVert(profil);
    double vert_gap = aflaGapOriz(profil);
    System.out.println("Oriz_gap="+oriz_gap+"; Vert_gap="+vert_gap);
    double sc_oriz = w/oriz_gap, sc_vert = h/vert_gap;
    double Gap = Math.min(sc_oriz, sc_vert);
    int rap = (int)(Gap);
}

```

```

System.out.println("Oriz:"+oriz_gap+" Vert:"+vert_gap+" sc_oriz:"+sc_oriz+"
                    sc_vert:"+sc_vert+" -> Scara = "+rap);
System.out.println ("w="+w+", h="+h);
return rap;
}
double aflaMinOriz (Profil profil)
{
    double min;
    min = Double.MAX_VALUE;
    for (int i=0; i<profil.element.size()-1; i++)
        {
            Punct2D pct = profil.getPunct(i);
            min = Math.min(min, pct.getX());
        }
    return min;
}
double aflaMinVert (Profil profil)
{
    double min;
    min = Double.MAX_VALUE;
    for (int i=0; i<profil.element.size()-1; i++)
        {
            Punct2D pct = profil.getPunct(i);
            min = Math.min(min, pct.getY());
        }
    return min;
}
@SuppressWarnings("unchecked")
public void arataCoordonate1(Profil profil)
{
    JDialog fer = new JDialog(ModelareErrori.f, "Coordonate "+profil.getNume());
    fer.setLocation(200, 50);
    fer.setSize(700, 500);
    Container cp = fer.getContentPane ();
    JPanel panou = new JPanel ();
    panou.setSize (fer.getWidth(), fer.getHeight());
    cp.add (panou);
    Vector coordonate = new Vector();
    Vector numeColoane=new Vector(6);
    numeColoane.add("Nr. crt.");
    int tipProfil = profil.getNume().lastIndexOf( "piesa" );
    System.out.println("tipProfil: "+tipProfil);
    if (tipProfil>=0) // adica este un profil de piesa
        {
            numeColoane.add("X [mm]");
            numeColoane.add("Y [mm]");
        }
    else /// este un profil de scula
        {
            numeColoane.add("\u03be [mm]");
            numeColoane.add("\u03b7 [mm]");
        }
    for(int i = 0; i <profil.element.size(); i++)
        {
            Vector m=new Vector();
            m.add(i+" ");
            m.add(""+profil.getPunct(i).getX());
            m.add(""+profil.getPunct(i).getY());
            coordonate.add(m);
            //System.out.println(i);
        }
}

```

```

        }
        JTable tabel = new JTable (coordonate,numeColoane);
        JScrollPane p1=new JScrollPane();
        JViewport vv = new JViewport();
        vv.setViewSize(new Dimension(fer.getWidth(), 500));
        p1.setViewport(vv);
        vv.add(tabel);
        panou.add(p1);
        fer.setVisible(true);
    }
    @SuppressWarnings("unchecked")
    public void arataCoordonate2(Profil profil1, Profil profil2)
    {
        JDialog fer = new JDialog(ModelareErrori.f, "Coordonate "+profil1.getNume()+
            " si "+profil2.getNume());

        fer.setLocation(200, 50);
        fer.setSize(700, 500);
        Container cp = fer.getContentPane ();
        JPanel panou = new JPanel ();
        panou.setSize (fer.getWidth(), fer.getHeight());
        cp.add (panou);
        Vector coordonate = new Vector();
        Vector numeColoane=new Vector(6);
        numeColoane.add("Nr. crt.");
        int tipProfil1 = profil1.getNume().lastIndexOf( "piesa" );
        int tipProfil2 = profil2.getNume().lastIndexOf( "piesa" );
        if (tipProfil1>=0) // daca este profil de piesa
            {
                numeColoane.add("X [mm]");
                numeColoane.add("Y [mm]");
            }
        else // daca este profil de scula
            {
                numeColoane.add("\u03be [mm]");
                numeColoane.add("\u03b7 [mm]");
            }
        if (tipProfil2>=0) // daca este profil de piesa
            {
                numeColoane.add("X [mm]");
                numeColoane.add("Y [mm]");
            }
        else // daca este profil de scula
            {
                numeColoane.add("\u03be [mm]");
                numeColoane.add("\u03b7 [mm]");
            }
        int nr = Math.min(profil1.element.size(), profil2.element.size());
        for(int i = 0; i <nr; i++)
            {
                Vector m=new Vector();
                m.add(i+" ");
                m.add(""+profil1.getPunct(i).getX());
                m.add(""+profil1.getPunct(i).getY());
                m.add(""+profil2.getPunct(i).getX());
                m.add(""+profil2.getPunct(i).getY());
                coordonate.add(m);
            }
        JTable tabel = new JTable (coordonate,numeColoane);
        JScrollPane p1=new JScrollPane();
        JViewport vv = new JViewport();

```

```

vv.setViewSize(new Dimension(fer.getWidth(), 500));
p1.setViewport(vv);
vv.add(tabel);
panou.add(p1);
fer.setVisible(true);
}
@SuppressWarnings("unchecked")
public void arataCoordonate3(Profil profil1, Profil profil2) // pentru a afisa si eroarea (din
profil2 Y-ul)
{
JDialog fer = new JDialog(ModelareErori.f, "Coordonate "+profil1.getNume()+" si
abaterea");
fer.setLocation(200, 50);
fer.setSize(700, 500);
Container cp = fer.getContentPane ();
JPanel panou = new JPanel ();
panou.setSize (fer.getWidth(), fer.getHeight());
cp.add (panou);
Vector coordonate = new Vector();
Vector numeColoane=new Vector(5);
numeColoane.add("Nr. crt.");
int tipProfil1 = profil1.getNume().lastIndexOf( "piesa" );
if (tipProfil1>=0) // daca este un profil de piesa
{
numeColoane.add("X [mm]");
numeColoane.add("Y [mm]");
}
else // daca este un profil de scula
{
numeColoane.add("\u03be [mm]");
numeColoane.add("\u03b7 [mm]");
}
numeColoane.add("Abaterea [mm]");
for(int i = 0; i < profil1.element.size(); i++)
{
Vector m=new Vector();
m.add(i+" ");
m.add(""+profil1.getPunct(i).getX());
m.add(""+profil1.getPunct(i).getY());
//m.add(""+profil2.getPunct(i).getX());
m.add(""+profil2.getPunct(i).getY());
coordonate.add(m);
}
JTable tabel = new JTable (coordonate,numeColoane);
JScrollPane p1=new JScrollPane();
JViewport vv = new JViewport();
vv.setViewSize(new Dimension(fer.getWidth(), 500));
p1.setViewport(vv);
vv.add(tabel);
panou.add(p1);
fer.setVisible(true);
}
public void marire (double mm, double zz, double ga, double al, int dif)
{
ModelareErori.modelare.canvas.setPreferredSize(new
Dimension(ModelareErori.modelare.canvas.getSize().width+dif,
ModelareErori.modelare.canvas.getSize().height+dif));
ModelareErori.modelare.canvas.revalidate();
//repaint();
redraw(mm, zz, ga, al);
}

```

```

}
public void microrare (double mm, double zz, double ga, double al)
{
    ModelareErori.modelare.canvas.setPreferredSize(new
        Dimension(ModelareErori.modelare.canvas.getSize().width-100,
            ModelareErori.modelare.canvas.getSize().height-100));
    ModelareErori.modelare.canvas.revalidate();
    redraw(mm, zz, ga, al);
}
public void redraw( double mm, double zz, double ga, double al)
{
    if (ga < -80 || ga > 80 )
    {
        JOptionPane.showMessageDialog(ModelareErori.f,
            "Valoarea aleasa pentru unghiul de degajare este
            \"neuzuala\"!!",
            "Informatie",JOptionPane.WARNING_MESSAGE);
    }
    else
    {
        if (mm==this.m && zz==this.z && ga==this.gamaGrade
            && al==this.alfaGrade)
        {
            this.trebuieCalcul = false;
            repaint();
        }
        else
        {
            this.m = mm;
            this.z = zz;
            this.gamaGrade = ga;
            this.alfaGrade = al;
            this.trebuieCalcul = true;
            repaint();
        }
    }
}
}
}

```

# **OBIECTIVUL 7. ELABORAREA UNOR ALGORITMI PENTRU PROFILAREA DE CORECȚIE A SUPRAFEȚELOR GENERATE PRIN ÎNFĂȘURARE CU APLICAȚII LA PROFILAREA SCULELOR GENERĂTOARE CU CONTACT PUNCTIFORM (SCULA MELC), PRIN METODE DE REPREZENTARE DISCRETĂ**

## **7.1. Sinteza de algoritmi pentru profilarea corectivă a sculelor de tip melc**

### **Introducere**

Sunt cunoscute modalități de profilare a suprafeței periferice a sculei-melc, reciproc înfășurătoare a unui vârtej ordonat de suprafețe, asociat unei axoide în rulare cu axoida unei cremaliere, comuna cu cremaliera suprafeței elicoidale a sculei melc (cazul generării roților dințate evolventice, a canelurilor cu flancuri paralele și alte forme de profiluri neevolventice, care au ca au la baza teoremele fundamentale ale generării: teorema a II-a Oliver, pentru suprafețe în înfășurare cu contact punctiform, și teorema Gohman, prin metoda suprafeței intermediare; metoda descompunerii mișcării elicoidale Nicolaev.

Principial, teoremele fundamentale ale înfășurării suprafețelor presupun cunoașterea în forma analitică a suprafețelor în înfășurare; condițiile de contact între suprafețele conjugate au exprimări analitice care, asociate familiilor de suprafețe generate în mișcările relative între acestea și suprafețele periferice primare ale sculelor, determină forma acestora din urmă.

Motive diverse, între care cel impus de cunoașterea prin măsurare directă pe mașini de măsurat 3D a suprafețelor generate, în scopul evaluării erorilor dimensionale a acestora, în vederea realizării unor eventuale corecții de formă a sculelor generatoare, poate impune abordarea problematicii profilării suprafețelor periferice primare a sculei de tip melc în condițiile cunoașterii în forma discretă a suprafeței de generat.

O astfel de problemă de generare necesită un algoritm particular dedicat acestei probleme. Descrierea unei suprafețe, cunoscută numeric, prin polinoame de aproximare Bezier poate constitui o variantă de algoritm pentru profilarea sculei melc, în condițiile în care precizia de generare este satisfăcătoare. Evident, o rezolvare de acest tip este destinată generării vârtejurilor ordonate de suprafețe, în primul rând pentru cele neevolventice pentru care apare întotdeauna necesitatea unei profilări a sculei, profilul acesteia nefiind îndeobște cunoscut.

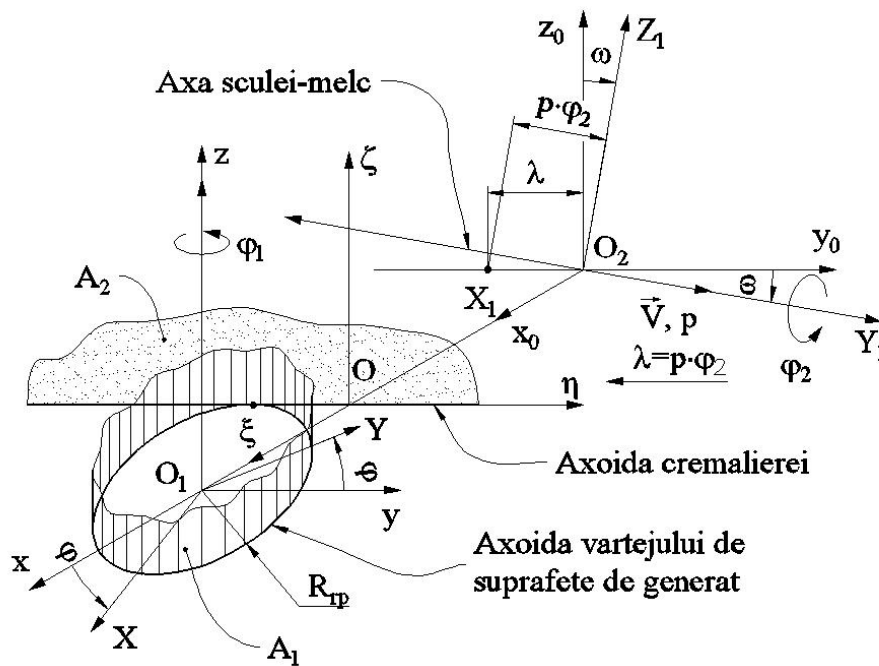


Figura 7. 1. Sisteme de referință. Mișcări de generare

În figura 7. 1, este prezentat sistemul de axoide în rulare: axoida vârtejului de suprafețe de generat, axoida cremalierii reciproc înfășurătoare, poziția axei suprafeței periferice primare a sculei-melc, precum și mișcările absolute ale sistemelor de referință asociate acestor axoide.

Se definesc sistemele:

- $xyz$  este sistemul fix cu axa  $z$ , axa de rotație a axoidei asociată vârtejului de suprafețe de generat;
- $x_0y_0z_0$  - sistemul fix, cu axa  $y_0$  suprapusă axei suprafeței periferice primare a sculei melc;
- $XYZ$  - sistemul mobil solidar axoidei vârtejului de suprafețe de generat,  $A1$ ;
- $\xi\eta\zeta$  - sistemul mobil solidar axei cremalierii (suprafața plană suprapusă planului  $\eta\zeta$ ),  $A2$ ;
- $X_1Y_1Z_1$  - sistemul mobil asociat suprafeței periferice primare a sculei-melc.

Este cunoscută cinematica de principiu a procesului de generare:

$$n = \omega_3^T(\varphi_1)X \quad (7.1)$$

- rotația axoidei  $A1$  (cilindru de revoluție de rază  $R_{rp}$ ), solidară cu sistemul  $XYZ$ , cu parametrul  $\varphi$ -parametrul unghiular de mișcare;

$$x = \xi + a; a = \begin{pmatrix} -R_{rp} \\ -\lambda \\ 0 \end{pmatrix} \quad (7.2)$$

- translația axoidei  $A2$  (plan paralel cu planul  $\eta\zeta$ ), solidară cu sistemul  $\xi\eta\zeta$  și  $\lambda$  parametrul de mișcare;

$$x_0 = \omega_2^T(\varphi_2)X_1 \quad (7.3)$$

- rotația sistemului  $X_1Y_1Z_1$  în jurul axei  $y_0$ , cu  $\varphi_2$  parametrul unghiular de mișcare.

De asemenea, sunt cunoscute condițiile:

$$\lambda = R_{rp} \cdot \varphi_1 \quad (7.4)$$



- condiția de rulare a axoizelor A1 și A2

$$\lambda = p \cdot \varphi_2 \cdot \cos \omega;$$

- dependența dată de forma suprafeței periferice primare a sculei-melc (melc cilindric de pas cunoscut cu  $p$  – parametrul elicoidal) și transformarea între sistemele de referință fixe:

$$x_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \kappa & -\sin \kappa \\ 0 & \sin \kappa & \cos \kappa \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \|x\| \\ \|y\| \\ \|z\| \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \|A_{12}\| \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (7.5)$$

- A12 distanța dintre axele axoidei A1 și axa suprafeței elicoidale  $\vec{V}$ .

În principiu, vitezele unghiulare cu care se realizează mișcările de rotație sunt mișcări uniforme.

Mișcarea relativă a sistemului solidar axei A1, a suprafeței de generat,  $XYZ$ , în raport cu sistemul de referință asociat spațiului cremalierii  $\xi\eta\zeta$  este dată de transformarea:

$$\xi = \omega_3^T(\varphi_1) \cdot X - a \quad (7.6)$$

cu definiția punctului curent de pe suprafața de generat, ca o suprafață cilindrică cu generatoarele paralele cu direcția  $Z(\vec{K})$ :

$$\Sigma \begin{cases} X = X(U) \\ Y = Y(U) \\ Z = t \end{cases}, \quad (7.7)$$

pentru  $u$  variabilă discretă cunoscută printr-un număr redus de valori (3 sau 4 puncte), ca element al unui profil complex, ce urmează a fi generat prin înfășurare.

Profilul transversal al suprafeței cilindrice (7.7) poate fi un segment de dreaptă, un arc de cerc, arc de evolventă etc.

Parametrul  $t$  se măsoară în lungul generatoarei suprafeței cilindrice.

Se analizează problema profilării sculei-melc (determinarea suprafeței periferice primare elicoidale reciproc înfășurătoare unui vârtej de suprafețe cilindrice asociate axoidei A1, vezi figura 7. 1, apelând la modalitatea de exprimare printr-un număr limitat de puncte a generatoarei suprafeței cilindrice, cinematica generării descrisă de transformarea (7.6) și una dintre teoremele fundamentale sau complementare ale generării prin înfășurare.

### • Determinarea formei suprafeței cremalierii

Din (7.6) și (7.7), se determină familiile de suprafețe în sistemul de referință al cremalierii,  $\xi\eta\zeta$ , cu  $\varphi$  parametru variabil

$$\begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 & 0 \\ \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X(u) \\ Y(u) \\ t \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -R_{r_p} \\ -R_{r_p} \cdot \varphi \\ 0 \end{pmatrix} \quad (7.8)$$

căreia i se asociază condiția de înfășurare, fie aceasta

$$[X - X(u)]X'_u + [Y - Y(u)]Y'_u = 0 \quad (7.9)$$

unde,

$$\begin{cases} X = R_{r_p} \cos \varphi_1; \\ Y = R_{r_p} \sin \varphi_1, \end{cases} \quad (7.10)$$

reprezentând „condiția normalelor” [5], [6] ( $R_{r_p}$  - raza cercului de rulare, raza axoidei cilindrice  $AI$  căreia îi este asociat vârtejul de suprafețe de generat:  $X(u)$  și  $Y(u)$  din (7.7), pentru numai 3 sau 4 valori ale parametrului  $u$ .

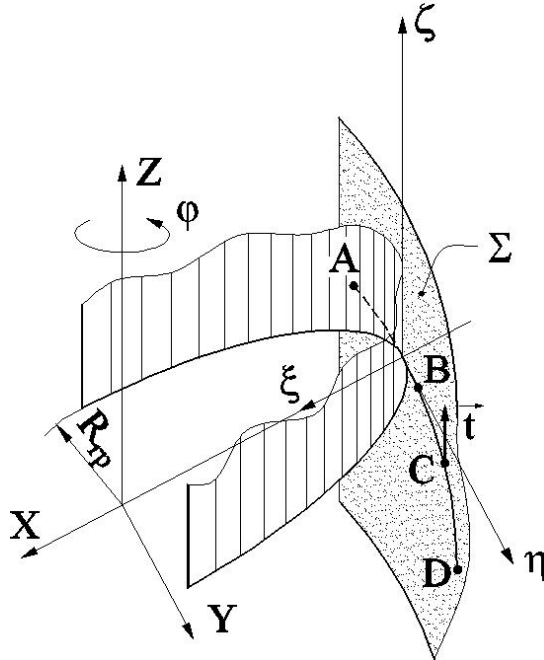


Figura 7. 2. Suprafața  $\Sigma$  a vârtejului de suprafețe de generat, cunoscută prin 4 puncte ale generatoarei:  $A[X_A, Y_A]$ ,  $B[X_B, Y_B]$ ,  $C[X_C, Y_C]$ ,  $D[X_D, Y_D]$

Principial, înfășurătoarea familiei de suprafețe descrisă de ecuațiile (7.8) este de forma:

$$S: \begin{cases} \xi = \lambda^3 \cdot A_\xi + 3\lambda^2(1-\lambda) \cdot B_\xi + 3\lambda(1-\lambda)^2 \cdot C_\xi + (1-\lambda)^3 \cdot D_\xi; \\ \eta = \lambda^3 \cdot A_\eta + 3\lambda^2(1-\lambda) \cdot B_\eta + 3\lambda(1-\lambda)^2 \cdot C_\eta + (1-\lambda)^3 \cdot D_\eta. \end{cases} \quad (7.11)$$

Identificarea coeficienților  $A_\xi, B_\xi, C_\xi, D_\xi, A_\eta, B_\eta, C_\eta, D_\eta$  este prezentată în tabelul 7. 1, pentru o suprafață cilindrică de generat, având curba directoare circulară și, în mod similar, și pentru alte tipuri de generatoare. În lungul directoarei unei asemenea suprafețe se definesc un număr mic de puncte (3 sau 4) prin intermediul cărora se descrie un polinom Bezier, înlocuitor al acestei curbe.

Prin identificarea coeficienților polinomului (7.11) se definește în formă discretă, forma flancului cremalierii reciproc înfășurătoare vârtejului de suprafețe de generat.

Tabelul 7. 1. Identificarea coeficienților polinomului Bezier

<b>u</b>	<b>Profilul primar</b>	<b>Condiția de infasurare</b>
0	$X_A, Y_A$	$\varphi_A = \arccos \left[ \frac{X_A \cos \alpha + Y_A \sin \alpha}{Rrp} \right] + \alpha$
1/3 $u_{\max}$	$X_B = X_A + \frac{1}{3}[X_D - X_A]$ $Y_B = Y_A + \frac{1}{3}[Y_D - Y_A]$	$\varphi_B = \arccos \left[ \frac{X_B \cos \alpha + Y_B \sin \alpha}{Rrp} \right] + \alpha$
2/3 $u_{\max}$	$X_C = X_A + \frac{2}{3}[X_D - X_A]$ $Y_C = Y_A + \frac{2}{3}[Y_D - Y_A]$	$\varphi_C = \arccos \left[ \frac{X_C \cos \alpha + Y_C \sin \alpha}{Rrp} \right] + \alpha$
$u_{\max}$	$X_D, Y_D$	$\varphi_D = \arccos \left[ \frac{X_D \cos \alpha + Y_D \sin \alpha}{Rrp} \right] + \alpha$
<b><math>\lambda</math></b>	<b>Puncte pe profilul cremalierii</b>	<b>Coeficienții polinomului de aproximare</b>
0	$\xi_A = X_A \cos \varphi_A - Y_A \sin \varphi_A + Rrp$ $\eta_A = X_A \sin \varphi_A + Y_A \cos \varphi_A + Rrp \cdot \varphi_A$	$D_\xi = \xi_A$ $D_\eta = \eta_A$
1/3	$\xi_C = X_C \cos \varphi_C - Y_C \sin \varphi_C + Rrp$ $\eta_C = X_C \sin \varphi_C + Y_C \cos \varphi_C + Rrp \cdot \varphi_C$	$B_\xi = \frac{18 \cdot \xi_C - 9 \cdot \xi_D + 2 \cdot \xi_A - 5 \cdot \xi_D}{6}$ $B_\eta = \frac{18 \cdot \eta_C - 9 \cdot \eta_D + 2 \cdot \eta_A - 5 \cdot \eta_D}{6}$
2/3	$\xi_D = X_D \cos \varphi_D - Y_D \sin \varphi_D + Rrp$ $\eta_D = X_D \sin \varphi_D + Y_D \cos \varphi_D + Rrp \cdot \varphi_D$	$C_\xi = \frac{-5 \cdot \xi_A + 2 \cdot \xi_D + 18 \cdot \xi_B - 9 \cdot \xi_C}{6}$ $C_\eta = \frac{-5 \cdot \eta_A + 2 \cdot \eta_D + 18 \cdot \eta_B - 9 \cdot \eta_C}{6}$
1	$\xi_B = X_B \cos \varphi_B - Y_B \sin \varphi_B + Rrp$ $\eta_B = X_B \sin \varphi_B + Y_B \cos \varphi_B + Rrp \cdot \varphi_B$	$A_\xi = \xi_D$ $A_\eta = \eta_D$

• **Profilarea suprafeței periferice primare a sculei-melc**

Cunoscută fiind suprafața flancului cremalierii (în forma aproximată sub forma unui polinom Bezier) se propune determinarea caracteristicii (curba de contact) la contactul acesteia cu viitoarea suprafață periferică primară a sculei melc, prin utilizarea metodei descompunerii mișcării elicoidale, vezi figura 7. 3.

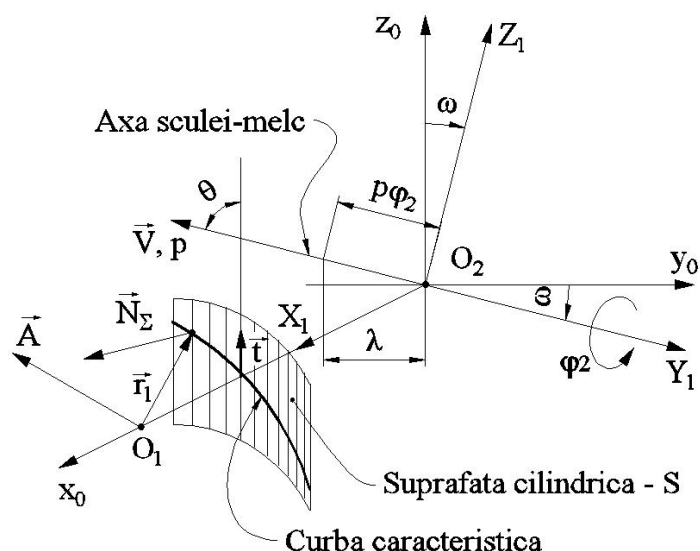


Figura 7. 3. Metoda descompunerii mișcării elicoidale. Sisteme de referință

Se acceptă că mișcarea elicoidală generatoare a suprafeței periferice primare a sculei-melc,  $(\vec{V}, p)$ , se descompune într-o sumă de mișcări echivalente: mișcare de translație, după direcția  $\vec{t}$  a versorului generatoarelor suprafețelor cilindrice – flancul cremalierii – și o mișcare de rotație de axă  $\vec{A}$ , paralelă cu  $\vec{V}$  și aflată la distanța:

$$a = p \cdot \tan(\theta) \quad (7.12)$$

de axa suprafeței elicoidale  $\vec{V}$ , vezi și figura 7. 3.

Astfel, caracteristica suprafeței  $S$ , în mișcarea compusă: translație în lungul generatoarei  $\vec{t}$  și rotație în jurul axei  $\vec{A}$ , nu depinde de acea componentă a mișcării în decursul căreia suprafața se autogenează, fiind îndeplinită identitatea:

$$\vec{N}_S \cdot \vec{t} \equiv 0, \quad (7.13)$$

(normala la suprafața  $S$ , suprafața cilindrică, este întotdeauna perpendiculară pe generatoarea proprie) și, deci, condiția pentru determinarea caracteristicii în mișcarea elicoidală  $\vec{V}, p$  va depinde numai de mișcarea de rotație în jurul axei  $\vec{A}$ .

Ca urmare, caracteristica suprafeței cilindrice  $S$  - flancul sculei cremalieră – în mișcarea elicoidală de axă  $\vec{V}$  și parametru  $p$ , este definită ca fiind proiecția axei  $\vec{A}$  pe suprafața  $S$ . Aceasta se traduce ca fiind locul geometric al punctelor de pe suprafața cilindrică  $S$ , pentru care normalele la aceasta intersectează axa  $\vec{A}$ .

Se definesc, vezi și figura 7. 3:

- axa  $\vec{A}$ , în sistemul  $x_0 y_0 z_0$

$$\vec{A} = -\cos\omega \vec{j} + \sin\omega \vec{k}, \quad (7.14)$$

- normala la suprafața  $S$ , vezi și (7.7) precum și tabelul 7. 1, principial, în forma:

$$\vec{N}_S = N_{x_0} \vec{i} + N_{y_0} \vec{j} + N_{z_0} \vec{k}, \quad (7.15)$$

cu  $N_{x_0}, N_{y_0}, N_{z_0}$  parametrii directori ai normalei la suprafața  $S$ , aproximată printr-un polinom Bezier,

$$\vec{N}_S = \left( \frac{\partial x_0}{\partial \lambda} \vec{i} + \frac{\partial y_0}{\partial \lambda} \vec{j} + \frac{\partial z_0}{\partial \lambda} \vec{k} \right) \times \left( \frac{\partial x_0}{\partial t} \vec{i} + \frac{\partial y_0}{\partial t} \vec{j} + \frac{\partial z_0}{\partial t} \vec{k} \right)$$

vezi și exprimarea (7.18) a suprafeței flancului sculei-cremalieră.

- vectorul 
$$\vec{r}_1 = O_1 O \cdot \vec{i} + \vec{r} \quad (7.16)$$

în care  $\vec{r}$  este vectorul punctului curent pe suprafața reprezentată în formă discretă.

Din (7.11), rezultă și transformarea de coordonate în sistemul  $x_0 y_0 z_0$ ,

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -R_{r_s} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (7.17)$$

conducând la forma de exprimare a suprafeței  $S$  în sistemul  $x_0 y_0 z_0$ :

$$\begin{cases} x_0 = A_\xi \lambda^3 + 3\lambda^2(1-\lambda)B_\xi + 3\lambda(1-\lambda)^2 C_\xi + (1-\lambda)^3 D_\xi + R_{r_s}; \\ y_0 = A_\eta \lambda^3 + 3\lambda^2(1-\lambda)B_\eta + 3\lambda(1-\lambda)^2 C_\eta + (1-\lambda)^3 D_\eta; \\ z_0 = t, \end{cases} \quad (7.18)$$

cu  $R_{r_s}$  - raza cilindrului de divizare a sculei-melc (mărimă stabilită în baza unor considerente tehnologice).

Mărimă parametrului  $\omega$  se determină din condiția ca elicea aparținând elicoidului  $\vec{V}, p$  aflată pe cilindrul de rază  $R_{r_s}$  să fie paralelă cu  $\vec{t}$  versorul generatoarei flancului cilindric al cremalierii, vezi figura 7. 4,

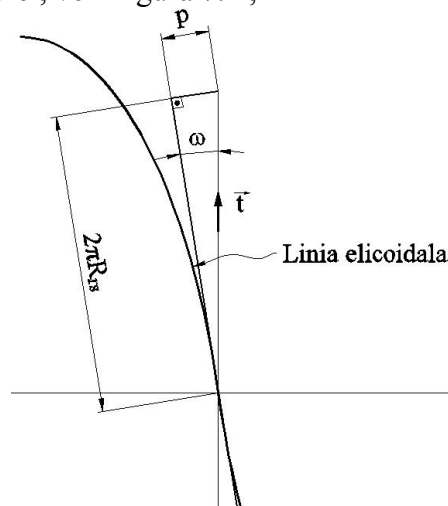


Figura 7. 4. Desfășurata liniei elicoidale, de pe cilindrul de rază  $R_{r_s}$

$$\tan \omega = \frac{2\pi \cdot p}{2\pi \cdot R_{r_s}} = \frac{p}{R_{r_s}} \quad (7.19)$$

cu  $p$  - parametrul elicoidal al suprafeței periferice primare a sculei melc.

Astfel, condiția pentru determinarea caracteristicii devine:

$$(\vec{A}, \vec{N}_s, \vec{r}_1) = 0 \quad (7.20)$$

sau, după înlocuiri:

$$\begin{vmatrix} N_{x_0} & N_{y_0} & N_{z_0} \\ x_0(\lambda, t) - a & y_0(\lambda, t) & t \\ 0 & -\cos \omega & \sin \omega \end{vmatrix} = 0. \quad (7.21)$$

Principial, condiția (7.21) reprezintă o legătură între parametrii variabili  $\lambda$  și  $t$  de tipul:

$$q(\lambda, t) = 0 \quad (7.22)$$

cu  $0 \leq \lambda \leq 1$ , vezi și tabelul 7.1.

Ansamblul ecuațiilor (7.18) și (7.22) reprezintă un loc geometric pe suprafața  $S$ , vezi și figura 7. 3, semnificând caracteristica suprafeței  $S$  în mișcarea elicoidală de axă  $\vec{V}$  și parametru elicoidal “p” – axa și parametrul elicoidului căreia îi aparține suprafața periferică primară a sculei-melc, reciproc înfășurătoare suprafeței  $\Sigma$ , suprafața de generat.

Perechile de valori ale parametrilor  $\lambda$  și  $t$  pentru care este satisfăcută condiția (7.22), prin înlocuirea în forma Bezier a flancului cremalierii determină matricea

$$C_S = \begin{pmatrix} X_{O_1} & Y_{O_1} & Z_{O_1} \\ X_{O_2} & Y_{O_2} & Z_{O_2} \\ \dots\dots\dots \\ X_{O_i} & Y_{O_i} & Z_{O_i} \\ \dots\dots\dots \\ X_{O_n} & Y_{O_n} & Z_{O_n} \end{pmatrix}^T \quad (7.23)$$

reprezentând coordonatele curbei caracteristice  $C_S$ .

Curba  $C_S$ , cunoscută în formă numerică, reprezintă curba de tangență între suprafața  $S$  - flancul cremalierii și suprafața periferică primară a sculei elicoidale freza melc generatoare prin înfășurare a profilului  $\Sigma$ .

În mișcare elicoidală de axă  $\vec{V}$  și parametru p curba  $C_S$  generează suprafața periferică primară a viitoarei scule-melc.

Se propune schimbarea de coordonate de la sistemul  $X_O Y_O Z_O$ , la un sistem având axa  $Y_1$  suprapusă axei sculei-melc,  $X_1 Y_1 Z_1$ , vezi și figura 7. 1.

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\omega) & -\sin(\omega) \\ 0 & \sin(\omega) & \cos(\omega) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_o \\ Y_o \\ Z_o \end{pmatrix} \quad (7.24)$$

astfel că, în mișcarea elicoidală  $(\vec{V}, p)$  a caracteristicii  $C_S$

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\varphi_2) & 0 & \sin(\varphi_2) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\varphi_2) & 0 & \cos(\varphi_2) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\omega) & -\sin(\omega) \\ 0 & \sin(\omega) & \cos(\omega) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_{O_i} \\ Y_{O_i} \\ Z_{O_i} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ p\varphi_2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (7.25)$$

se ajunge la forma de principiu:

$$\Pi \begin{cases} X_1 = X_1[X_{O_i}, Y_{O_i}, Z_{O_i}, \varphi_2]; \\ Y_1 = Y_1[X_{O_i}, Y_{O_i}, Z_{O_i}, \varphi_2]; \\ Z_1 = Z_1[X_{O_i}, Y_{O_i}, Z_{O_i}, \varphi_2]; \end{cases} \quad (7.26)$$

reprezentând ecuațiile suprafeței periferice primare a sculei-melc – suprafața  $\Pi$ .

Asociind suprafeței  $\Pi$  condiția

$$Z_1 = 0, \quad (7.27)$$

se obține secțiunea axială a sculei-melc  $\Pi_A$ , principial, în forma:

$$\Pi_A \begin{cases} X_1 = X_1[X_{0i}, Y_{0i}, Z_{0i}, \varphi_2]; \\ Y_1 = Y_1[X_{0i}, Y_{0i}, Z_{0i}, \varphi_2], \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (7.28)$$

cu variabila  $\varphi_{aA_i}$  reprezentând mărimea parametrului  $\varphi_2$  corespunzător secțiunii axiale,  $Z_1 = 0$ .

• **Linii de contact pe suprafețele în înfășurare**

Liniile de contact între două suprafețe în înfășurare se definesc ca fiind locul geometric al punctelor de tangență între acestea (dacă contactul este linear).

Astfel, între suprafețele: flancul vârtejului de suprafețe cilindrice,  $\Sigma$  (7.7) și flancul sculei-cremalieră,  $S$  (7.11), linia de contact este una dintre generatoarele suprafeței cilindrice  $L_{\Sigma, S}$ .

De asemenea, între flancul sculei-cremalieră,  $S$  (7.11) și flancul suprafeței periferice primare a sculei melc,  $\Pi : L_{S, \Pi}$  (aceasta linie de contact este caracteristica  $C_S$ )

Punctul de intersecție al celor două curbe,  $L_{\Sigma, S}$  și  $L_{S, \Pi}$ , pe suprafața intermediară (flancul cremalierii), este punctul caracteristic al suprafețelor  $S$  (suprafața de generat) și  $\Pi$  (suprafața periferică primară a sculei melc).

• **Exemple numerice**

*Scula melc pentru arbore poligonal*

Se propune un prim exemplu, ca aplicație a algoritmului prezentat pentru profilarea sculei-melc reciproc înfășurătoare unui arbore poligonal cu secțiunea transversală pătrată, figura 7. 5.

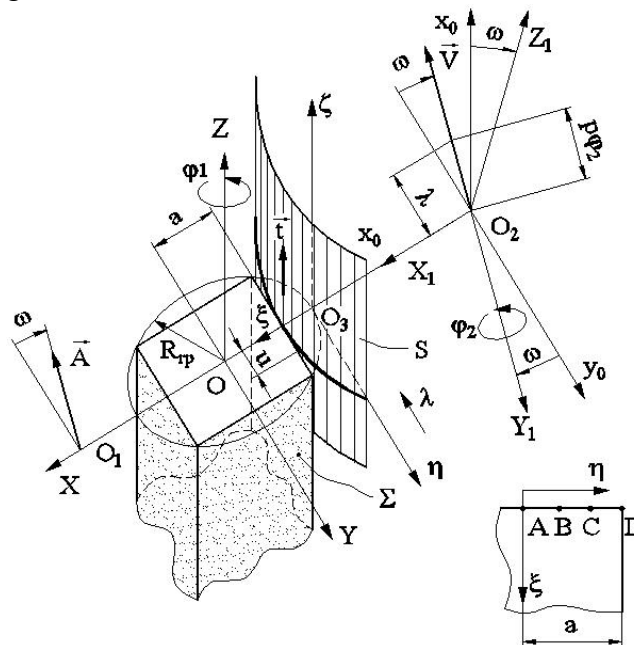


Figura 7. 5. Arbore pătrat. Suprafețele  $S$  și  $\Sigma$  (flancul semifabricatului și flancul cremalierii)

Semnificațiile sistemelor de referință se păstrează, vezi figura 7. 5:

- suprafața de generat, suprafața plană  $\Sigma$ , vezi și ecuațiile (7.7):

$$\Sigma : \begin{cases} X = -a; \\ Y = u; \\ Z = t, \end{cases} \quad (7.29)$$

unde  $a$  - latura pătratului,  $u$  și  $t$  variabile.

- se determină familia de suprafețe  $\Sigma$  în sistemul de referință al sculei cremalieră, vezi ecuațiile (7.8):

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 & 0 \\ \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -a \\ u \\ t \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -R_{r_p} \\ -R_{r_p} \cdot \varphi_1 \\ 0 \end{pmatrix}, \\ \begin{cases} \xi = -a \cos \varphi_1 - u \sin \varphi_1 + R_{r_p}; \\ \eta = -a \sin \varphi_1 + u \cos \varphi_1 + R_{r_p} \cdot \varphi_1; \\ \zeta = t. \end{cases} \end{aligned} \quad (7.30)$$

Se consideră pentru mărimea  $u$  patru valori, vezi tabelul 7. 2,

Tabelul 7. 2. Identificarea coeficienților cremalierii

$u$		Condiția de înfășurare	Puncte pe profilul cremalierii
0	$X_A = -R_{r_p}$ $Y_A = 0$	$\varphi_{1A} = 0$	$\xi_A = -a + R_{r_p}$ $\eta_A = 0$
$\frac{1}{3}a$	$X_B = -R_{r_p}$ $Y_B = \frac{a}{3}$	$\varphi_{1B} = \arcsin \frac{a}{3R_{r_p}}$	$\xi_B = -a \cos \varphi_{1B} - \frac{a}{3} \sin \varphi_{1B} + R_{r_p}$ $\eta_B = -a \sin \varphi_{1B} + \frac{a}{3} \cos \varphi_{1B} + R_{r_p} \cdot \varphi_{1B}$
$\frac{2}{3}a$	$X_C = -R_{r_p}$ $Y_C = 2\frac{a}{3}$	$\varphi_{1C} = \arcsin \frac{2a}{3R_{r_p}}$	$\xi_C = -a \cos \varphi_{1C} - \frac{2a}{3} \sin \varphi_{1C} + R_{r_p}$ $\eta_C = -a \sin \varphi_{1C} + \frac{2a}{3} \cos \varphi_{1C} + R_{r_p} \cdot \varphi_{1C}$
$a$	$X_D = -R_{r_p}$ $Y_D = a$	$\varphi_{1D} = \arcsin \frac{a}{R_{r_p}}$	$\xi_D = -a \cos \varphi_{1D} - a \sin \varphi_{1D} + R_{r_p}$ $\eta_D = -a \sin \varphi_{1D} + a \cos \varphi_{1D} + R_{r_p} \cdot \varphi_{1D}$

$\lambda$	Identificarea constantelor polinomului
0	$D_\xi = \xi_A$ $D_\eta = 0$
1/3	$B_\xi = 3\xi_C - (3/2)\xi_B + (1/3)\xi_A - (5/6)\xi_D$ $B_\eta = 3\eta_C - (3/2)\eta_B + (1/3)\eta_A - (5/6)\eta_D$
2/3	$C_\xi = -(5/6)\xi_A + (1/3)\xi_D + 3\xi_B - (3/2)\xi_C$ $C_\eta = -(5/6)\eta_A + (1/3)\eta_D + 3\eta_B - (3/2)\eta_C$
1	$A_\xi = \xi_D$ $A_\eta = \eta_D$



În baza produsului soft realizat în limbajul Java, se prezintă rezultate numerice pentru un arbore având următoarele caracteristici dimensionale: raza de rulare a piesei 30 mm; latura pătratului 42.42 mm; raza de rulare a sculei 40 mm; pasul circular al piesei 47.12 mm.

În tabelul 7. 3, este prezentat profilul axial al sculei melc în două variante: aproximare cu polinoame Bezier și profil teoretic, determinat printr-o metodă analitică riguroasă. Se definește eroarea profilului aproximat cu polinoame Bezier în raport cu profilul teoretic.

În figura 7. 6 și figura 7. 7, sunt prezentate applet-urile programului cu modelarea formei suprafeței periferice primare a sculei melc și, de asemenea, a secțiunii axiale a melcului.

*Tabelul 7. 3. Profilul axial al sculei melc*

$\lambda$	Profil cu aproximare Bezier		Profil teoretic		Eroare [mm]
	X[mm]	Y[mm]	X[mm]	Y[mm]	
<b>0,000</b>	<b>48,790</b>	<b>-0,001</b>	<b>48,790</b>	<b>-0,001</b>	<b>0,001</b>
0,050	48,769	1,303	48,780	1,303	0,012
0,100	48,705	2,606	48,722	2,606	0,017
0,150	48,600	3,906	48,618	3,907	0,018
0,200	48,452	5,201	48,468	5,203	0,016
0,250	48,262	6,492	48,273	6,493	0,011
0,300	48,029	7,775	48,035	7,775	0,006
<b>0,333</b>	<b>47,852</b>	<b>8,618</b>	<b>47,855</b>	<b>8,617</b>	<b>0,003</b>
0,350	47,753	9,050	47,754	9,049	0,001
0,400	47,434	10,315	47,431	10,313	0,004
0,450	47,072	11,569	47,065	11,566	0,008
0,500	46,665	12,809	46,657	12,806	0,009
0,550	46,214	14,034	46,205	14,031	0,010
0,600	45,718	15,241	45,711	15,239	0,008
0,650	45,177	16,430	45,172	16,429	0,005
<b>0,666</b>	<b>44,994</b>	<b>16,805</b>	<b>44,991</b>	<b>16,806</b>	<b>0,003</b>
0,700	44,589	17,596	44,589	17,598	0,002
0,750	43,954	18,738	43,958	18,743	0,006
0,800	43,271	19,853	43,279	19,860	0,011
0,850	42,538	20,938	42,549	20,947	0,015
0,900	41,754	21,988	41,766	21,998	0,015
0,950	40,917	22,999	40,925	23,007	0,011
<b>1,000</b>	<b>40,022</b>	<b>23,967</b>	<b>40,041</b>	<b>23,948</b>	<b>0,026</b>

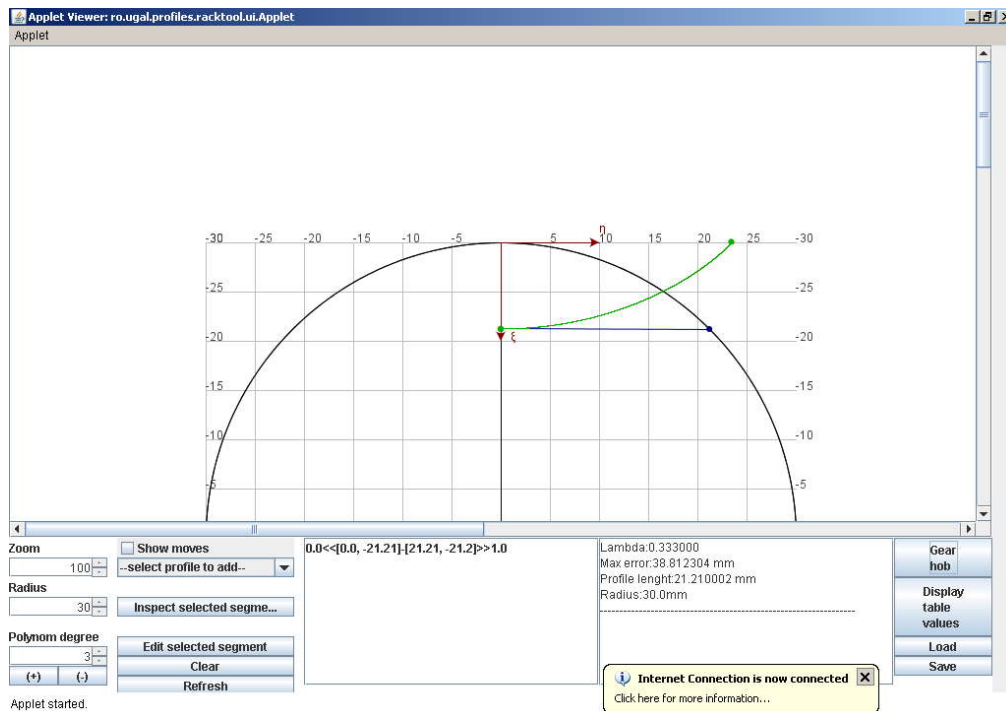


Figura 7. 6. Secțiunea transversală a profilului de generat și secțiunea axială a sculei

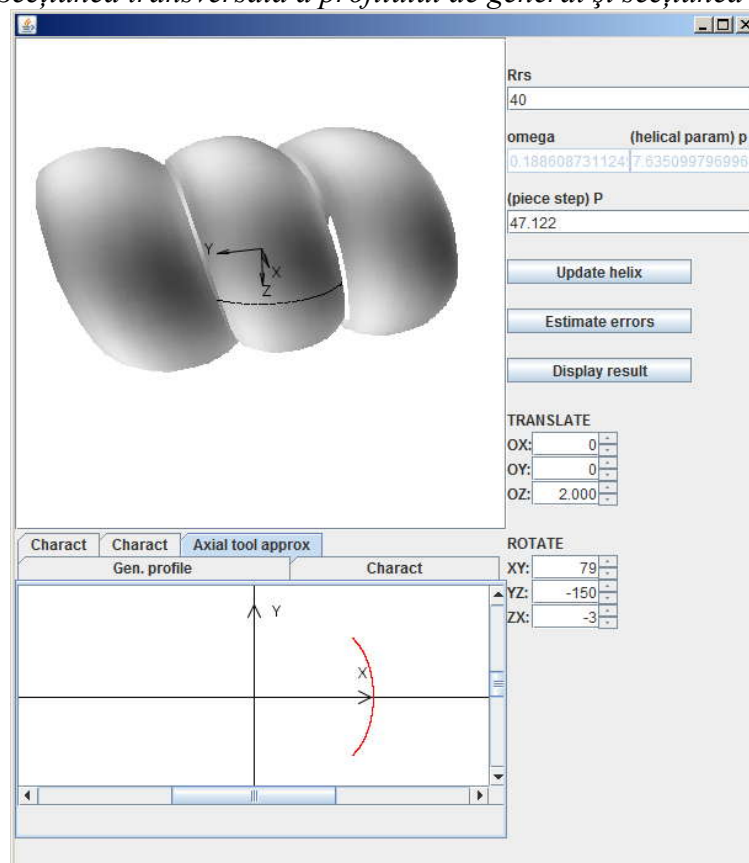


Figura 7. 7. Modelul suprafeței periferice primare a sculei

- **Scula melc pentru roată de lanț (profil compus din arce de cerc)**

În baza produsului soft aplicat succesiv pentru cele două profiluri elementare ale roții de lanț, vezi figura 7. 8, se prezintă rezultate numerice piesa având caracteristicile geometrice: (pasul roți)  $p_{roata} = 15\text{mm}$ ;  $D_{divizare} = 4.8097 \cdot p_{roata} = 36.0727\text{mm}$ ;  $z=15$  dinți.

Puncte caracteristice pe flancul dintelui: A [ -35 ; 0]; B [- 36.25 ; 2.16]; C [ -40 ; 8.660].

Razele semiprofilurilor circulare:  $R_1 = 2.5$  mm;  $R_2 = 7.5$  mm.

Caracteristici dimensionale ale frezei melc:  $R_{rs} = 40$  mm;  $\omega = 0.0597$  rad.; parametrul elicoidal  $p = 16.1807$  mm.

Centroida asociată vârtejului de profiluri ale roții de lanț este cercul de rază  $R_{r_p}$ .

Ecuatiile profilului - arc de cerc -  $AB$  sunt:

$$\Sigma_1 \begin{cases} X = -R_0 + R_1 \cos(\theta) \\ Y = R_1 \sin(\theta) \end{cases} \quad (7.31)$$

$$0 \leq \theta \leq \varepsilon$$

și, de asemenea, pentru arcul  $CD$  sunt:

$$\Sigma_2 \begin{cases} X = -R_0 + (R_1 + R_2) \cos \varepsilon - R_2 \sin \left[ \frac{\pi}{2} + \psi - \varepsilon \right] \cos(\varepsilon - \psi); \\ Y = (R_1 + R_2) \sin \varepsilon - R_2 \cos \left[ \frac{\pi}{2} + \psi - \varepsilon \right] \sin(\varepsilon - \psi); \end{cases} \quad (7.32)$$

$$0 \leq \psi \leq \psi_G.$$

Mărimea unghiului  $\psi_G$  se determină din condiția de intersecție a profilului  $\Sigma_2$  cu cercul exterior, de rază  $R_e$ .

Familia de profiluri  $\Sigma_1$  în sistemul cremalierii reciproc înfășurătoarei profilului roții de lanț (vezi figura 7. 8):

$$(\Sigma_1)_{\varphi_1} \begin{cases} \xi = [-R_0 + R_1 \cos \theta] \cos \varphi_1 - R_1 \sin \theta \sin \varphi_1 + R_{r_p}; \\ \eta = [-R_0 + R_1 \cos \theta] \sin \varphi_1 + R_1 \sin \theta \cos \varphi_1 + R_{r_p} \varphi_1; \\ \zeta = t \end{cases} \quad (7.33)$$

și condiția de înfășurare specifică,

$$\varphi_1 = -\theta + \arcsin \left[ \frac{R_0}{R_{r_p}} \sin \theta \right]. \quad (7.34)$$

care împreună cu ecuațiile (7.33) reprezintă profilul sculei cremalieră, ulterior aproximat prin polinoame Bezier de gradul 3.

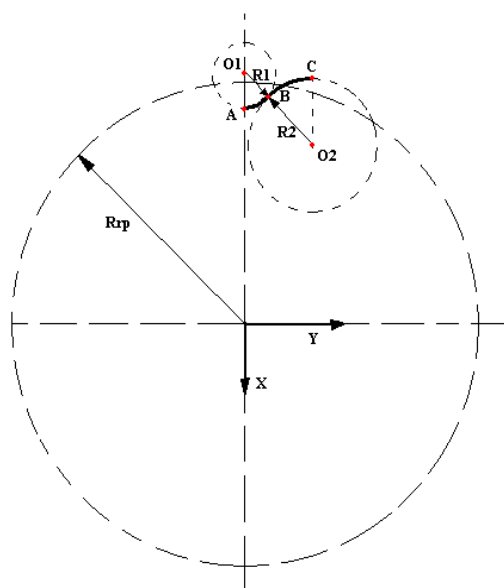


Figura 7. 8. Profilul roții de lanț și puncte caracteristice pe profil

Tabelul 7. 4. Profilul axial al sculei corespunzător arcului AB

$\lambda$	Profil cu aproximare Bezier		Profil teoretic		Eroare [mm]
	X[mm]	Y[mm]	X[mm]	Y[mm]	
<b>0,000</b>	<b>41,000</b>	<b>-0,000</b>	<b>41,000</b>	<b>-0,000</b>	<b>0,000</b>
0,050	40,996	0,130	40,998	0,130	0,002
0,100	40,986	0,260	40,988	0,260	0,002
0,150	40,968	0,389	40,970	0,390	0,002
0,200	40,944	0,518	40,945	0,518	0,002
0,250	40,912	0,644	40,914	0,644	0,001
0,300	40,874	0,769	40,875	0,769	0,001
<b>0,333</b>	<b>40,845</b>	<b>0,851</b>	<b>40,846</b>	<b>0,850</b>	<b>0,000</b>
0,350	40,830	0,892	40,830	0,892	0,000
0,400	40,778	1,013	40,778	1,012	0,001
0,450	40,720	1,130	40,720	1,129	0,001
0,500	40,656	1,244	40,655	1,244	0,001
0,550	40,586	1,355	40,585	1,355	0,001
0,600	40,510	1,462	40,509	1,462	0,001
0,650	40,427	1,565	40,427	1,565	0,000
<b>0,666</b>	<b>40,400</b>	<b>1,597</b>	<b>40,400</b>	<b>1,597</b>	<b>0,000</b>
0,700	40,339	1,663	40,339	1,664	0,000
0,750	40,246	1,757	40,246	1,758	0,001
0,800	40,147	1,845	40,148	1,846	0,001
0,850	40,043	1,927	40,044	1,928	0,002
0,900	39,934	2,003	39,935	2,005	0,002
0,950	39,821	2,073	39,821	2,074	0,001
<b>1,000</b>	<b>39,703</b>	<b>2,135</b>	<b>39,705</b>	<b>2,134</b>	<b>0,003</b>

Tabelul 7. 5. Profilul axial al sculei corespunzător arcului BC

$\lambda$	Profil cu aproximare Bezier		Profil teoretic		Eroare [mm]
	X[mm]	Y[mm]	X[mm]	Y[mm]	
<b>0,000</b>	<b>39,691</b>	<b>2,141</b>	<b>39,691</b>	<b>2,141</b>	<b>0,000</b>
0,050	39,368	2,302	39,366	2,297	0,005
0,100	39,050	2,473	39,047	2,467	0,007
0,150	38,739	2,656	38,735	2,650	0,007
0,200	38,434	2,851	38,431	2,846	0,005
0,250	38,136	3,059	38,135	3,056	0,003
0,300	37,848	3,279	37,848	3,278	0,001
<b>0,333</b>	<b>37,662</b>	<b>3,431</b>	<b>37,663</b>	<b>3,431</b>	<b>0,001</b>
0,350	37,569	3,512	37,570	3,512	0,001
0,400	37,300	3,757	37,301	3,758	0,002
0,450	37,041	4,014	37,044	4,016	0,003
0,500	36,795	4,283	36,797	4,285	0,003
0,550	36,561	4,564	36,562	4,565	0,002
0,600	36,339	4,856	36,340	4,857	0,002
0,650	36,132	5,157	36,132	5,158	0,000
<b>0,666</b>	<b>36,068</b>	<b>5,256</b>	<b>36,068</b>	<b>5,256</b>	<b>0,000</b>
0,700	35,938	5,469	35,937	5,469	0,001
0,750	35,759	5,790	35,757	5,789	0,002
0,800	35,595	6,119	35,593	6,118	0,003
0,850	35,447	6,456	35,444	6,455	0,003
0,900	35,315	6,799	35,312	6,799	0,003
0,950	35,200	7,149	35,198	7,149	0,002
<b>1,000</b>	<b>35,101</b>	<b>7,505</b>	<b>35,103</b>	<b>7,498</b>	<b>0,007</b>

În figura 7. 9, este prezentat applet-ul programului cu modelarea formei suprafeței periferice primare a cremalierii reciproc înfășurătoare roții de lanț, iar în figura 7. 10 este prezentat applet-ul cu modelarea formei suprafeței periferice primare a sculei melc, precum și secțiunea axială a acesteia.

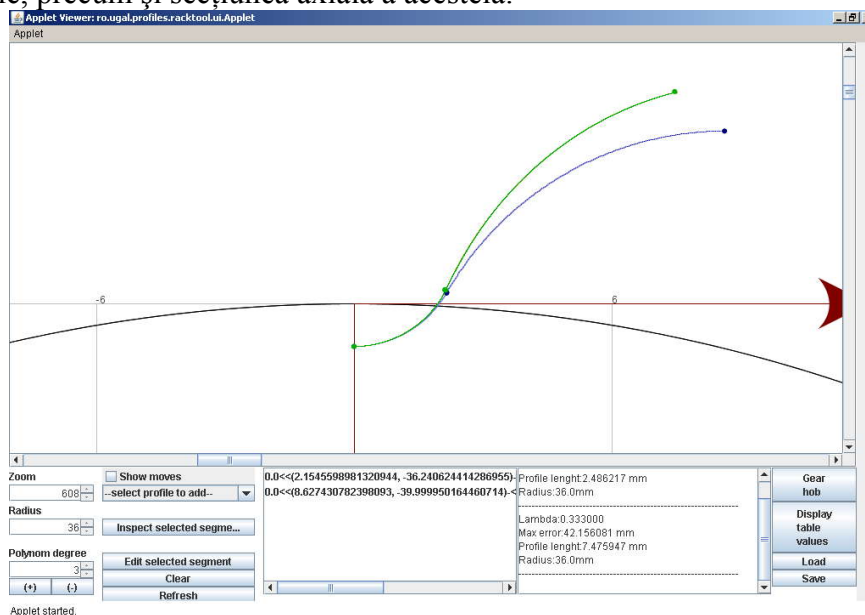


Figura 7. 9. Secțiunea transversală a profilului de generat și secțiunea axială a sculei

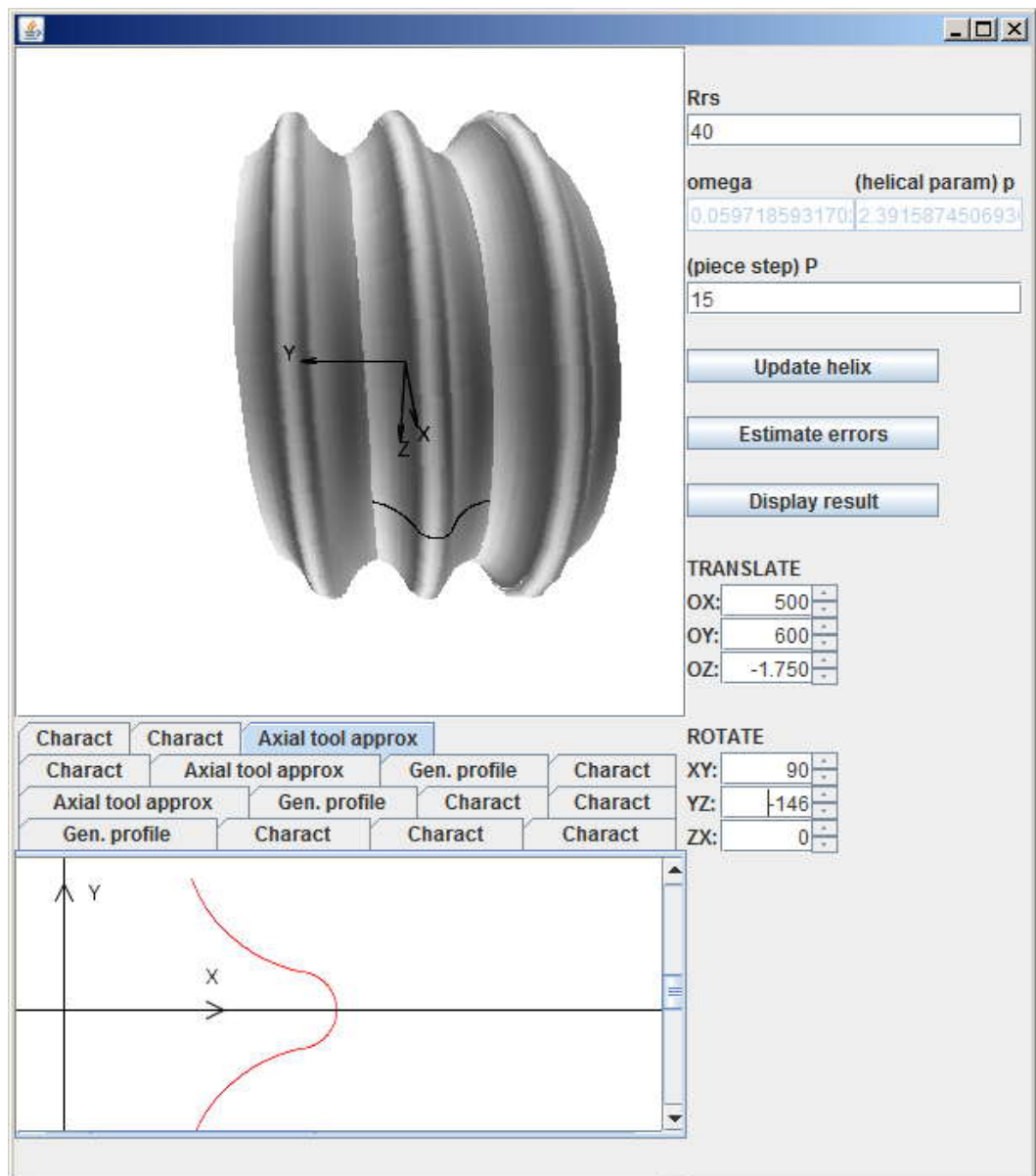


Figura 7. 10. Modelul suprafeței periferice primare a sculei

- **Profil compozit, rotor de compresor elicoidal**

Se analizează profilarea sculei melc pentru un profil compozit reprezentând secțiunea transversală a unui melc cilindric de pas constant, melc aparținând unui rotor de compresor elicoidal. Profilul axial al melcului are următoarele porțiuni de profil.

- AB – arc de cerc de rază  $R_0$  ;
- BC – segment de dreaptă;
- CD – arc de cerc de rază  $r_0$  ;
- AH – curbă polinomială Bezier;
- HG – curbă polinomială Bezier;
- GF – segment de dreaptă;
- FE – arc de cerc de rază  $R_0$  ;

Profilurile elementare consecutive sunt tangente în punctele lor de contact, vezi figura 7. 11.

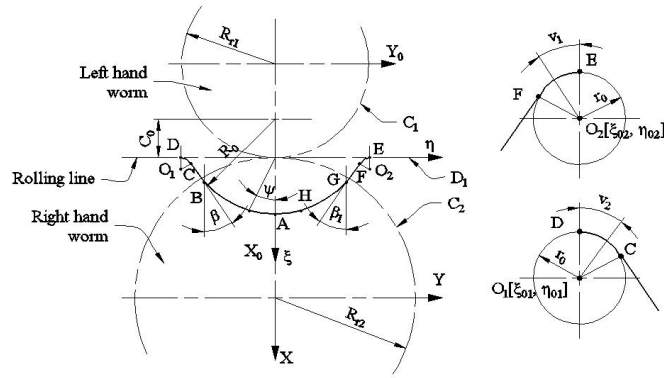


Figura 7. 11. Profilul transversal al melcului

Se definesc ecuațiile parametrice ale profilurilor elementare ale cremalierii reciproc înfășurătoare melcului considerat:

- suprafața cilindrică corespunzătoare arcului  $AB$ :

$$S_{AB} \begin{cases} \xi = R_0 \cos \psi - C_0; \\ \eta = -R_0 \sin \psi + t \sin \beta_d \\ \zeta = t \cos \beta_d. \end{cases} \quad (7.35)$$

$C_0$  - este constantă,  $t$  și  $\psi$  parametri variabili;

$$0 \leq \psi \leq \psi_{\max}; \psi_{\max} = \frac{\pi}{2} - \beta; \quad (7.36)$$

- suprafață plană  $BC$ :

$$S_{BC} \begin{cases} \xi = \xi_B - u \cos \beta; \\ \eta = \eta_B + u \sin \beta + t \sin \beta_d; \\ \zeta = t \cos \beta_d, \end{cases} \quad (7.37)$$

$t, u$  - parametri variabili,  $\beta = \frac{\pi}{2} - \psi_{\max}$ ;  $\xi_B, \eta_B$  - sunt determinați din ecuația (7.35)

când  $\psi = \psi_{\max}$

- suprafață cilindrică corespunzătoare arcului  $CD$ ,

$$S_{CD} \begin{cases} \xi = \xi_{O_1} - r_0 \cos v; \\ \eta = \eta_{O_1} + r_0 \sin v + t \sin \beta_d; \\ \zeta = t \cos \beta_d, \end{cases} \quad (7.38)$$

$t$  și  $v$  parametri variabili;  $\xi_{O_1}, \eta_{O_1}$  - coordonatele centrului cercului fiind valori constructive,

$$0 \leq v \leq \frac{\pi}{2} - \beta; \quad (7.39)$$

- suprafețe cilindrice corespunzătoare arcelor  $AH$  și  $HG$  (pentru  $AH$  se consideră un polinom Bezier de gradul 2)

$$S_{AH} \begin{cases} \xi = P_{\xi_{AH}} = \lambda_1^2 A_\xi + 2(1 - \lambda_1)\lambda_1 B_\xi + (1 - \lambda_1)^2 C_\xi; \\ \eta = P_{\eta_{AH}} = \lambda_1^2 A_\eta + 2(1 - \lambda_1)\lambda_1 B_\eta + (1 - \lambda_1)^2 C_\eta + t \sin \beta_d; \\ \zeta = t \cos \beta_d. \end{cases} \quad (7.40)$$

cu  $0 \leq \lambda_1 \leq 1$ , și similar pentru  $HG$ ,

$$S_{HG} \begin{cases} \xi = P_{\xi_{HG}} = \lambda_2^2 D_\xi + 2(1-\lambda_2)\lambda_2 E_\xi + (1-\lambda_2)^2 F_\xi; \\ \eta = P_{\eta_{HG}} = \lambda_2^2 D_\eta + 2(1-\lambda_2)\lambda_2 E_\eta + (1-\lambda_2)^2 F_\eta + t \sin \beta_d; \\ \zeta = t \cos \beta_d, \end{cases} \quad (7.41)$$

cu  $0 \leq \lambda_2 \leq 1$ .

Coefficienții polinoamelor din ecuațiile (7.40) și (7.41) se deduc din condițiile:

- punct comun în -  $A$ , și condiții de tangență între  $S_{AB}$  și  $S_{AH}$ ;
- punct comun în -  $G$ , și condiții de tangență între  $S_{FG}$  și  $S_{HG}$ ;
- punct comun în -  $H$ , și condiții de tangență între  $S_{AH}$  și  $S_{HG}$ ;

- suprafața plană pe porțiunea  $EF$ :

$$S_{EF} \begin{cases} \xi(u_1) = \xi_F + u_1 \cos \beta_1; \\ \eta(u_1) = \eta_F - u_1 \sin \beta_1 + t \sin \beta_d; \\ \zeta = t \cdot \cos \beta_d, \end{cases} \quad (7.42)$$

cu  $0 \leq u_1 \leq u_{1\max}$ , și  $\beta_1$  parametri constructivi;

- suprafața cilindrică pe porțiunea  $CD$ :

$$S_{CD} \begin{cases} \xi = \xi_{O_2} - r_0 \cos v_1; \\ \eta = [L_p - \eta_{O_2}] + r_0 \sin v_1 + t \sin \beta_d; \\ \zeta = t \cos \beta_d, \end{cases} \quad (7.43)$$

cu  $\xi_{O_2}, \eta_{O_2}$  - coordonatele centrului cercului și  $L_p$  lungimea profilului cremalierii în direcția axei de translație.

În figura 7. 12, se prezintă sistemele de referință solidare cu cremaliera reciproc înfășurătoare melcului de compresor, precum și poziția axei viitoare a sculei melc, vezi și figura 7. 1.

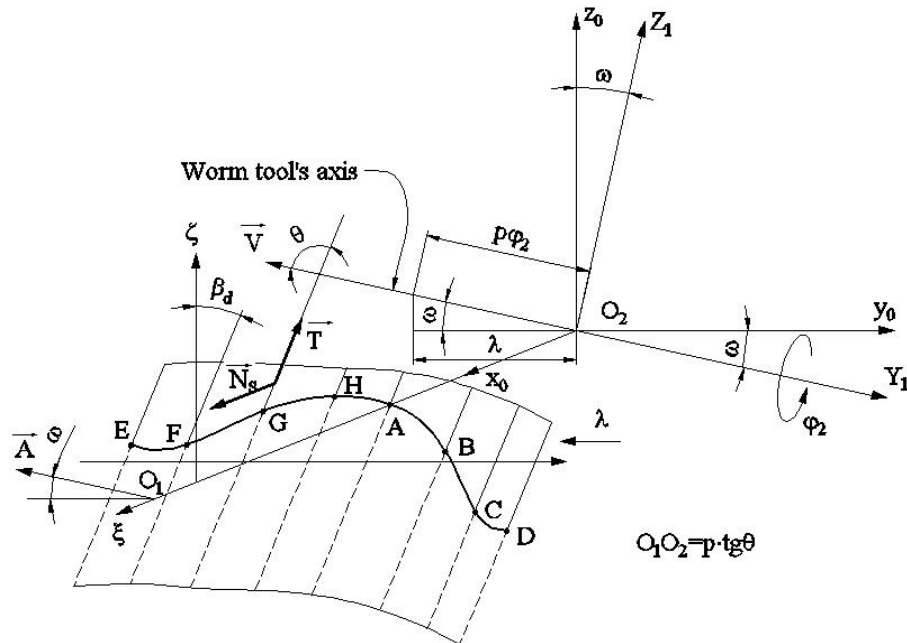


Figura 7. 12. Descompunerea mișcării elicoidale

Se definesc:

$$\omega = \beta_d \pm \omega_s, \tan \omega_s = \frac{p}{R_s} \quad (7.44)$$



precum și normalele la suprafața cilindrică a cremalierii, vezi tabelul 7. 6.

Tabelul 7. 6. Vectorii normală la suprafață

Zona	Vectorul normală
$S_{AB}$	$\vec{N}_{S_{AB}} = (-\cos\psi\vec{i} + \sin\psi\vec{j})\cos\beta_d - \sin\psi\sin\beta_d\vec{k}$
$S_{BC}$	$\vec{N}_{S_{BC}} = (\sin\beta\vec{i} + \cos\beta\vec{j})\cos\beta_d - \cos\beta\sin\beta_d\vec{k}$
$S_{CD}$	$\vec{N}_{S_{CD}} = (\cos v\vec{i} - \sin v\vec{j})\cos\beta_d + \sin v\sin\beta_d\vec{k}$
$S_{AH}$	$\vec{N}_{S_{AH}} = \left(\frac{\partial\eta}{\partial\lambda_1}\vec{i} - \frac{\partial\xi}{\partial\lambda_1}\vec{j}\right)\cos\beta_d + \frac{\partial\xi}{\partial\lambda_1}\sin\beta_d\vec{k}$
$S_{HG}$	$\vec{N}_{S_{HG}} = \left(\frac{\partial\eta}{\partial\lambda_2}\vec{i} - \frac{\partial\xi}{\partial\lambda_2}\vec{j}\right)\cos\beta_d + \frac{\partial\xi}{\partial\lambda_2}\sin\beta_d\vec{k}$
$S_{FG}$	$\vec{N}_{S_{FG}} = (-\sin\beta_1\vec{i} - \cos\beta_1\vec{j})\cos\beta_d + \cos\beta_1\sin\beta_d\vec{k}$
$S_{EF}$	$\vec{N}_{S_{EF}} = (\cos v_1\vec{i} - \sin v_1\vec{j})\cos\beta_d + \sin v_1\sin\beta_d\vec{k}$

Se poate scrie acum, pentru fiecare porțiune, condiția de înfășurare, de tipul

$$\begin{vmatrix} N_{X_0} & N_{Y_0} & N_{Z_0} \\ X_0 - a & Y_0 & Z_0 \\ 0 & -\cos\omega & \sin\omega \end{vmatrix} = 0 \quad (7.45)$$

cu  $X_0, Y_0, Z_0$  ecuațiile flancului profilului, vezi ecuațiile (7.35)...(7.43).

• **Rezultate numerice**

Pentru un melc având caracteristicile:  $A_{12} = 80\text{mm}$ ;  $r_0 = 1.1\text{mm}$ ;  $R_0 = 22\text{mm}$  și punctele de control D [-25.267; -52.000]; C [-24.282; -51.357]; B [-19.671; -42.149]; A [6.938; -30.000]; G [20.671; -45.957]; E [24.057; -51.444]; F [24.998; -52.000], se definesc, în conformitate cu algoritmul anterior prezentat, coordonatele profilului axial al sculei melc, vezi tabelul 7. 7.

Tabelul 7. 7. Secțiunea axială a suprafeței periferice primare a sculei melc

Nr. crt	X[mm]	Y[mm]
1	46.000	-25.590
2	46.001	-25.587
3	46.001	-25.583
4	46.002	-25.579
5	46.002	-25.570
6	46.003	-25.562
7	46.003	-25.554
8	46.004	-25.551
9	46.004	-25.548
10	46.005	-25.542
11	46.006	-25.533
12	46.006	-25.524
13	46.007	-25.519
14	46.008	-25.515
15	46.008	-25.512

16	46.009	-25.505
17	46.010	-25.497
18	46.010	-25.489
19	46.011	-25.484
...	...	...
350	66.817	9.018
351	66.761	9.184
352	66.704	9.349
353	66.648	9.514
354	66.586	9.678
355	66.525	9.841
356	66.460	10.004
357	66.395	10.166
358	66.327	10.327
359	66.259	10.488
360	66.187	10.647
361	66.115	10.806
362	66.040	10.962
363	65.962	11.118
364	65.884	11.274
365	65.803	11.429
366	65.721	11.583
367	65.637	11.735
368	65.549	11.885
369	65.461	12.036
370	65.370	12.185
...	...	...
681	46.027	25.113
682	46.025	25.121
683	46.022	25.138
684	46.019	25.155
685	46.016	25.172
686	46.015	25.182
687	46.014	25.189
688	46.013	25.196
689	46.013	25.202
690	46.012	25.204
691	46.011	25.208
692	46.009	25.225
693	46.007	25.243
694	46.005	25.260
695	46.003	25.277
696	46.002	25.291
697	46.002	25.298
698	46.001	25.306
699	46.001	25.312
700	46.000	25.315
701	46.000	25.318

În figura 7. 13, se prezintă applet-ul, realizat în limbajul Java, dedicat prezentului exemplu.

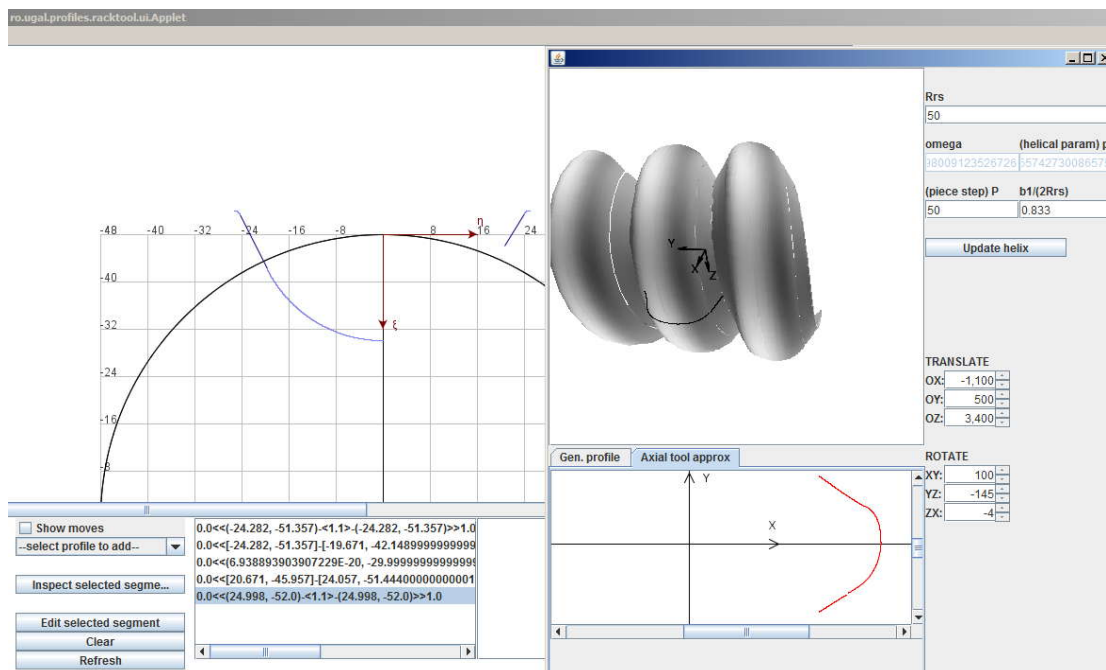


Figura 7. 13. Applet - secțiunea axială a suprafeței periferice primare a sculei melc

## 7.2. Elaborarea de produse soft (Produs soft pentru profilarea suprafețelor periferice primare ale sculelor generatoare prin înfășurare cu contact punctiform – freza melc)

- **Profilarea frezei melc (pentru generarea prin înfășurare cu contact punctiform)**

- **Introducerea profilului piesei**

Aplicația permite configurarea profilului piesei de generat, ca profil compus al mai multor profiluri elementare (segment de dreaptă, arc de cerc, arc de evolventa, arc de epicicloida, profiluri cunoscute discret). Condiția de tangență între profilurile componente ale profilului piesei trebuie rezolvată apriori de către utilizator. De asemenea, se pot introduce profiluri elementare care prezintă discontinuități, de contact sau tangență, în scopul modelării discontinuităților ce rezulta pe profilul frezei melc.

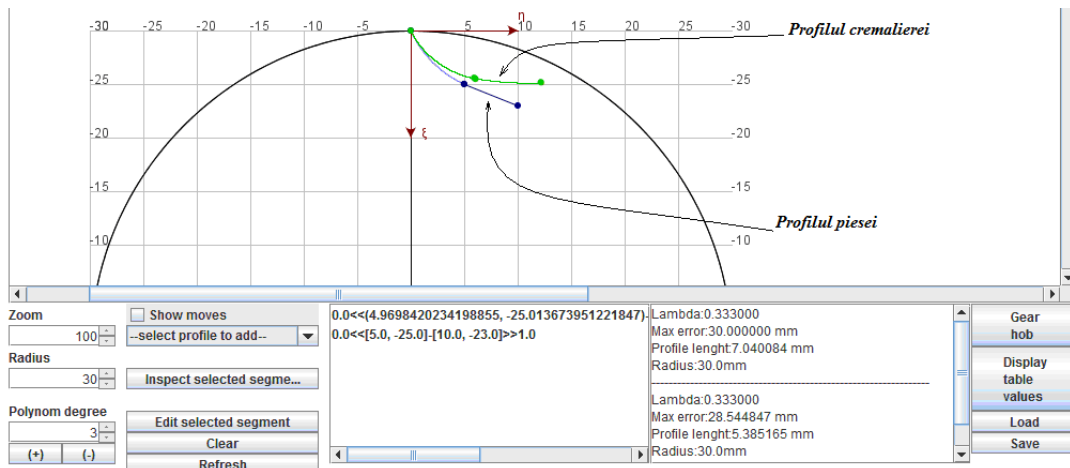


Figura 7. 14. Applet Java – fereastra de configurare a profilurilor piesei și a cremalierii reciproc înfășurătoare

Din bara de unelte „select profile to add” se poate alege tipul de profil elementar adăugat la profilul piesei, parametrii acestuia fiind introduși într-o fereastră asemănătoare cu cea din figura 7. 14. În cazul segmentelor de dreaptă, utilizatorul precizează coordonatele capetelor acestuia. În cazul arcelor de cerc, utilizatorul precizează coordonatele capetelor arcului și mărimea raza cercului din care face parte (raza fiind „pozitivă” sau „negativă”, pentru a putea controla concavitatea / convexitatea arcului de cerc); în cazul arcului de evolventa, utilizatorul precizează punctul inițial al arcului de evolventa, mărimea razelor de bază, interioară și exterioară, între care este trasat arcul de evolventă; de asemenea, se poate controla sensul în care este trasat arcul de evolventă – trigonometric / invers trigonometric). În cazul arcului de epicycloidă, utilizatorul introduce coordonatele punctului inițial al arcului, mărimea razelor cercului mobil (ruleta) și a cercului fix (baza) precum și mărimea unghiului de rulare.

Nu în ultimul rând, aplicația permite introducerea de profiluri discrete prin fișiere (CSV) de coordonate, approximate ulterior în mod automat de către program sub forma unor polinoame Bezier al căror grad poate fi ales din bara de instrumente.

Utilizatorul poate edita parametrii unui profil deja adăugat sau inspecta (extrage coordonatele punctelor de pe) un profil existent în program.

Se pot modifica mărimea razei semifabricatului sau gradul polinomului de aproximare folosit pentru aproximarea profilurilor elementare.

Se permite, de asemenea, salvarea și încărcarea coordonatelor profilurilor compuse în / din fișiere.

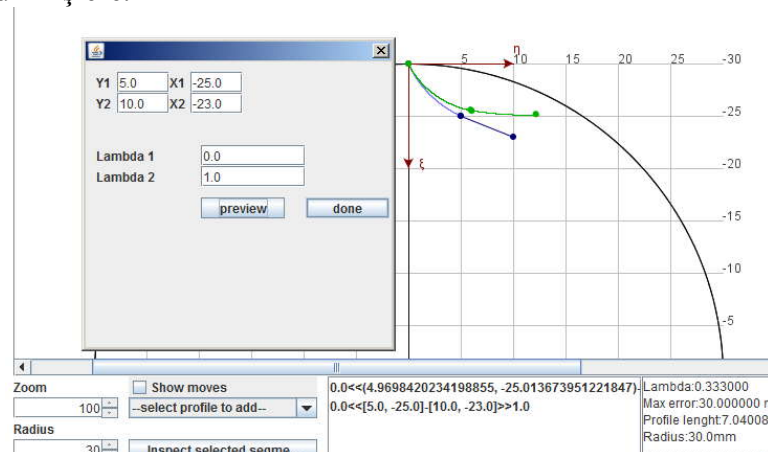


Figura 7. 15. Applet – fereastra configurare profil elementar segment de dreaptă

- **Profilarea sculei melc**

Prin activarea butonului „Gear hob” este încărcată fereastra din figura 7. 15 care permite vizualizarea suprafeței elicoidale(periferică primară) a frezei melc, precum și trasarea curbei caracteristice și determinarea erorii de aproximare între secțiunea axială a frezei melc modelată utilizând una din teoremele fundamentale ale înfășurării (profil teoretic) și cea obținută prin aproximări cu polinoame Bezier.

Se pot alege atât mărimea razei cilindrului de divizare al frezei melc precum și pasul frezei melc, în corelație cu pasul circular al piesei.

Reprezentarea grafică din program permite translația și rotirea modelului 3D al sculei melc, pentru asigurarea vizualizării dorite.

Coordonatele profilurilor generator (profilul cremalierii asociate), al curbei caracteristice și al secțiunii axiale a suprafeței periferice primare a frezei melc pot fi exportate sub formă de fișiere CSV (comma separated values).

Unghiul omega (unghiul de înclinare al axei sculei melc) precum și parametrul elicoidal, sunt mărimi calculate automat de sistem.

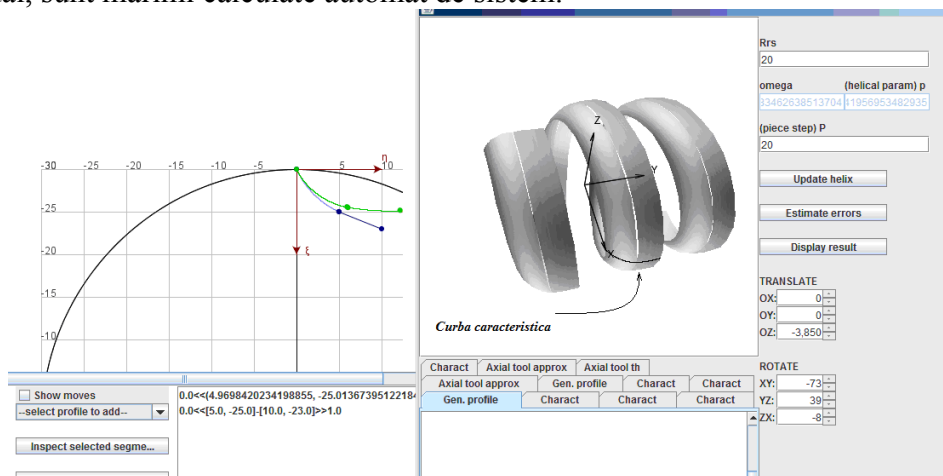


Figura 7. 16. Applet– fereastra de generare a suprafeței periferice primare a sculei melc

- **Profilarea suprafeței periferice primare a sculei melc având ca bază profilul cremalierii asociate**

Într-o manieră asemănătoare celei indicate mai sus, se introduc coordonatele profilului cremalierii generatoare. Totuși, spre deosebire de cazul precedent, programul permite ca discontinuitățile de pe suprafața cremalierii (profilul transversal al acesteia) (vezi figura 7. 16) să fie înlocuite prin două polinoame Bezier (vezi figura 7. 17), ale căror coeficienți sunt calculați automat de aplicație astfel încât să se asigure continuitatea profilului cremalierii, la nivelul speței I și II de continuitate.

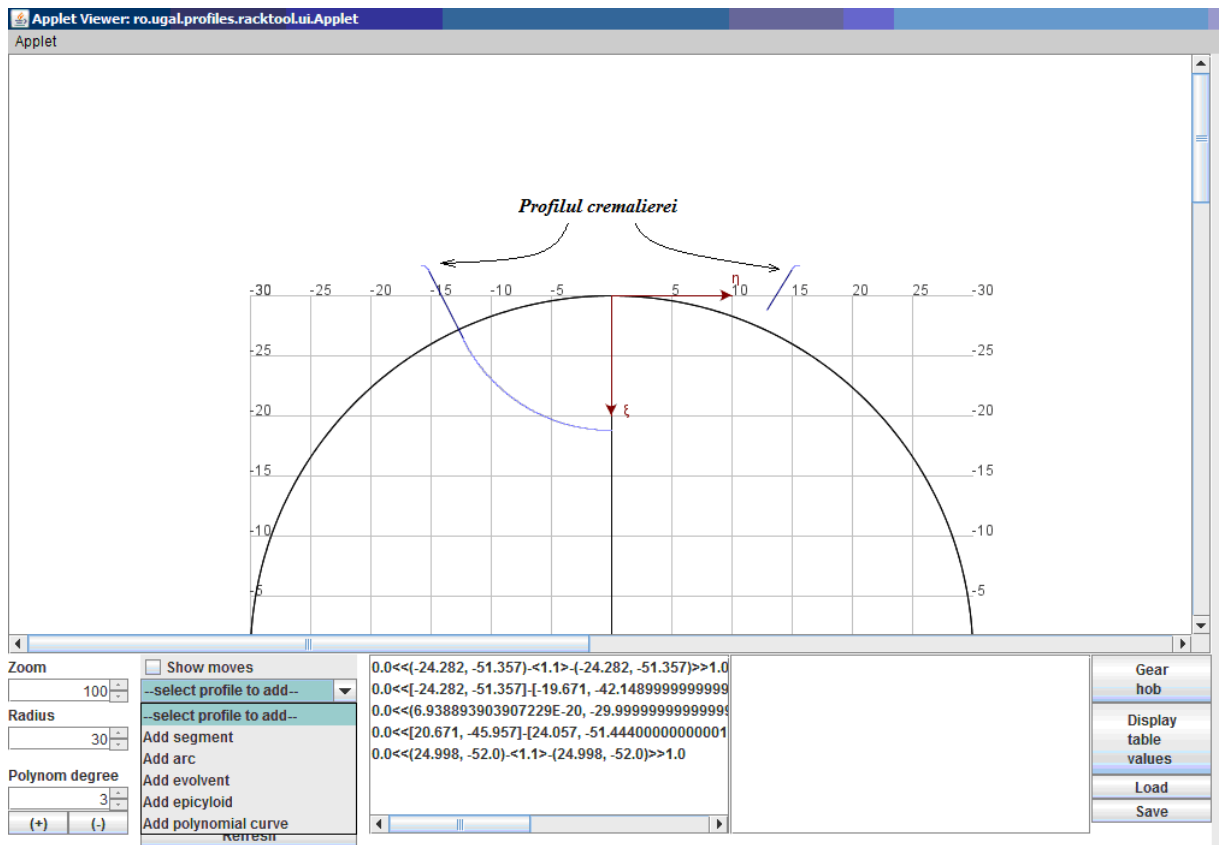


Figura 7. 17. Applet –configurarea profilului cremalieriei

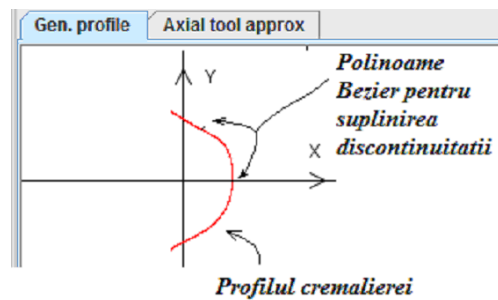


Figura 7. 18. Captura ecran – profilul cremalieriei după suplinirea discontinuității prin polinoame Bezier

În applet, se prezintă modelele suprafețelor periferice primare ale sculelor melc pentru generarea melcului condus (figura 7. 19) respective conducător (figura 7. 20) din construcția compresorului elicoidal. Programul permite exportul coordonatelor profilurilor secțiunilor axiale ale sculelor melc în fișiere de tip CSV (comma separated values), care pot fi ulterior prelucrate în vederea comandării unei mașini cu comanda numerică pentru realizarea și controlul sculelor melc. De asemenea, pe modelele suprafețelor periferice ale sculelor melc sunt trasate curbele caracteristice (curba de contact între flancurile cremalieriei și suprafața periferică primară a sculei melc), ale căror coordonate pot fi, în același mod, exportate sub forma de fișiere. Cunoașterea curbei caracteristice permite evidențierea continuității (de ambele spețe) ale profilurilor axiale ale suprafețelor periferice primare ale sculelor melc.

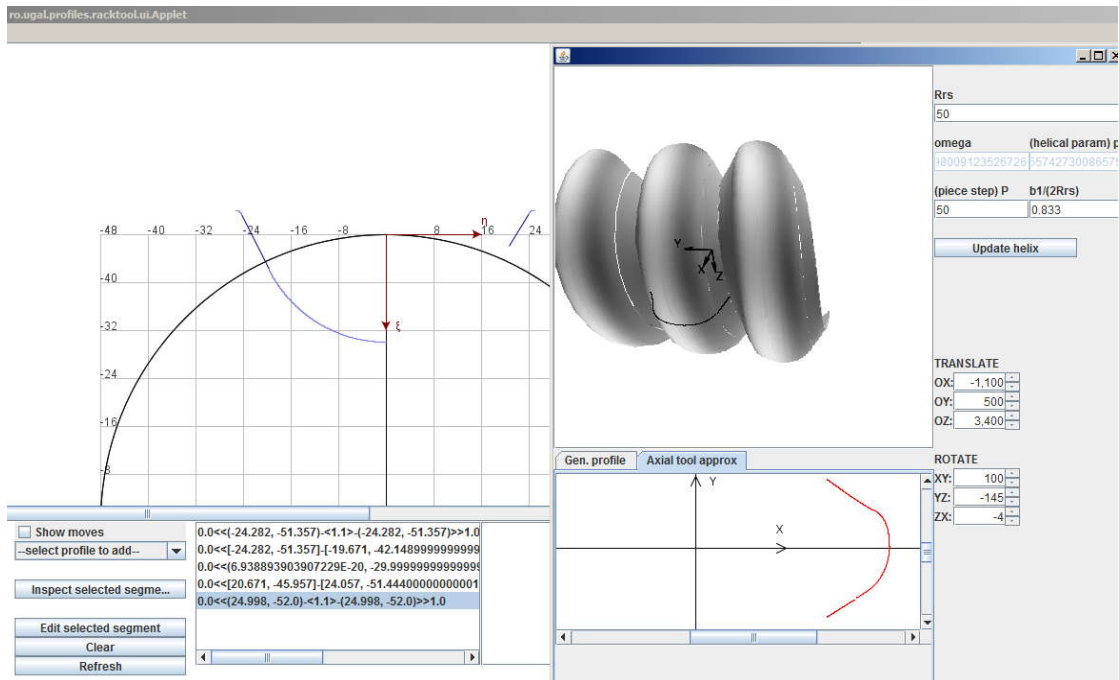


Figura 7. 19. Applet - profilarea suprafeței periferice primare a sculei melc pentru generarea melcului condus

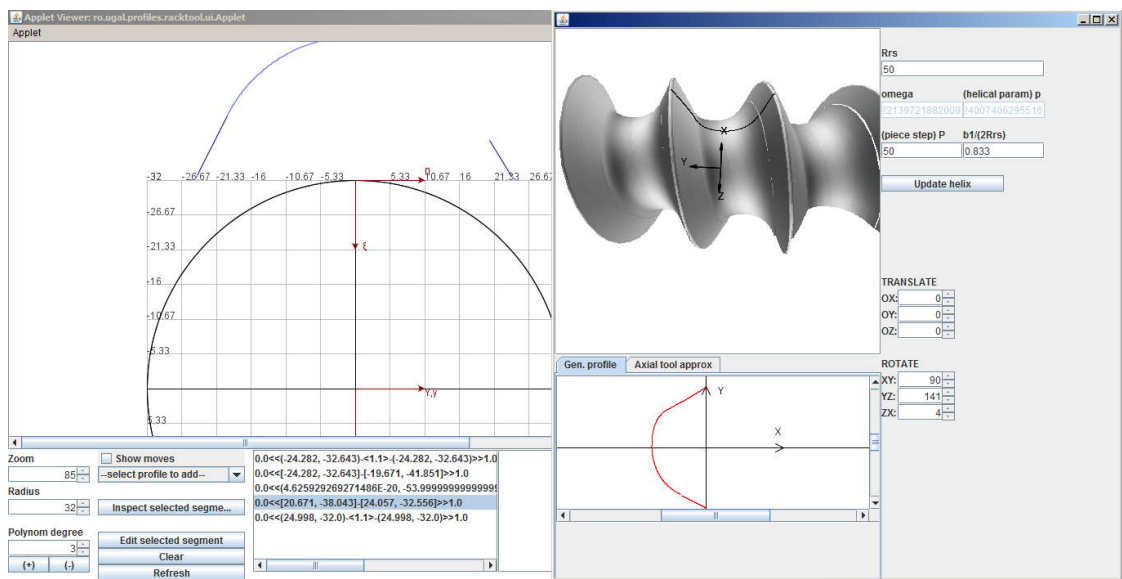


Figura 7. 20. Applet - profilarea suprafeței periferice primare a sculei melc pentru generarea melcului conducător

- **Algoritm pentru modelarea de corecție a suprafeței periferice primare a sculei-melc**

În conformitate cu principiul enunțat, vezi Obiectivul 6, al realizării unei noi ținte (suprafață fictivă) de generat, se imaginează un algoritm pentru profilarea de corecție a formei suprafeței periferice primare a sculei-melc, pentru generarea prin înfășurare, prin metoda rulării, a unui vârtej ordonat de profiluri asociat unei centroide (de regulă, de forma circulară)

### Noua țintă (generatoarea fictivă)

Pentru situația în care profilul efectiv generat  $G_E$  nu coincide cu profilul teoretic  $G_T$  (practic, nu se află în câmpul de toleranță acceptat al acestuia) se imaginează o modalitate de corecție a sculei generatoare (scula-melc) prin acceptarea unei noi ținte a generării – profilul fictiv,  $G_F$ , vezi figura 7. 21.

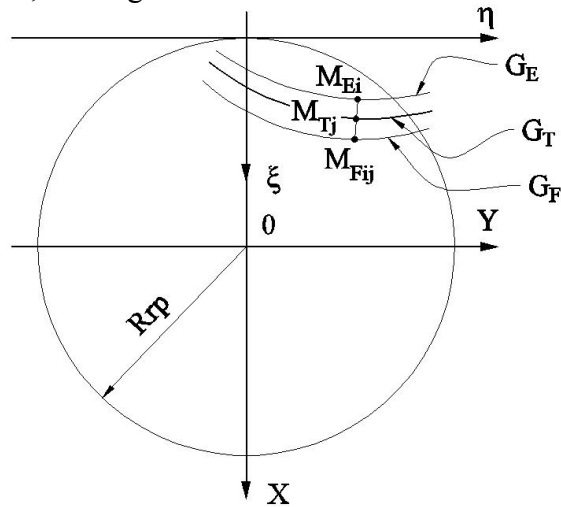


Figura 7. 21. Profilurile efectiv, teoretic și fictiv ale piesei

Profilul efectiv (măsurat) al piesei este cunoscut printr-o matrice de coordonate

$$G_E = \begin{pmatrix} X_{Ei} \\ Y_{Ei} \end{pmatrix}^T ; (i=1...n), \quad (7.46)$$

cu  $n$  finit.

Pornind de la aceste coordonate, se calculează o nouă țintă a generării, *generatoarea fictivă*  $G_F$ , ca „oglindită” a generatoarei efective  $G_E$ , față de generatoarea teoretică,  $G_T$ . Astfel, pentru punctul  $M_{Ei}$  al generatoarei efective se determină distanța minimă față de generatoarea teoretică

$$G_{Tj} = \begin{pmatrix} X_{Tj} \\ Y_{Tj} \end{pmatrix}^T ; (j=1...m), \quad (7.47)$$

ca fiind

$$\delta_{ij} = \left( \sqrt{(X_{Tj} - X_{Ei})^2 + (Y_{Tj} - Y_{Ei})^2} \right)_{\min} ; (i=1...n; j=1...m). \quad (7.48)$$

În baza acestei distanțe, se calculează o nouă țintă, generatoarea fictivă,  $G_{Fij}$ , cu relațiile:

$$\begin{aligned} X_{Fij} &= X_{Tj} + \delta(1+k)l; \\ Y_{Fij} &= Y_{Tj} + \delta(1+k)m. \end{aligned} \quad (7.49)$$

cu

$$l = \frac{X_{Tj} - X_{Ei}}{\delta}; m = \frac{Y_{Tj} - Y_{Ei}}{\delta}, \quad (7.50)$$

și  $k$  factor de amplificare.

Se obține, astfel, o nouă generatoare țintă, profilul fictiv al generatoarei  $G_F$ , în raport cu care se reprofilează suprafața periferică primară a sculei-melc.

**Notă:** O astfel de corecție este realmente posibilă pentru sculele melc abrazive ale căror profileuri pot fi corectate cu o mai mare ușurință.

În figura 7. 22, se prezintă cazul profilării sculei melc pentru generarea unui arbore poligonal cu secțiune pătrată.



Se propune un model al generatoarei fictive, vezi tabelul 7. 8, în baza căruia se determină modelul generatoarei fictive, ca bază pentru profilarea corectivă a suprafeței periferice primare a sculei melc.

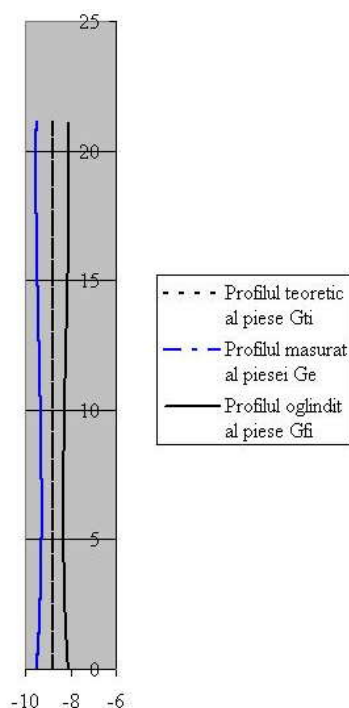


Figura 7. 22.

Tabelul 7. 8. Profilurile teoretic, fictiv și efectiv ale piesei (arbore pătrat cu semilatura  $a=21.21\text{ mm}$ ,  $Rrp=30\text{ mm}$ )

Profilul teoretic		Profilul efectiv		Profilul fictiv	
X[mm]	Y[mm]	X[mm]	Y[mm]	X[mm]	Y[mm]
-8.790	0.000	-9.480	0.000	-8.100	0.000
-8.790	0.214	-9.464	0.213	-8.116	0.213
-8.790	0.428	-9.449	0.425	-8.131	0.425
-8.790	0.643	-9.435	0.638	-8.145	0.638
-8.790	0.857	-9.422	0.851	-8.158	0.851
-8.790	1.071	-9.409	1.064	-8.171	1.064
-8.790	1.285	-9.396	1.277	-8.184	1.277
-8.790	1.500	-9.385	1.490	-8.195	1.490
-8.790	1.714	-9.374	1.703	-8.206	1.703
-8.790	1.928	-9.363	1.916	-8.216	1.916
-8.790	2.142	-9.354	2.129	-8.226	2.129
-8.790	2.357	-9.344	2.342	-8.235	2.342
-8.790	2.571	-9.336	2.555	-8.244	2.555
-8.790	2.785	-9.328	2.768	-8.252	2.768
-8.790	2.999	-9.320	2.981	-8.259	2.981
-8.790	3.214	-9.314	3.194	-8.266	3.194
-8.790	3.428	-9.307	3.407	-8.273	3.407
-8.790	3.642	-9.301	3.621	-8.278	3.621
-8.790	3.856	-9.296	3.834	-8.284	3.834
-8.790	4.071	-9.291	4.047	-8.288	4.047
-8.790	4.285	-9.287	4.260	-8.293	4.260
-8.790	4.499	-9.284	4.473	-8.296	4.473
-8.790	4.713	-9.280	4.687	-8.300	4.687

-8.790	4.928	-9.277	4.900	-8.302	4.900
-8.790	5.142	-9.275	5.113	-8.305	5.113
-8.790	5.356	-9.273	5.326	-8.307	5.326
-8.790	5.570	-9.272	5.540	-8.308	5.540
-8.790	5.785	-9.271	5.753	-8.309	5.753
-8.790	5.999	-9.270	5.966	-8.310	5.966
-8.790	6.213	-9.270	6.179	-8.310	6.179
-8.790	6.427	-9.270	6.393	-8.310	6.393
-8.790	6.642	-9.271	6.606	-8.309	6.606
-8.790	6.856	-9.271	6.819	-8.309	6.819
-8.790	7.070	-9.273	7.032	-8.307	7.032
-8.790	7.284	-9.274	7.245	-8.306	7.246
-8.790	7.498	-9.276	7.459	-8.304	7.459
-8.790	7.713	-9.278	7.672	-8.302	7.672
-8.790	7.927	-9.281	7.885	-8.299	7.885
-8.790	8.141	-9.284	8.098	-8.296	8.099
-8.790	8.355	-9.287	8.312	-8.293	8.312
-8.790	8.570	-9.290	8.525	-8.290	8.525
-8.790	8.784	-9.294	8.738	-8.286	8.738
-8.790	8.998	-9.298	8.951	-8.282	8.951
-8.790	9.212	-9.302	9.165	-8.278	9.165
-8.790	9.427	-9.306	9.378	-8.274	9.378
-8.790	9.641	-9.311	9.591	-8.269	9.591
-8.790	9.855	-9.316	9.804	-8.264	9.804
-8.790	10.069	-9.320	10.017	-8.260	10.017
-8.790	10.284	-9.325	10.231	-8.254	10.231
-8.790	10.498	-9.331	10.444	-8.249	10.444
-8.790	10.712	-9.336	10.657	-8.244	10.657
-8.790	10.926	-9.342	10.870	-8.238	10.870
-8.790	11.141	-9.347	11.083	-8.233	11.083
-8.790	11.355	-9.353	11.296	-8.227	11.297
-8.790	11.569	-9.359	11.510	-8.221	11.510
-8.790	11.783	-9.365	11.723	-8.215	11.723
-8.790	11.998	-9.371	11.936	-8.209	11.936
-8.790	12.212	-9.377	12.149	-8.203	12.149
-8.790	12.426	-9.383	12.362	-8.197	12.362
-8.790	12.640	-9.389	12.575	-8.191	12.576
-8.790	12.855	-9.395	12.789	-8.185	12.789
-8.790	13.069	-9.401	13.002	-8.179	13.002
-8.790	13.283	-9.407	13.215	-8.173	13.215
-8.790	13.497	-9.413	13.428	-8.167	13.428
-8.790	13.712	-9.419	13.641	-8.161	13.641
-8.790	13.926	-9.425	13.854	-8.155	13.855
-8.790	14.140	-9.431	14.068	-8.149	14.068
-8.790	14.354	-9.437	14.281	-8.143	14.281
-8.790	14.568	-9.443	14.494	-8.137	14.494
-8.790	14.783	-9.449	14.707	-8.131	14.707
-8.790	14.997	-9.454	14.920	-8.126	14.920
-8.790	15.211	-9.460	15.133	-8.120	15.134
-8.790	15.425	-9.465	15.347	-8.115	15.347
-8.790	15.640	-9.470	15.560	-8.110	15.560
-8.790	15.854	-9.475	15.773	-8.105	15.773
-8.790	16.068	-9.480	15.986	-8.100	15.986
-8.790	16.282	-9.484	16.199	-8.096	16.200

-8.790	16.497	-9.489	16.413	-8.091	16.413
-8.790	16.711	-9.493	16.626	-8.087	16.626
-8.790	16.925	-9.497	16.839	-8.083	16.839
-8.790	17.139	-9.500	17.052	-8.080	17.052
-8.790	17.354	-9.504	17.266	-8.076	17.266
-8.790	17.568	-9.507	17.479	-8.073	17.479
-8.790	17.782	-9.509	17.692	-8.070	17.692
-8.790	17.996	-9.512	17.905	-8.068	17.905
-8.790	18.211	-9.514	18.118	-8.066	18.119
-8.790	18.425	-9.516	18.332	-8.064	18.332
-8.790	18.639	-9.517	18.545	-8.062	18.545
-8.790	18.853	-9.518	18.758	-8.061	18.758
-8.790	19.068	-9.519	18.971	-8.061	18.972
-8.790	19.282	-9.519	19.185	-8.060	19.185
-8.790	19.496	-9.519	19.398	-8.060	19.398
-8.790	19.710	-9.519	19.611	-8.061	19.611
-8.790	19.925	-9.518	19.824	-8.062	19.825
-8.790	20.139	-9.516	20.038	-8.063	20.038
-8.790	20.353	-9.515	20.251	-8.065	20.251
-8.790	20.567	-9.512	20.464	-8.068	20.464
-8.790	20.782	-9.509	20.677	-8.070	20.678
-8.790	20.996	-9.506	20.891	-8.074	20.891
-8.790	21.210	-9.502	21.104	-8.078	21.104

**Notă** S-a considerat un model de generatoare efectivă mult diferită de generatoarea teoretică pentru a fi vizibilă eroarea între profilurile corectate în imaginile editate.

În figura 7. 23, se prezintă applet-ul programului Java realizat în scopul corecției suprafeței periferice primare a sculei melc pentru care, în baza modelelor generatoarelor efectivă și fictivă, mai sus prezentate, se determină *forma corectată a suprafeței periferice primare* a viitoarei scule melc, sub forma unui model 3D al flancului suprafeței elicoidale, precum și curbele reprezentând secțiunile axiale ale sculelor melc (scula melc teoretică și scula melc corectată).

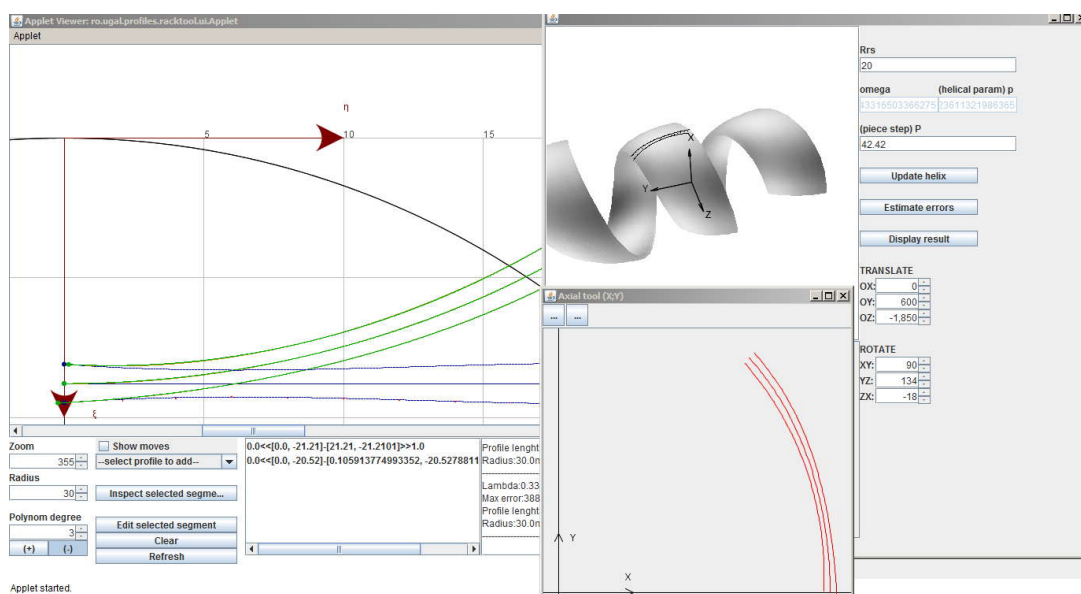


Figura 7. 23. Applet- scula melc corectată (semiprofilul sculei),  $Rrs=20\text{ mm}$

Tabelul 7. 9. Coordonatele secțiunii axiale a suprafeței periferice primare a sculei melc( $Rrs=20mm$ )

Secțiune axială a sculei melc teoretică		Secțiunea axială a sculei melc corectată	
R[mm]	H[mm]	R[mm]	H[mm]
28.790	0.000	28.105	0.156
28.787	0.271	28.116	0.420
28.782	0.542	28.126	0.683
28.778	0.813	28.134	0.947
28.773	1.085	28.139	1.210
28.766	1.356	28.143	1.474
28.757	1.627	28.144	1.737
28.746	1.898	28.143	2.001
28.733	2.169	28.140	2.264
28.719	2.440	28.136	2.528
28.703	2.710	28.129	2.791
28.685	2.981	28.120	3.055
28.666	3.251	28.109	3.318
28.646	3.522	28.096	3.582
28.623	3.792	28.081	3.845
28.599	4.062	28.064	4.108
28.574	4.332	28.044	4.371
28.547	4.602	28.023	4.633
28.518	4.872	28.000	4.896
28.487	5.141	27.975	5.158
28.455	5.411	27.948	5.420
28.422	5.680	27.919	5.682
28.387	5.949	27.887	5.944
28.350	6.218	27.854	6.206
28.311	6.486	27.819	6.467
28.271	6.754	27.782	6.728
28.229	7.022	27.743	6.988
28.185	7.290	27.702	7.249
28.140	7.557	27.659	7.509
28.093	7.824	27.613	7.768
28.045	8.091	27.567	8.028
27.995	8.358	27.517	8.287
27.943	8.624	27.466	8.545
27.889	8.890	27.414	8.804
27.834	9.156	27.358	9.061
27.776	9.421	27.302	9.319
27.717	9.685	27.243	9.576
27.657	9.950	27.183	9.832
27.595	10.214	27.120	10.089
27.531	10.478	27.055	10.344
27.465	10.741	26.988	10.599

27.397	11.003	26.920	10.854
27.328	11.266	26.849	11.108
27.257	11.528	26.777	11.361
27.184	11.789	26.703	11.614
27.109	12.050	26.626	11.867
27.032	12.310	26.548	12.118
26.954	12.570	26.468	12.370
26.874	12.829	26.386	12.620
26.792	13.087	26.302	12.870
26.707	13.345	26.216	13.119
26.622	13.603	26.128	13.368
26.534	13.859	26.037	13.615
26.444	14.115	25.946	13.863
26.353	14.371	25.853	14.109
26.260	14.626	25.757	14.355
26.164	14.879	25.660	14.600
26.067	15.133	25.560	14.844
25.968	15.385	25.459	15.088
25.867	15.637	25.358	15.331
25.764	15.888	25.253	15.573
25.659	16.138	25.145	15.813
25.552	16.388	25.038	16.053
25.445	16.636	24.927	16.292
25.335	16.884	24.816	16.531
25.221	17.130	24.701	16.768
25.106	17.376	24.585	17.005
24.991	17.621	24.466	17.240
24.872	17.865	24.347	17.475
24.752	18.107	24.225	17.708
24.629	18.349	24.102	17.942
24.504	18.590	23.976	18.173
24.377	18.829	23.849	18.404
24.249	19.069	23.721	18.635
24.118	19.306	23.590	18.864
23.986	19.543	23.456	19.091
23.852	19.779	23.321	19.317
23.714	20.012	23.185	19.543
23.575	20.245	23.047	19.767
23.434	20.477	22.907	19.991
23.291	20.707	22.765	20.213
23.145	20.936	22.622	20.434
22.997	21.164	22.477	20.654
22.848	21.390	22.330	20.873
22.697	21.616	22.181	21.091
22.544	21.840	22.030	21.307
22.389	22.062	21.878	21.523
22.231	22.283	21.725	21.737
22.072	22.503	21.570	21.950

21.911	22.721	21.412	22.162
21.748	22.938	21.253	22.372
21.583	23.153	21.093	22.581
21.415	23.366	20.931	22.790
21.246	23.578	20.768	22.996
21.075	23.789	20.602	23.202
20.902	23.998	20.435	23.406
20.728	24.206	20.267	23.609
20.552	24.412	20.098	23.811
20.374	24.617	19.928	24.013
20.193	24.819	19.754	24.211

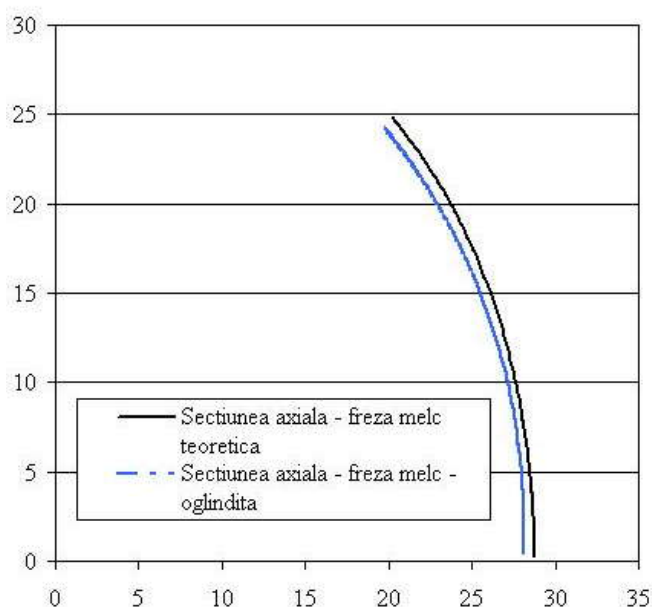


Figura 7. 24. Profilurile teoretic și corectat ale sculei melc(dimensiuni in mm)

În Fig. 7.24 și tabelul 7.9, sunt prezentate forma și coordonatele semiprofilului sculei melc reciproc înfășurătoare arborelui poligonal (pătrat) cu semilatura 21.21 mm, pentru o rază de rulare a sculei melc,  $R_{rs} = 180$  mm.

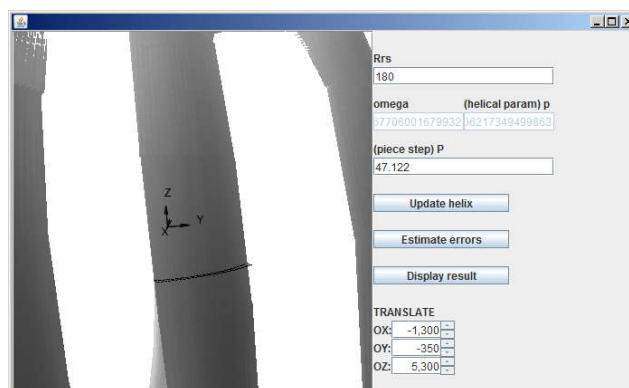


Figura 7. 25. Captura ecran - scula melc corectată (semiprofilul sculei),  $R_{rs}=180$  mm

Tabelul 7. 10. Coordonatele secțiunii axiale a suprafeței periferice primare a sculei melc ( $R_{rs}=180\text{mm}$ )

Secțiune axială a sculei melc teoretică		Secțiunea axială a sculei melc corectată	
R[mm]	H[mm]	R[mm]	H[mm]
187.420	10.187	186.882	10.272
187.347	10.321	186.814	10.393
187.274	10.454	186.745	10.515
187.201	10.587	186.677	10.636
187.128	10.721	186.608	10.758
187.055	10.854	186.540	10.879
186.982	10.988	186.472	11.001
186.909	11.121	186.403	11.122
186.836	11.255	186.335	11.244
186.762	11.388	186.267	11.366
186.689	11.521	186.198	11.487
186.616	11.655	186.130	11.609
186.543	11.788	186.062	11.730
186.470	11.922	185.993	11.852
186.397	12.055	185.925	11.973
186.324	12.188	185.856	12.095
186.251	12.322	185.788	12.217
186.178	12.455	185.720	12.338
186.104	12.589	185.651	12.460
186.031	12.722	185.583	12.581
185.958	12.856	185.515	12.703
185.885	12.989	185.446	12.824
185.812	13.122	185.378	12.946
185.739	13.256	185.310	13.067
185.666	13.389	185.241	13.189
185.593	13.523	185.173	13.311
185.520	13.656	185.104	13.432
185.446	13.790	185.036	13.554
185.373	13.923	184.968	13.675
185.300	14.056	184.899	13.797
185.227	14.190	184.831	13.918
185.154	14.323	184.763	14.040
185.081	14.457	184.694	14.161
185.008	14.590	184.626	14.283
184.935	14.723	184.558	14.405
184.862	14.857	184.489	14.526
184.788	14.990	184.421	14.648
184.715	15.124	184.352	14.769

184.642	15.257	184.284	14.891
184.569	15.391	184.216	15.012
184.496	15.524	184.147	15.134
184.423	15.657	184.079	15.256
184.350	15.791	184.011	15.377
184.277	15.924	183.942	15.499
184.204	16.058	183.874	15.620
184.130	16.191	183.806	15.742
184.057	16.325	183.737	15.863
183.984	16.458	183.669	15.985
183.911	16.591	183.600	16.106
183.838	16.725	183.532	16.228
183.765	16.858	183.464	16.350
183.692	16.992	183.395	16.471
183.619	17.125	183.327	16.593
183.546	17.258	183.259	16.714
183.472	17.392	183.190	16.836
183.399	17.525	183.122	16.957
183.326	17.659	183.054	17.079
183.253	17.792	182.985	17.201
183.180	17.926	182.917	17.322
183.107	18.059	182.848	17.444
183.034	18.192	182.780	17.565
182.961	18.326	182.712	17.687
182.888	18.459	182.643	17.808
182.814	18.593	182.575	17.930
182.741	18.726	182.507	18.051
182.668	18.860	182.438	18.173
182.595	18.993	182.370	18.295
182.522	19.126	182.301	18.416
182.449	19.260	182.233	18.538
182.376	19.393	182.165	18.659
182.303	19.527	182.096	18.781
182.229	19.660	182.028	18.902
182.156	19.793	181.960	19.024
182.083	19.927	181.891	19.145
182.010	20.060	181.823	19.267
181.937	20.194	181.755	19.389
181.864	20.327	181.686	19.510
181.791	20.461	181.618	19.632
181.718	20.594	181.549	19.753
181.645	20.727	181.481	19.875
181.571	20.861	181.413	19.996
181.498	20.994	181.344	20.118
181.425	21.128	181.276	20.240



181.352	21.261	181.208	20.361
181.279	21.395	181.139	20.483
181.206	21.528	181.071	20.604
181.133	21.661	181.003	20.726
181.060	21.795	180.934	20.847
180.987	21.928	180.866	20.969
180.913	22.062	180.797	21.090
180.840	22.195	180.729	21.212
180.767	22.329	180.661	21.334
180.694	22.462	180.592	21.455
180.621	22.595	180.524	21.577
180.548	22.729	180.456	21.698
180.475	22.862	180.387	21.820
180.402	22.996	180.319	21.941
180.329	23.129	180.251	22.063
180.255	23.262	180.182	22.184
180.182	23.396	180.114	22.306

### **Concluzii**

Programele realizate în limbajul Java permit o ușoară modificare a parametrilor geometrici ai tipului de compresor elicoidal, vizualizarea formei suprafețelor periferice primare ale sculelor melc generatoare a melcilor constituenți ai compresorului elicoidal. Coordonatele profilurilor axiale ale frezelor melc pot fi accesibile în format CSV și utilizare pentru un sistem CAM/CAD/CAI.

## OBIECTIVUL 8. ELABORAREA UNOR ALGORITMI PENTRU PROFILAREA CORECTIVĂ A SCULELOR MĂRGINITE DE SUPRAFEȚE PERIFERICE PRIMARE DE REVOLUȚIE (SCULA DISC, SCULA CILINDRO-FRONTALĂ, SCULE INELARE) ÎN SCOPUL CORECȚIEI SUPRAFEȚELOR ELICOIDALE GENERATE PE MAȘINI UNELTE

### 8.1. Sinteza unor algoritmi pentru profilarea sculei de tip disc

Se propune abordarea problemei profilării sculelor mărginite de suprafețe periferice primare de revoluție (scule-disc, scula cilindro-frontală, scula cilindrică) pentru generarea suprafețelor elicoidale cilindrice și de pas constant, în condițiile cunoașterii unui număr limitat de puncte ale unei generatoare plane ale acesteia.

Generatoarea plană este substituită cu un polinom Bezier de grad inferior (2 sau 3), vezi și figura 8. 1, în condițiile în care se consideră că generatoarea aparține planului transversal axei suprafeței elicoidale –  $\vec{V}$  (axa Z):

$$\begin{aligned} X &= P_x(\lambda); \\ Y &= P_y(\lambda); \end{aligned} \quad (8.1)$$

cu  $\lambda \in [0,1]$ ,  $P_x(\lambda)$  și  $P_y(\lambda)$  sunt polinoamele Bezier de aproximare a generatoarei G.

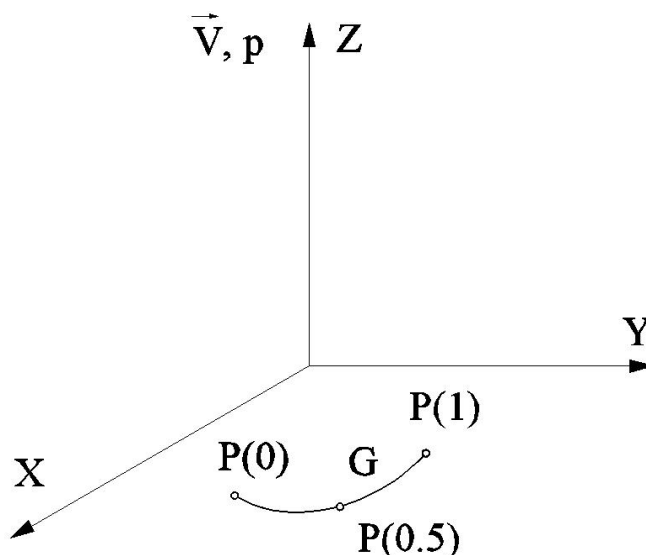


Figura 8. 1. Generatoare, în planul transversal axei suprafeței elicoidale (polinom de aproximare de gradul 2)

**Notă** Problema poate fi tratată și în condițiile cunoașterii unei generatoare spațiale, prin acceptarea proiecțiilor acesteia pe planurile sistemului de referință triortogonal drept.

În mișcarea elicoidală de pe axă  $\vec{V}$  și parametru  $p$ ,

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} P_X(\lambda) \\ P_Y(\lambda) \\ P_Z(\lambda) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ p\varphi \end{pmatrix}, \quad (8.2)$$

cu  $\varphi$  parametru variabil, se definește suprafața elicoidală cilindrică și de pas constant în exprimarea:

$$\Pi(\lambda, \varphi) : \begin{cases} X = P_X(\lambda) \cdot \cos \varphi - P_Y(\lambda) \cdot \sin \varphi; \\ Y = P_X(\lambda) \cdot \sin \varphi + P_Y(\lambda) \cdot \cos \varphi; \\ Z = p \cdot \varphi, \end{cases} \quad (8.3)$$

cu  $\lambda$  și  $\varphi$  parametri variabili.

Parametrul  $\lambda$  este cunoscut pentru un număr mic de valori (3 sau 4) în funcție de gradul polinomului de aproximare (2 sau 3) și de forma generatoarei suprafeței elicoidale. Se identifică, astfel, polinomul de aproximare pentru generatoarea suprafeței elicoidale în forma unor polinoame de gradul 2:

$$P \begin{cases} P_X(\lambda) = \lambda^2 A_x + 2\lambda(1-\lambda)C_x + (1-\lambda)^2 B_x; \\ P_Y(\lambda) = \lambda^2 A_y + 2\lambda(1-\lambda)C_y + (1-\lambda)^2 B_y, \end{cases} \quad (8.4)$$

sau de gradul 3,

$$P \begin{cases} P_X(\lambda) = \lambda^3 A_x + 3\lambda^2(1-\lambda)B_x + 3\lambda(1-\lambda)^2 C_x + (1-\lambda)^3 D_x; \\ P_Y(\lambda) = \lambda^3 A_y + 3\lambda^2(1-\lambda)B_y + 3\lambda(1-\lambda)^2 C_y + (1-\lambda)^3 D_y, \end{cases} \quad (8.5)$$

prin determinarea coeficienților  $A_x, A_y, B_x, B_y, C_x, C_y, D_x, D_y$ , în funcție de coordonatele punctelor cunoscute pe generatoarea suprafeței elicoidale.

Din (8.3), (8.4) și (8.5), se determină suprafața elicoidală “aproximată”, care, în această accepțiune, se poate considera ca având o reprezentare “analitică”, astfel că se pot utiliza teoremele fundamentale ale înfășurării suprafețelor pentru profilarea suprafețelor periferice, de revoluție, ale sculelor care generează prin înfășurare această suprafață elicoidală, cunoscută în forma de aproximare Bezier, în principiu, în forma:

$$\Pi(\lambda, \varphi) \begin{cases} X = \Pi_X(\lambda, \varphi); \\ Y = \Pi_Y(\lambda, \varphi); \\ Z = p \cdot \varphi, \end{cases} \quad (8.6)$$

în care,  $\Pi_X(\lambda, \varphi)$  și  $\Pi_Y(\lambda, \varphi)$  sunt determinabile din (8.3),

$$\begin{aligned} \Pi_X(\lambda, \varphi) &= P_X(\lambda) \cdot \cos \varphi - P_Y(\lambda) \cdot \sin \varphi; \\ \Pi_Y(\lambda, \varphi) &= P_X(\lambda) \cdot \sin \varphi + P_Y(\lambda) \cdot \cos \varphi. \end{aligned} \quad (8.7)$$

Se calculează normala la suprafața elicoidală “aproximată” -  $\Pi(\lambda, \varphi)$ , acum, într-o formă de reprezentare analitică,

$$\vec{N}_\Pi = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \Pi_X'(\varphi) & \Pi_Y'(\varphi) & p \\ \Pi_X'(\lambda) & \Pi_Y'(\lambda) & 0 \end{vmatrix}, \quad (8.8)$$

sau

$$\vec{N}_\Pi = N_X \vec{i} + N_Y \vec{j} + N_Z \vec{k}, \quad (8.9)$$

vezi și formele (8.7), putându-se scrie, acum, condiția de înfășurare NIKOLAEV

$$(\vec{N}_\Pi, \vec{r}_1, \vec{A}) = 0 \quad (8.10)$$

în care :

$$\vec{r}_1 = [\Pi_X(\lambda, \varphi) - a] \cdot \vec{j} + \Pi_Y(\lambda, \varphi) \cdot \vec{j} + p\varphi \cdot \vec{k} \quad (8.11)$$

$$\vec{A} = -\sin(\alpha) \vec{j} + \cos(\alpha) \vec{k} \quad (8.12)$$

$a$  și  $\alpha$ -sunt parametrii determinați din considerente tehnologice, vezi și figura 8. 2.

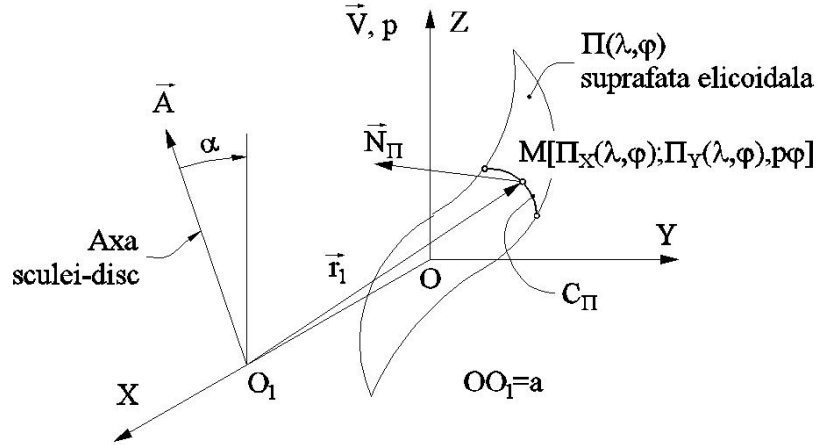


Figura 8. 2. Condiția Nikolaev

Condiția de înfășurare specifică devine, vezi (8.10),

$$-\varepsilon \leq \begin{vmatrix} N_X & N_Y & N_Z \\ \Pi_X(\lambda, \varphi) - a & \Pi_Y(\lambda, \varphi) & \Pi_Z(\lambda, \varphi) \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{vmatrix} \leq \varepsilon \quad (8.13)$$

cu  $\varepsilon$  suficient de mic în valoare absolută.

Se determină, în baza condiției (8.13), punctele aparținând curbei caracteristice, pentru 3 sau 4 mărimi ale parametrului „ $\lambda$ ”, în funcție de gradul polinomului de aproximare al generatoarei suprafeței elicoidale (8.4), (8.5),  $C_\Pi$ , vezi figura 8. 2, în forma

$$C_\Pi : \begin{vmatrix} X_{C_\Pi, \lambda=0} & Y_{C_\Pi, \lambda=0} & Z_{C_\Pi, \lambda=0} \\ X_{C_\Pi, \lambda=1/2} & Y_{C_\Pi, \lambda=1/2} & Z_{C_\Pi, \lambda=1/2} \\ X_{C_\Pi, \lambda=1} & Y_{C_\Pi, \lambda=1} & Z_{C_\Pi, \lambda=1} \end{vmatrix}, \quad (8.14)$$

pentru un polinom de gradul 2.

Prin transformarea de coordonate la sistemul de referință al sculei-disc, figura 8. 3, se determină numai aceste 3 sau 4 puncte de pe scula – S:

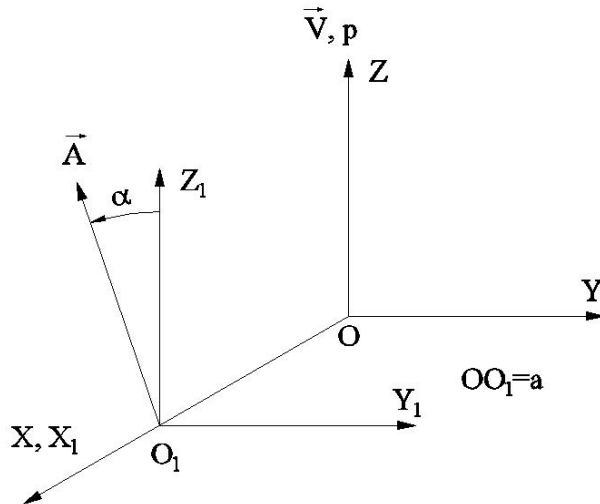


Figura 8. 3. Sisteme de referință,  $\vec{A}$  axa sculei disc

$$\begin{bmatrix} X_{i_{c_{\Pi}}} \\ Y_{i_{c_{\Pi}}} \\ Z_{i_{c_{\Pi}}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ 0 & -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_{c_{\Pi}} \\ Y_{c_{\Pi}} \\ Z_{c_{\Pi}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (8.15)$$

Rezultă, în baza transformării (8.15), coordonatele curbei caracteristice a sculei-disc, figura 8.4, fie

$$\left[ X_{i_{c_{\Pi}}}, Y_{i_{c_{\Pi}}}, Z_{i_{c_{\Pi}}} \right], \quad (i=1,2,3). \quad (8.16)$$

acestea.

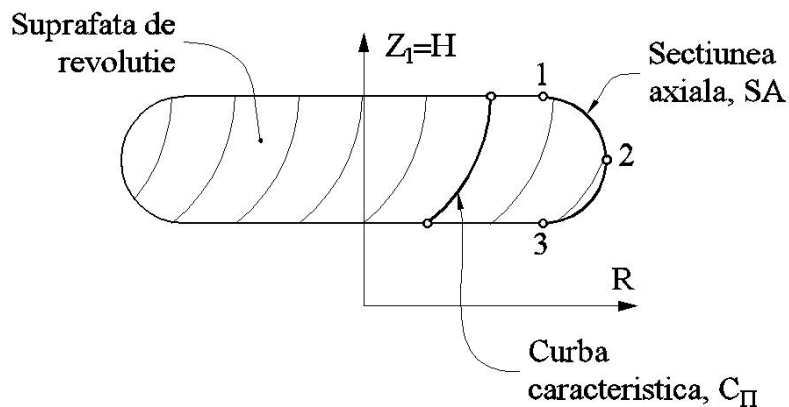


Fig. 8.4. Secțiunea axială a suprafeței periferice a sculei-disc

Se definesc, coordonatele secțiunii axiale,  $S_A$ :

$$S_A \begin{cases} (Z_{i_{c_{\Pi}}})_i = H_i; \\ (\sqrt{X_{i_{c_{\Pi}}}^2 + Y_{i_{c_{\Pi}}}^2})_i = R_i, \end{cases} \quad (i=1,2,3) \quad (8.17)$$

pentru un polinom de gradul 2, sau  $i=1,2,\dots,4$  un polinom de gradul 3, în funcție de aproximarea generatoarei suprafeței elicoidale.

Aproximarea secțiunii axiale, astfel determinate, se face printr-un polinom Bezier de gradul 2 (sau 3):

$$Q: \begin{cases} Q_H(\lambda) = \lambda^2 D_H + 2\lambda(1-\lambda)E_H + (1-\lambda)^2 F_H; \\ Q_R(\lambda) = \lambda^2 D_R + 2\lambda(1-\lambda)E_R + (1-\lambda)^2 F_R; \end{cases} \quad (8.18)$$

în care

$$Q(0) = S_1; Q\left(\frac{1}{2}\right) = S_2; Q(1) = S_3, \quad (8.19)$$

vezi și definițiile (8.16).

Din aceste definiții (8.19), se determină coeficienții  $D_H, D_R, E_H, E_R, F_H, F_R$  ai polinomului de aproximare  $Q(\lambda)$  a secțiunii axiale aparținând sculei-disc - suprafața de revoluție.

Se obține, astfel, sub forma unei reprezentări polinomiale Bezier (mai sus, în forma unui polinom de gradul 2) o reprezentare aproximată a secțiunii axiale a sculei-disc, reciproc înfășurătoare unei suprafețe elicoidale cilindrice și de pas constant, cunoscută în formă discretă.

Metoda, caracterizată prin utilizarea unui număr restrâns de puncte de pe generatoarea suprafeței elicoidale (3 sau 4) în conformitate cu gradul polinomului de aproximare, poate avea avantajul unei profilări, deși aproximativă, mai rapidă decât în cazul utilizării unor metode ce decurg din legile generale ale înfășurării suprafețelor, în cazul reprezentării prin formele analitice ale suprafețelor de generare.

Mai mult, metoda permite profilarea sculei-disc și în condițiile în care suprafața elicoidală (generatoarea acesteia) este cunoscută prin măsurătoarea efectivă a acesteia, prin mijloace de măsurare specifice inclusiv mijloace O.M.M.

Evident, numărul de puncte de pe generatoarea discretă, poate fi oricât de mare, precizia reprezentării crescând, odată cu acesta.

Calitatea metodei propuse se poate exprima prin compararea rezultatelor obișnuite pentru aceleași cazuri numerice, pe suprafețe elicoidale cunoscute în forma analitică tratate prin metodica teoremelor fundamentale ale generării prin înfășurare (de exemplu, metoda NIKOLAEV) și metodica propusă, de aproximare prin polinoame Bezier.

## • Aplicații

### 1. Suprafață elicoidală și de pas constant cu profil rectiliniu al generatoarei (melcul convolut)

Se urmărește a se determina precizia de profilare a sculei-disc, reciproc înfășurătoare unui melc cu generatoarea rectilinie, prin metoda propusă, (metoda de aproximare prin polinoame Bezier), prin compararea față de rezultatele obținute printr-o metodă analitică clasică, pentru acest caz.

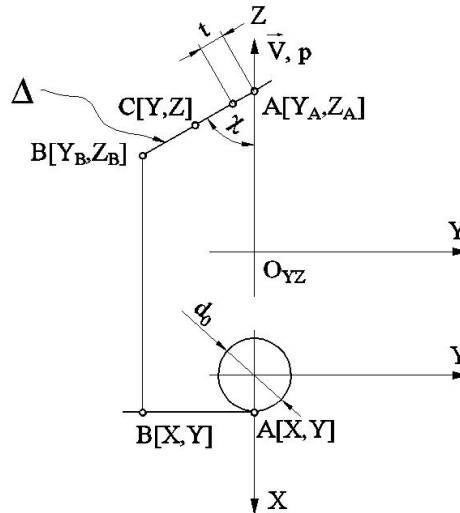


Fig. 8.5. Sisteme de referință. Generatoarea  $\Delta$  a suprafeței elicoidale de axă  $\vec{V}$

În figura 8.5, sunt prezentate sistemele de referință forma generatoarei rectilinii și punctele caracteristice ale acesteia:

- XYZ este sistemul de referință față de care este definită generatoarea suprafeței elicoidale  $\Delta$ ;
- puncte caracteristice în lungul generatoarei,  $A[X_A, Y_A, Z_A]$  și  $B[X_B, Y_B, Z_B]$ ;
- $\kappa$  - parametru unghiular constant;
- $d_0$  - diametrul cilindrului, coaxial suprafeței elicoidale la care este tangentă generatoarea.

Polinomul de substituție a generatoarei este un polinom de gradul 1, astfel încât ecuațiile generatoarei sunt:

$$\Delta \begin{cases} X = \frac{d_0}{2}; \\ Y = \lambda A_Y + (1 - \lambda) B_Y; \\ Z = \lambda A_Z + (1 - \lambda) B_Z. \end{cases} \quad (8.20)$$

Din transformarea (8.3), rezultă forma de exprimare a suprafeței elicoidale aproximată:

$$\Pi(\lambda, \varphi) \begin{cases} X = \frac{d_0}{2} \cdot \cos(\varphi) - Y(\lambda) \sin(\varphi); \\ Y = \frac{d_0}{2} \cdot \cos(\varphi) + Y(\lambda) \sin(\varphi); \\ Z = Z(\lambda) + p \cdot \varphi. \end{cases} \quad (8.21)$$

Rezultă parametrii directori ai normalei suprafeței elicoidale aproximată, vezi (8.8) și (8.9):

$$\begin{aligned}
N_{\Pi_x} &= p[A_Y - B_Y] \cos(\varphi) - [A_Z - B_Z] \cdot \left[ \frac{d_0}{2} \cos(\varphi) - Y(\lambda) \cdot \sin(\varphi) \right]; \\
N_{\Pi_y} &= - \left\{ -p[A_Y - B_Y] \sin(\varphi) + [A_Z - B_Z] \cdot \left[ \frac{d_0}{2} \sin(\varphi) + Y(\lambda) \cdot \cos(\varphi) \right] \right\}; \\
N_{\Pi_z} &= - \left[ \frac{d_0}{2} \cos(\varphi) - Y(\lambda) \cdot \sin(\varphi) \right] \cdot (A_Y - B_Y) \cdot \sin(\varphi) - \\
&\quad - \left[ -\frac{d_0}{2} \sin(\varphi) - Y(\lambda) \cdot \cos(\varphi) \right] \cdot (A_Y - B_Y) \cdot \cos(\varphi).
\end{aligned} \tag{8.22}$$

Astfel, cu definiția

$$\begin{aligned}
\vec{r}_1 &= \left[ \frac{d_0}{2} \cos(\varphi) + Y(\lambda) \cdot \sin(\varphi) - a \right] \cdot \vec{i} + \left[ \frac{d_0}{2} \sin(\varphi) + Y(\lambda) \cdot \cos(\varphi) \right] \cdot \vec{j} + \\
&\quad + [Z(\lambda) + p \cdot \varphi] \cdot \vec{k},
\end{aligned} \tag{8.23}$$

se scrie condiția de înfășurare specifică (8.13), care, împreună cu (8.21), determină curba caracteristică pe suprafața elicoidală aproximată.

Se identifică polinomul de gradul 1, vezi tabelul 8.1

Tabelul 8.1

t	Profilul primar	$\lambda$	Coef. polinomului de aproximare
$t_A$	$t_A = 0$ $Y = Y_A$ $Z = Z_A$	0	$B_Y = Y_A$ $B_Z = Z_A$
$t_B$	$t_B = \sqrt{[Y_A - Y_B]^2 + [Z_A - Z_B]^2}$	1	$A_Y = Y_B$ $A_Z = Z_B$

### • Aplicație numerică

Se dezvoltă o aplicație numerică pentru profilarea sculei-disc generatoare a canalului elicoidal al burghiului elicoidal, vezi și figura 8.5, pentru datele inițiale:

- diametrul exterior al burghiului  $D = 20mm$ ;
- diametrul miezului burghiului  $d_0 = 0,16 \cdot D = 3,2mm$ ;
- distanța  $a = 50$  mm;
- unghiul de înclinare al elicei pe diametrul exterior al burghiului,  $\omega = \frac{\pi}{6}$ ;
- parametrul elicoidal al suprafeței canalului burghiului  $p = \frac{D}{2 \cdot \operatorname{tg} \omega}$ ;

În tabelul 8.2, sunt prezentate, comparativ, coordonatele secțiunii axiale a sculei-disc calculate în baza unei metode analitice (riguroase) a suprafețelor reciproc înfășurătoare și prin metoda de aproximare cu polinoame Bezier.



Tabelul 8.2

$\lambda$	Profil aproximat		Profil teoretic		Eroare
	R[mm]	H[mm]	[mm]	[mm]	
<b>0.000</b>	<b>48.400</b>	<b>0.000</b>	<b>48.400</b>	<b>0.000</b>	<b>0.000</b>
0.050	48.384	0.527	48.388	0.531	0.006
0.100	48.338	1.053	48.343	1.058	0.007
0.150	48.260	1.577	48.266	1.578	0.006
0.200	48.151	2.098	48.155	2.103	0.006
0.250	48.011	2.615	48.013	2.619	0.005
0.300	47.840	3.126	47.841	3.126	0.001
<b>0.333</b>	<b>47.710</b>	<b>3.459</b>	<b>47.709</b>	<b>3.461</b>	<b>0.002</b>
0.350	47.638	3.630	47.636	3.633	0.003
0.400	47.404	4.127	47.401	4.127	0.003
0.450	47.139	4.615	47.133	4.618	0.007
0.500	46.843	5.093	46.838	5.094	0.006
0.550	46.516	5.561	46.516	5.554	0.007
0.600	46.157	6.016	46.154	6.014	0.003
0.650	45.766	6.457	45.767	6.454	0.004
<b>0.666</b>	<b>45.634</b>	<b>6.595</b>	<b>45.630</b>	<b>6.599</b>	<b>0.005</b>
0.700	45.342	6.884	45.339	6.888	0.005
0.750	44.886	7.293	44.887	7.297	0.004
0.800	44.395	7.685	44.403	7.686	0.008
0.850	43.869	8.056	43.868	8.065	0.009
0.900	43.306	8.405	43.311	8.409	0.007
0.950	42.703	8.728	42.703	8.732	0.004
<b>1.000</b>	<b>42.053</b>	<b>9.020</b>	<b>42.053</b>	<b>9.020</b>	<b>0.000</b>

Eroarea maximă obținută este:0.008mm pentru valoarea parametrului  $\lambda = 0.841$ .

În figura 8.6, este prezentată forma secțiunii axiale a suprafeței periferice primare a sculei-disc.

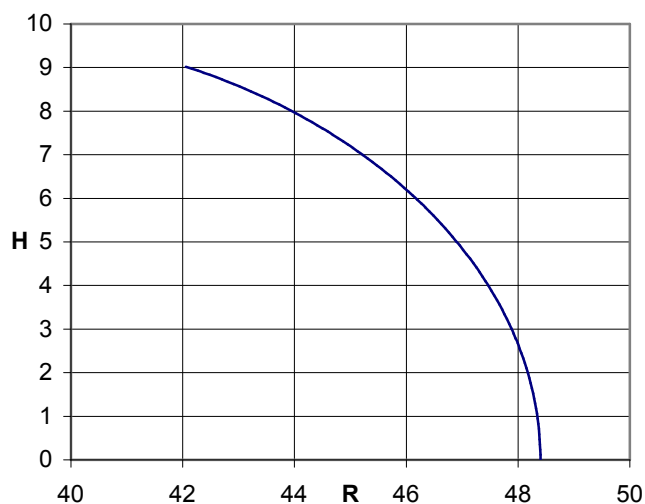


Fig. 8.6. Profilul secțiunii axiale al sculei-disc

Este evident faptul că, eroarea între cele două profiluri axiale ale sculei-disc este suficient de mică astfel că metoda aproximării generatoarei suprafeței elicoidale prin polinoame Bezier de grad inferior (în cazul de față cu un polinom de gradul 3) asigură o precizie de determinare a profilului sculei-disc, satisfăcătoare pentru generarea canalului burghiului elicoidal.

## 2. Suprafața elicoidală cilindrică și de pas constant cu profil circular într-un plan paralel planului axial (burghiu elicoidal cu tăișuri curbe)

În figura 8.7, sunt prezentate forma profilului secțiunii plane prin suprafața elicoidală cilindrică și de pas constant, coordonate punctelor cunoscute și sistemele de referință.

Profilul suprafeței elicoidale este un arc de cerc, de rază  $R$ , având cunoscute punctele caracteristice  $A[X_A, Y_A, Z_A]$  și  $B[X_B, Y_B, Z_B]$ , precum și centrul cercului  $O[X_{O_c}, Y_{O_c}, Z_{O_c}]$ .

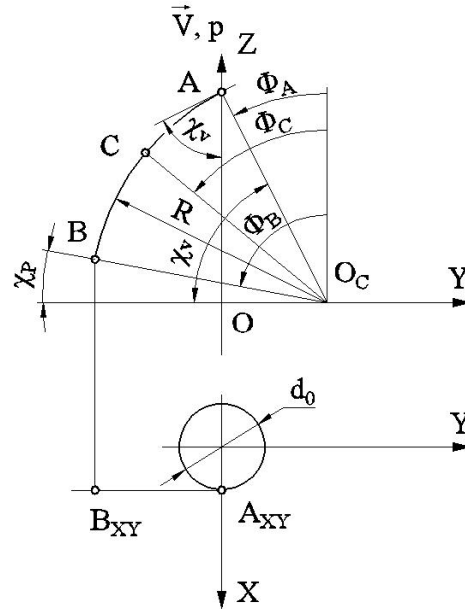


Fig. 8.7. Profilul generatoarei suprafeței elicoidale—puncte caracteristice

Se identifică polinomul de aproximare a profilului circular, (generatoarea suprafeței elicoidale) ca un polinom de gradul 2, vezi tabelul 8.3 sau de gradul 3, vezi tabelul 8.4.

Tabelul 8.3.

$\Phi$	Profilul primar	$\lambda$	Polinomul înlocuitor
$\Phi_A$	$X_A = d_0/2$ $Y_A = Y_{O_c} - R \cdot \sin(\Phi_A)$ $Z_A = Z_{O_c} + R \cdot \sin(\Phi_A)$	1	$A_Y = Y_A$ $A_Z = Z_A$
$\Phi_C$	$\Phi_C = \Phi_A + (\Phi_B - \Phi_A) \cdot 0.5$ $X_C = d_0/2$ $Y_C = Y_{O_c} - R \cdot \sin(\Phi_C)$ $Z_C = Z_{O_c} + R \cdot \cos(\Phi_C)$	0,5	$C_Y = \frac{Y_C - 0,25 \cdot X_A - 0,25 \cdot X_B}{0,5}$ $C_Z = \frac{Z_C - 0,25 \cdot Z_A - 0,25 \cdot Z_B}{0,5}$
$\Phi_B$	$X_B = d_0/2$ $Y_B = Y_{O_c} - R \cdot \sin(\Phi_B)$ $Z_B = Z_{O_c} + R \cdot \sin(\Phi_B)$	0	$B_Y = Y_B$ $C_Z = Z_B$

- Polinom de gradul 3

Tabelul 8.4.

$\Phi$	Profil primar	$\lambda$	Coeficienții polinomului
$\Phi_A$	$\Phi_A$ $X_A = d_0/2$ $Y_C = Y_{O_C} - R \cdot \sin(\Phi_C)$ $Z_C = Z_{O_C} + R \cdot \cos(\Phi_C)$	0	$D_Y = Y_A$ $D_Z = Z_A$
$\Phi_C$	$\Phi_C = \Phi_A + (\Phi_B - \Phi_A)/3$ $X_C = d_0/2$ $Y_C = Y_{O_C} - R \cdot \sin(\Phi_B)$ $Z_C = Z_{O_C} + R \cdot \cos(\Phi_B)$	$\frac{1}{3}$	$C_Y = \frac{18 \cdot Y_C - 9 \cdot Y_D + 2 \cdot Y_B - 5 \cdot Y_A}{6}$ $C_Z = \frac{18 \cdot Z_C - 9 \cdot Z_D + 2 \cdot Z_B - 5 \cdot Z_A}{6}$
$\Phi_D$	$\Phi_D = \Phi_A + (2/3)(\Phi_B - \Phi_A)$ $X_D = d_0/2$ $Y_D = Y_{O_C} - R \cdot \sin(\Phi_B)$ $Z_D = Z_{O_C} + R \cdot \cos(\Phi_C)$	$\frac{2}{3}$	$B_Y = \frac{-5 \cdot Y_B + 2 \cdot Y_A + 18 \cdot Y_D - 9 \cdot Y_C}{6}$ $B_Z = \frac{-5 \cdot Z_B + 2 \cdot Z_A + 18 \cdot Z_D - 9 \cdot Z_A}{6}$
$\Phi_B$	$X_B = d_0/2$ $Y_B = Y_{O_C} - R \cdot \sin(\Phi_B)$ $Z_B = Z_{O_C} + R \cdot \sin(\Phi_B)$	1	$A_Y = Y_B$ $A_Z = Z_B$

Mărimi inițiale  $R, \Phi_A, \Phi_B, [Y_{O_C}, Z_{O_C}]$  - centrul cercului.

Se identifică, în acest fel, un tip de polinom înlocuitor de grad inferior, vezi (8.4) și (8.5), în baza căruia se determină forma “aproximată” a suprafeței elicoidale, vezi forma (8.3), sau, principial, forma (8.6).

Astfel, în baza condiției (8.13), se determină forma (8.14) a curbei caracteristice pe suprafața elicoidală “aproximată” și prin transformarea (8.15), se definește secțiunea axială  $S_A$  - a viitoarei suprafețe periferice primare a sculei-disc (8.17).

Se aproximează acest profil printr-un polinom de grad inferior, de exemplu, forma (8.18) reprezentând profilul aproximat al șablonului de control al sculei-disc (secțiunea axială  $S_A$ ).

Precizăm că, în toate aceste etape, se operează numai cu 3 puncte de pe aceste profile ceea ce conduce la o substanțială reducere a numărului de calcule necesar.

Totodată, problematica dezbătută este aplicabilă și în cazul în care punctele pe profilul generatoarei suprafeței elicoidale, vezi figura 8.7, sunt date de coordonate efectiv măsurate, metoda permițând o transpunere în formă analitică prin „aproximarea” cu polinoame Bezier de grad mic (2 sau 3).

Se prezintă, în tabelul 8.5 și figura 8.8, coordonatele și forma profilului sculei de ordin doi, pentru generarea canalului elicoidal, vezi figura 8.7, determinată prin metoda

aproximării prin polinoame Bezier, precum și printr-o metodă analitică – metoda NIKOLAEV.

- **Aplicație numerică**

Se prezintă un exemplu numeric pentru profilarea secțiunii axiale a sculei-disc, generatoare a canalului elicoidal având caracteristicile geometrice:

- diametrul burghiului  $D=20$  mm;
- diametrul miezului,  $d_0=3,2$  mm;

- raza muchiei principale de așchiere  $R = \frac{\sqrt{\frac{d_1^2}{4} - \frac{d_0^2}{4}}}{\cos \frac{\pi}{6} - \cos \frac{\pi}{3}}$ ;

- limitele de variație a mărimii unghiului de atac,  $k_p=30^\circ$ ,  $k_v=60^\circ$ ;
- coordonatele centrului cercului de rază  $R$ ,

$$X_{O_c} = 0;$$

$$Y_{O_c} = R \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3}\right);$$

$$Z_{O_c} = 0;$$

- distanța între axa sculei-disc și axa suprafeței generate,  $a=50$  mm;

- unghiul de înclinare al elicei pe diametrul exterior al burghiului,  $\omega = \frac{\pi}{10}$ ;

- parametrul elicoidal al suprafeței canalului burghiului  $p = \frac{D}{2 \cdot \operatorname{tg} \omega}$ ;

În tabelul 8.5 și figura 8.8, sunt prezentate, comparativ, forma profilurilor sculei-disc (secțiunea axială) determinate prin metoda de aproximare Bezier și o metodă riguroasă, teoretică.

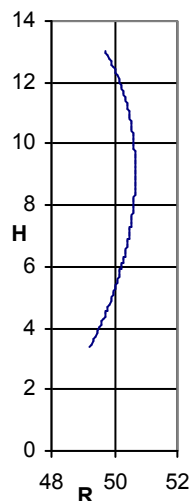


Fig. 8.8. Profilul sculei disc in secțiune axială

Tabelul 8.5.

$\lambda$	Profilul aproximat		Profilul teoretic		Eroare
	R[mm]	H[mm]	R[mm]	H[mm]	
<b>0.000</b>	<b>49.666</b>	<b>13.033</b>	<b>49.669</b>	<b>13.027</b>	<b>0.006</b>
0.051	49.805	12.785	49.800	12.785	0.006
0.101	49.945	12.504	49.937	12.502	0.008
0.152	50.080	12.190	50.071	12.191	0.010
0.202	50.213	11.831	50.206	11.829	0.007
0.253	50.328	11.457	50.325	11.452	0.006
0.303	50.429	11.056	50.429	11.050	0.005
<b>0.336</b>	<b>50.487</b>	<b>10.776</b>	<b>50.488</b>	<b>10.774</b>	<b>0.003</b>
0.354	50.513	10.628	50.515	10.625	0.004
0.404	50.578	10.176	50.586	10.135	0.042
0.455	50.622	9.700	50.631	9.631	0.070
0.505	50.642	9.202	50.648	9.124	0.073
0.556	50.638	8.684	50.639	8.614	0.069
0.606	50.606	8.146	50.605	8.105	0.041
0.657	50.533	7.499	50.533	7.495	0.005
<b>0.673</b>	<b>50.506</b>	<b>7.317</b>	<b>50.505</b>	<b>7.312</b>	<b>0.005</b>
0.707	50.438	6.924	50.437	6.928	0.004
0.758	50.311	6.335	50.308	6.336	0.003
0.808	50.150	5.732	50.147	5.732	0.003
0.859	49.956	5.118	49.953	5.119	0.003
0.909	49.726	4.494	49.723	4.492	0.004
0.960	49.460	3.863	49.460	3.864	0.001
<b>1.000</b>	<b>49.170</b>	<b>3.091</b>	<b>49.170</b>	<b>3.091</b>	<b>0.000</b>

Eroarea maximă obținută este: 0.070mm pentru valoarea parametrului  $\lambda = 0.504$ .

### 3. Profilarea sculei-disc pentru generarea unui melc cu generatoare circulară în plan transversal.

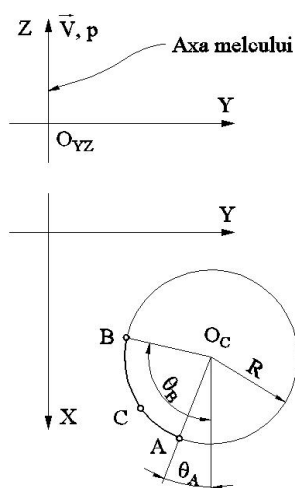


Fig. 8.9. Generatoarea suprafeței elicoidale

În figura 8.9, este prezentată generatoarea suprafeței elicoidale cilindrice și de pas constant având o formă de arc de cerc, în planul frontal al suprafeței.

Se presupun cunoscute:

- coordonatele centrului arcului de cerc,  $O_C [X_{O_C}, Y_{O_C}]$ ;
- coordonatele capetelor arcului de cerc,  $A [X_A, Y_A]$ ,  $B [X_B, Y_B]$ .

Pornind de la ecuațiile ecuațiile analitice ale profilului circular:

$$\begin{aligned} X &= X_{O_c} + R \cdot \cos(\Theta); \\ Y &= Y_{O_c} - R \cdot \sin(\Theta). \end{aligned} \quad (8.24)$$

Se definesc coordonatele punctelor caracteristice pe profilul circular.

$$\begin{aligned} A &\left\{ \begin{array}{l} X_A = X_{O_c} + R \cdot \cos(\Theta_A); \\ Y_A = Y_{O_c} - R \cdot \sin(\Theta_A); \end{array} \right. & B &\left\{ \begin{array}{l} X_B = X_{O_c} + R \cdot \cos(\Theta_B); \\ Y_B = Y_{O_c} - R \cdot \sin(\Theta_B); \end{array} \right. \\ C &\left\{ \begin{array}{l} X_C = X_{O_c} + R \cdot \cos(\Theta_C); \\ Y_C = Y_{O_c} - R \cdot \sin(\Theta_C). \end{array} \right. \end{aligned} \quad (8.25)$$

- **Notă**

Coordonata  $Z$  a tuturor punctelor definite pe arcul de cerc, poate fi considerată  $Z = H$  cu  $H$  variabilă, cel mai adesea  $H = 0$ .

Se definesc polinoame de substituție Bezier de gradul 2 sau 3, vezi formulele (8.4) și (8.5) identificate în formule, vezi tabelele 8.6 și 8.7, pentru un polinom de gradul 2, și, în mod asemănător, pentru un polinom de gradul 3, vezi tabelul 8.7.

Tabelul 8.6

$\Theta$	Profil primar	$\lambda$	Polinom înlocuitor
$\Theta_A$	$\begin{array}{l} X_A = X_{O_c} + R \cdot \cos(\Theta_A) \\ Y_A = Y_{O_c} - R \cdot \sin(\Theta_A) \end{array}$	1	$\begin{array}{l} A_X = X_A \\ A_Y = Y_A \end{array}$
$\Theta_C$	$\Theta_C = \Theta_A + \frac{1}{2}(\Theta_B - \Theta_A)$	0,5	$\begin{array}{l} C_X = \frac{X_C - 0,25 \cdot X_A - 0,25 \cdot X_B}{0,5} \\ C_Y = \frac{Y_C - 0,25 \cdot Y_A - 0,25 \cdot Y_B}{0,5} \end{array}$
$\Theta_B$	$\begin{array}{l} X_B = X_{O_c} + R \cdot \cos(\Theta_B) \\ Y_B = Y_{O_c} - R \cdot \sin(\Theta_B) \end{array}$	0	$\begin{array}{l} B_X = X_B \\ B_Y = Y_B \end{array}$

Tabelul 8.7

$\Theta$	Profilul primar	$\lambda$	Polinom înlocuitor
$\Theta_A$	$X_A = X_{O_C} + R \cdot \cos(\Theta_A)$ $Y_A = Y_{O_C} - R \cdot \sin(\Theta_A)$	0	$D_X = X_A$ $D_Y = Y_A$
$\Theta_C$	$\Theta_C = \Theta_A + \frac{1}{3}(\Theta_B - \Theta_A)$ $X_C = X_{O_C} + R \cdot \cos(\Theta_C)$ $Y_C = Y_{O_C} - R \cdot \sin(\Theta_C)$	$\frac{1}{3}$	$C_X = \frac{18 \cdot X_C - 9 \cdot X_D + 2 \cdot X_B - 5 \cdot X_A}{6}$ $C_Y = \frac{18 \cdot Y_C - 9 \cdot Y_D + 2 \cdot Y_B - 5 \cdot Y_A}{6}$
$\Theta_D$	$\Theta_D = \Theta_A + \frac{2}{3}(\Theta_B - \Theta_A)$ $X_D = X_{O_C} + R \cdot \cos(\Theta_D)$ $Y_D = Y_{O_C} - R \cdot \sin(\Theta_D)$	$\frac{2}{3}$	$D_Y = \frac{-5 \cdot X_B + 2 \cdot X_A + 18 \cdot X_D - 9 \cdot X_C}{6}$ $D_Y = \frac{-5 \cdot Y_B + 2 \cdot Y_A + 18 \cdot Y_D - 9 \cdot Y_A}{6}$
$\Theta_B$	$X_B = X_{O_C} + R \cdot \cos(\Theta_B)$ $Y_B = Y_{O_C} - R \cdot \sin(\Theta_B)$	1	$A_X = X_B$ $A_Y = Y_B$

Urmărind pașii algoritmului propus anterior, se determină profilul axial al sculei-disc  $S_A$  (vezi (8.17)) care, ulterior, aproximată printr-un polinom Bezier, (vezi (8.18)) poate fi comparată cu același profil determinat printr-una din metodele analitice clasice, urmărindu-se aflarea erorii de determinare a metodei de aproximare prin polinoame Bezier.

În figura 8.10 și tabelul 8.8, sunt prezentate, comparativ, coordonatele numerice ale profilului axial al sculei-disc, reciproc înfășurătoare unei suprafețe elicoidale cu generatoare frontală-circulară, coordonate determinate prin cele două metode, pentru melc având caracteristicile dimensionale:

$$R = 55 \text{ mm}; X_{O_C} = 125 \text{ mm}; Y_{O_C} = 0 \text{ mm};$$

$$\theta_A = 0; \theta_B = \frac{2\pi}{9}; p = 75 \text{ mm}.$$

Tabelul 8.8

$\lambda$	Profil aproximat		Profil teoretic		Eroare [mm]
	R[mm]	H[mm]	R[mm]	H[mm]	
<b>0.000</b>	<b>100.004</b>	<b>0.347</b>	<b>100.004</b>	<b>0.338</b>	<b>0.010</b>
0.050	100.094	1.794	100.104	1.806	0.016
0.100	100.303	3.227	100.316	3.237	0.016
0.150	100.628	4.640	100.635	4.632	0.011
0.200	101.060	6.023	101.063	6.017	0.007
0.250	101.591	7.371	101.589	7.363	0.009
0.300	102.213	8.680	102.205	8.671	0.012
<b>0.333</b>	<b>102.668</b>	<b>9.522</b>	<b>102.658</b>	<b>9.513</b>	<b>0.013</b>
0.350	102.916	9.948	102.905	9.941	0.013
0.400	103.691	11.173	103.683	11.172	0.008
0.450	104.530	12.354	104.530	12.364	0.010
0.500	105.426	13.493	105.422	13.495	0.004
0.550	106.373	14.591	106.369	14.590	0.004
0.600	107.364	15.648	107.364	15.647	0.001
0.650	108.395	16.667	108.402	16.667	0.006
<b>0.666</b>	<b>108.733</b>	<b>16.985</b>	<b>108.726</b>	<b>16.972</b>	<b>0.015</b>
0.700	109.462	17.648	109.474	17.650	0.012
0.750	110.560	18.594	110.576	18.596	0.016
0.800	111.687	19.506	111.701	19.505	0.015
0.850	112.838	20.386	112.843	20.377	0.011
0.900	114.013	21.236	114.018	21.228	0.009
0.950	115.208	22.056	115.220	22.056	0.012
<b>1.000</b>	<b>116.422</b>	<b>22.847</b>	<b>116.420</b>	<b>22.845</b>	<b>0.004</b>

Eroarea maxima este: 0.018 obținută pentru valoarea parametrului  $\lambda = 0.108$ .

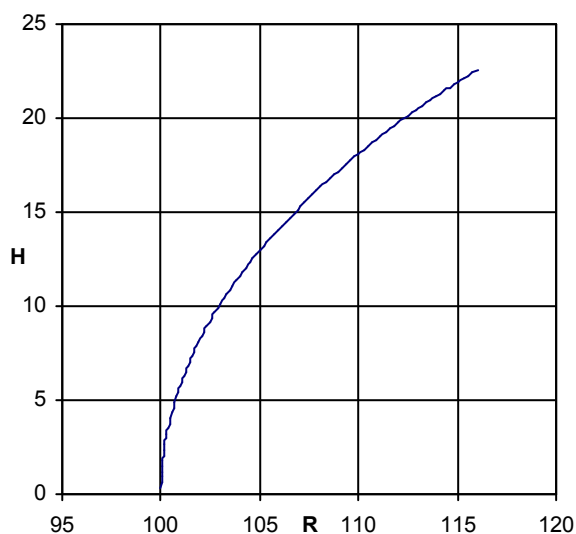


Fig. 8.10. Profilul axial al sculei-disc

## Concluzii

S-a definit o modalitate de aproximare a unei suprafețe elicoidale cilindrice și de pas constant, cu o generatoare plană, cunoscută în formă discretă, printr-un număr redus de puncte (3 sau 4), utilizând polinoame Bezier de grad mic (2 sau 3).

S-a elaborat un algoritm specific pentru determinarea profilului axial al sculei-disc, reciproc înfășurătoare unei suprafețe elicoidale, cunoscută în formă discretă și exprimată prin polinoame de înlocuire Bezier.



În baza algoritmului elaborat, s-au realizat aplicații numerice pentru suprafețe elicoidale cu generatoare exprimate discret, printr-un număr redus de puncte.

Algoritmul prezentat se caracterizează printr-o precizie de determinare suficientă a profilurilor sculelor, pentru practica curentă uzuală, mai ales pentru suprafețe care nu sunt utilizate în construcția danturilor care au ca scop transmiterea de mișcare, în condițiile unei sarcini dinamice mari.

Metodica prezintă și avantajul că poate fi aplicată și în condițiile în care punctele, cunoscute pe generatoarea exprimată discret a suprafeței elicoidale, sunt rezultatul unei măsurări efective a suprafeței, (generatoarei acesteia).

Numărul de puncte cu care se operează este, în toate etapele algoritmului prezentat, foarte mic, 3 sau 4 puncte de pe profilul generatoarei suprafeței în analiză.

Mărirea preciziei de determinare a generatoarei impune creșterea gradului polinomului de aproximare, ca rezultat al considerării unui număr mai mare de puncte pe generatoarea suprafeței elicoidale.

Algoritmul propus se bazează pe teorema Nicolaev dar pot fi aplicate și celelalte metode cunoscute în studiul suprafeței reciproc înfășurătoare.

Precizia de determinare a profilului sculei-disc reciproc înfășurătoare unei suprafețe elicoidale, aproximată cu polinoame Bezier de grad inferior, pentru una din generatoarele plane ale acesteia, se diminuează pentru lungimi mari ale generatoarelor, sau unghiuri mari la centru, pentru generatoare circulare.

## 8.2. Sinteza unor algoritmi pentru profilarea sculei cilindro-frontale

În mod similar cu problematica analizată la generarea cu scula-disc referitoare la determinarea profilului unei scule mărginită de o suprafață periferică primară de revoluție, se abordează și cazul specific profilării sculei cilindro-frontale.

Generatoarea plană a suprafeței elicoidale, aici considerată în planul XZ al sistemului de referință, este substituită de un polinom Bezier, de grad 2 sau 3, în funcție de numărul de puncte considerate (măsurate) în lungul generatoarei (3 sau 4 puncte).

Sunt definite axa și parametrul elicoidal al suprafeței, pentru care se urmărește a se determina forma unei suprafețe de revoluție reciproc înfășurătoare axa  $\vec{V}(Z)$  și parametrul  $p$ , precum și coordonatele punctelor,

$$A[X_A, Z_A]; B[X_B, Z_B]; C[X_C, Z_C] \quad (8.26)$$

pe generatoarea cunoscută în formă discretă, figura 8.11.

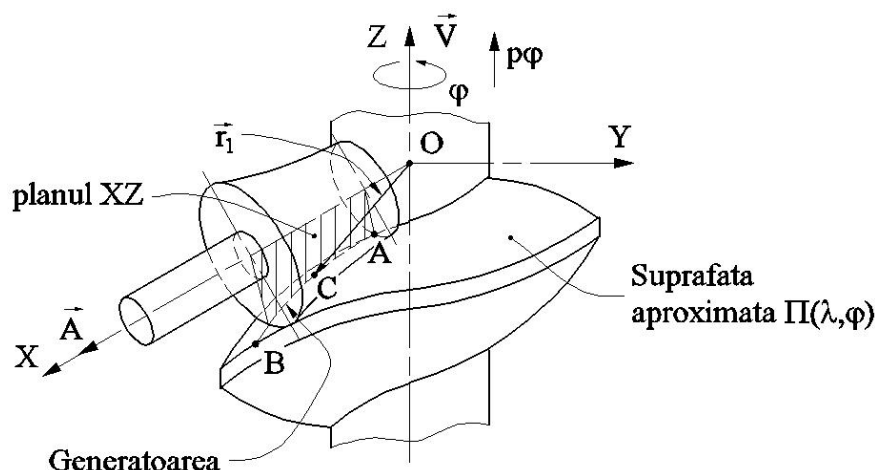


Fig. 8.11. Scula cilindro-frontală; sisteme de referință; axa sculei

Dacă se notează cu :

$$G \begin{cases} X(\lambda) = \lambda^2 A_x + 2\lambda(1-\lambda)C_x + (1-\lambda)^2 B_x; \\ Z(\lambda) = \lambda^2 A_z + 2\lambda(1-\lambda)C_z + (1-\lambda)^2 B_z, \end{cases} \quad (8.27)$$

polinomul Bezier de substituie, atunci, suprafața elicoidală de axa  $\vec{V}$  și parametru  $p$ , poate căpăta o exprimare, principială, în forma:

$$\Pi(\lambda, \varphi) \begin{cases} X(\lambda, \varphi) = X(\lambda) \cdot \cos(\varphi); \\ Y(\lambda, \varphi) = X(\lambda) \cdot \sin(\varphi); \\ Z(\lambda, \varphi) = Z(\lambda) + p \cdot \varphi. \end{cases} \quad (8.28)$$

**Notă:**

- Polinoamele  $X(\lambda)$  și  $Z(\lambda)$  urmează a fi identificate, în funcție de coordonatele cunoscute pe generatoarea  $G$ ;
- Este posibilă cunoașterea și a unei generatoare spațiale (curbă strâmbă), prin considerarea simultană a proiecțiilor acestora pe planurile sistemului de referință.

Pornind de la formele (8.28) ale suprafeței elicoidale  $\Pi(\lambda, \varphi)$ , se pot defini parametrii directori ai normalei la suprafața substitutivă, în formele:

$$\begin{aligned} N_x &= \dot{Y}_\lambda \cdot \dot{Z}_\varphi - \dot{Y}_\varphi \cdot \dot{Z}_\lambda; \\ N_y &= -[\dot{X}_\lambda \cdot \dot{Z}_\varphi - \dot{X}_\varphi \cdot \dot{Z}_\lambda]; \\ N_z &= \dot{X}_\lambda \cdot \dot{Y}_\varphi - \dot{X}_\varphi \cdot \dot{Y}_\lambda. \end{aligned} \quad (8.29)$$

Derivatele parțiale se calculează din forma (8.28) a suprafeței elicoidale. Pentru definiția axei sculei

$$\vec{A} = \vec{i} \quad (8.30)$$

și a vectorul de poziție al punctului curent pe suprafața  $\Pi(\lambda, \varphi)$ ,

$$\vec{r} = X(\lambda, \varphi)\vec{i} + Y(\lambda, \varphi)\vec{j} + Z(\lambda, \varphi)\vec{k} \quad (8.31)$$

condiția de înfășurare

$$|\vec{N}_\Pi, \vec{A}, \vec{R}| \leq q, \quad (8.32)$$

cu  $q$  – pozitiv și foarte mic (de exemplu  $q = 1 \cdot 10^{-2}$ ), poate fi adusă la forma

$$\left| [Z(\lambda) + p \cdot \varphi] \cdot N_Y - [X(\lambda) \cdot \sin(\varphi)] \cdot N_Z \right| \leq q. \quad (8.33)$$

Se determină secțiunea axială a sculei cilindro-frontale, figura 8.12:

$$S_A \begin{cases} H = X(\lambda) \cdot \cos(\varphi); \\ R = \sqrt{Y^2(\lambda) \cdot \sin^2(\varphi) + [Z(\lambda) + p \cdot \varphi]^2}. \end{cases} \quad (8.34)$$

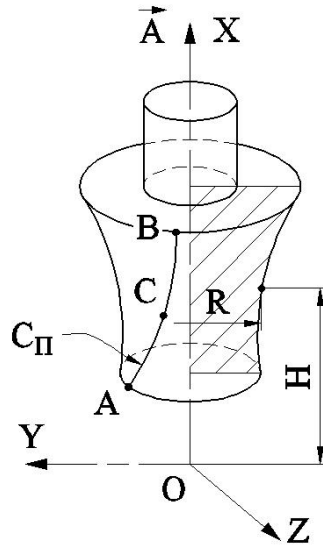


Fig. 8.12. Secțiunea axială a sculei cilindro-frontale

**NOTĂ:** În toate etapele algoritmului prezentat, calculul profilurilor se face numai pentru cele 3 (4) puncte considerate pe profil.

Pentru secțiunea axială (8.34), cunoscută în formă discretă pentru un număr de 3 (4) puncte ale acesteia, se face o aproximare printr-un polinom Bezier de gradul 2 (3) – determinându-se o formă de reprezentare pentru aceasta, vezi și (8.18), (8.19).

### • Aplicații

#### **Sculă cilindro-frontală pentru generarea unui melc cu secțiunea axială circulară**

Sunt presupuse cunoscute (măsurabile) coordonatele a trei puncte pe profilul generatoarei suprafeței elicoidale, figura 8.13:

$$A \begin{cases} X_A = X_{O_C} - R \cdot \cos(\Theta_A); \\ Y_A = 0; \\ Z_A = Z_{O_C} + R \cdot \sin(\Theta_A); \end{cases} \quad B \begin{cases} X_B = X_{O_C} - R \cdot \cos(\Theta_B); \\ Y_B = 0; \\ Z_B = Z_{O_C} + R \cdot \sin(\Theta_B); \end{cases} \quad C \begin{cases} X_C = X_{O_C} - R \cdot \cos(\Theta_C); \\ Y_C = 0; \\ Z_C = Z_{O_C} + R \cdot \sin(\Theta_C). \end{cases} \quad (8.35)$$

și, de asemenea, coordonatele centrului arcului de cerc care reprezintă generatoarea cunoscută în formă discretă a suprafeței elicoidale

$$O_C (X_{O_C}, 0, Z_{O_C}) = (52, 0, 0), \quad (8.36)$$

precum și valorile unghiurilor:  $\Theta_A = 0, \Theta_C = \frac{5\pi}{18}$  și a razei  $R = 8\text{mm}$ .

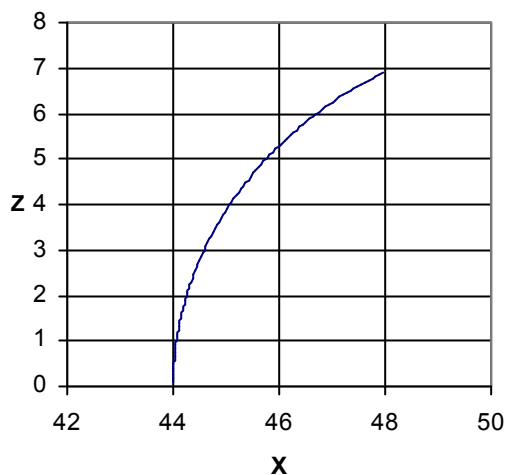


Fig. 8.13. Profilul generator – arc de cerc în plan axial

Algoritmul de indentificare a polinomului Bezier substitutiv profilului generatoarei suprafeței elicoidale este prezentat în tabelul 8.10, pentru un polinom de gradul 2.

Tabelul 8.10

$\Theta$	Profilul primar al generatoarei	$\lambda$	Coefficienții polinomului
$\Theta_A$	$X_A = X_{O_C} - R \cdot \cos(\Theta_A)$ $Z_A = Z_{O_C} + R \cdot \sin(\Theta_A)$	0	$B_X = X_A$ $B_Z = Z_A$
$\Theta_C$	$\Theta_C = \Theta_A + \frac{\Theta_B - \Theta_A}{2}$ $X_C = X_{O_C} - R \cdot \cos(\Theta_C)$ $Z_C = Z_{O_C} + R \cdot \sin(\Theta_C)$	$\frac{1}{2}$	$C_X = \frac{X_C - 0,25 \cdot X_A - 0,25 \cdot X_B}{0,5}$ $C_Z = \frac{Z_C - 0,25 \cdot Z_A - 0,25 \cdot Z_B}{0,5}$
$\Theta_B$	$X_B = X_{O_C} - R \cdot \cos(\Theta_B)$ $Z_B = Z_{O_C} + R \cdot \sin(\Theta_B)$	1	$A_X = X_B$ $A_Z = Z_B$

**Notă**

Așa cum s-a precizat anterior, mărimea parametrului elicoidal,  $p$ , este cunoscut (dată a problemei):

$$p = 3.18.$$

În figura 14 și tabelul 11, sunt prezentate profilul secțiunii axiale al sculei-disc, într-o prezentare aproximată prin polinoame Bezier, comparativ cu același profil determinat printr-o metodă analitică a înfășurării suprafețelor. De asemenea, este prezentată mărimea erorii de profilare, în raport cu profilul determinat printr-o metodă analitică, absolut riguroasă.

Tabelul 8.11.

$\lambda$	Profilul aproximat		Profilul teoretic		Eroare [mm]
	R[mm]	H[mm]	R[mm]	H[mm]	
<b>0.000</b>	<b>44.000</b>	<b>0.080</b>	<b>44.000</b>	<b>0.080</b>	<b>0.000</b>
0.050	44.011	0.422	44.010	0.423	0.002
0.100	44.037	0.764	44.035	0.765	0.002
0.150	44.077	1.104	44.075	1.106	0.003
0.200	44.132	1.442	44.131	1.444	0.002
0.250	44.202	1.777	44.201	1.779	0.002
0.300	44.286	2.109	44.286	2.111	0.002
<b>0.333</b>	<b>44.349</b>	<b>2.326</b>	<b>44.350</b>	<b>2.329</b>	<b>0.002</b>
0.350	44.384	2.438	44.385	2.440	0.002
0.400	44.496	2.761	44.498	2.763	0.003
0.450	44.622	3.080	44.624	3.082	0.003
0.500	44.762	3.392	44.764	3.395	0.004
0.550	44.915	3.699	44.914	3.696	0.003
0.600	45.081	3.998	45.080	3.996	0.003
0.650	45.260	4.290	45.259	4.288	0.002
<b>0.666</b>	<b>45.319</b>	<b>4.382</b>	<b>45.318</b>	<b>4.381</b>	<b>0.002</b>
0.700	45.451	4.575	45.449	4.573	0.002
0.750	45.654	4.850	45.652	4.850	0.002
0.800	45.869	5.117	45.866	5.117	0.002
0.850	46.095	5.374	46.092	5.375	0.003
0.900	46.332	5.622	46.329	5.623	0.002
0.950	46.579	5.859	46.577	5.859	0.002
<b>1.000</b>	<b>46.836</b>	<b>6.085</b>	<b>46.836</b>	<b>6.085</b>	<b>0.000</b>

Eroarea maxima este de 0.003mm obținută pentru valoarea parametrului:  $\lambda = 0.501$ .

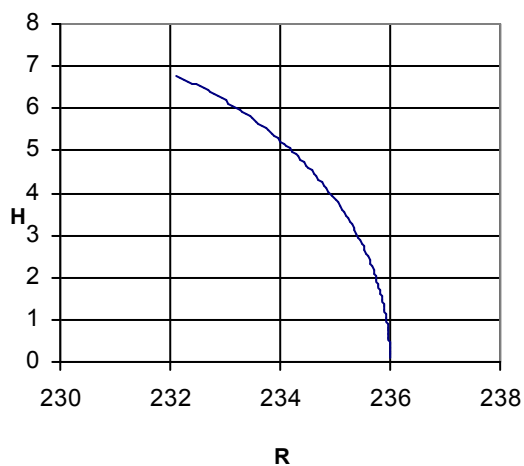


Fig. 8.14. Secțiunea axială a sculei cilindro-frontale

### Scula cilindro-frontală pentru generarea unui melc cu secțiune frontală evolventică (scula deget pentru roți dințate evolventice)

Pentru generatoarea evolventică a cercului de rază  $R_b$ , figura 8.15, se propune o aproximare prin 4 puncte în lungul profilului. Facem observația că punctele pot fi și rezultatul unei măsurători a profilului pe o mașină de măsurat 2D (3D).

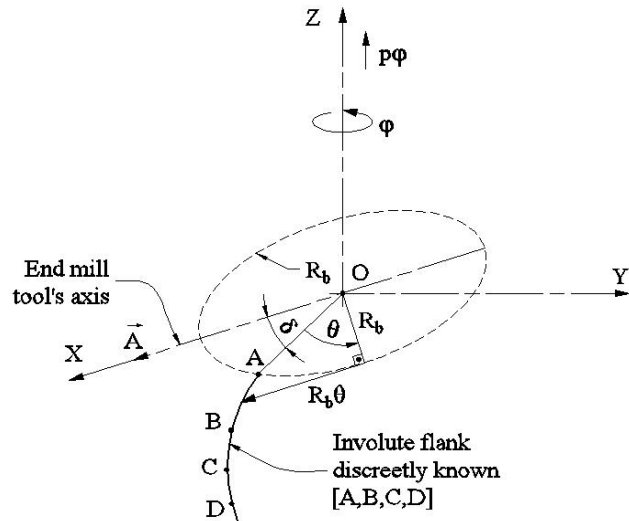


Fig. 8.15. Profil evolventic

Se propune pentru aproximarea evolventei unui polinom de gradul 3, vezi forma (5), cunoscând coordonatele punctelor de pe evolventă, vezi tabelul 8.12:

$$\begin{cases} X_C = A_X \lambda^3 + 3B_X \lambda^2 (1-\lambda) + 3C_X \lambda (1-\lambda)^2 + D_X (1-\lambda)^3; \\ Y_C = A_Y \lambda^3 + 3B_Y \lambda^2 (1-\lambda) + 3C_Y \lambda (1-\lambda)^2 + D_Y (1-\lambda)^3. \end{cases} \quad (8.37)$$

Mărimile unghiulare  $\Theta_A$  și  $\Theta_B$  sunt definite pentru evolventa flancului roții dințate de modul “m” și număr de dinți z, în tabelul 8.12.

În tabelul 8.12, este prezentat algoritmul de identificare a polinomului de gradul 3, substitutiv generatoarei evolventice.

Tabelul 8.12.

$\Theta$	Profil primar	$\lambda$	Coefficienții polinomului
$\Theta_A$	$X_A = R_b \cos(\delta + \Theta_A) + R_b \Theta_A \sin(\delta + \Theta_A)$ $Y_A = R_b \sin(\delta + \Theta_A) - R_b \Theta_A \cos(\delta + \Theta_A)$ $\Theta_A = \sqrt{\frac{R_i^2 - R_b^2}{R_b^2}} \text{ unde } R_i - \text{ raza interioară}$ $R_i = \frac{m \cdot z}{2} - 1 \cdot m$ $R_b = \frac{m \cdot z}{2} \cdot \cos(\alpha)$ $\alpha = 20^0$ $\delta - \text{ semiunghiul golului între doi dinți}$	0	$D_X = Y_A$ $D_Y = Z_A$
$\Theta_C$	$\Theta_C = \sqrt{\frac{R_C^2 - R_b^2}{R_b^2}}$ <p>unde <math>R_C</math> – raza punctului C  <math>R_i &lt; R_C \leq R_e</math></p> $\Theta_C = \Theta_A + \frac{1}{3} \cdot (\Theta_B - \Theta_A)$ $X_C = R_b \cos(\delta + \Theta_C) + R_b \Theta_C \sin(\delta + \Theta_C)$ $Y_C = R_b \sin(\delta + \Theta_C) - R_b \Theta_C \cos(\delta + \Theta_C)$	$\frac{1}{3}$	$C_X = \frac{18 \cdot X_C - 9 \cdot X_D + 2 \cdot X_B - 5 \cdot X_A}{6}$ $C_Y = \frac{18 \cdot Y_C - 9 \cdot Y_D + 2 \cdot Y_B - 5 \cdot Y_A}{6}$
$\Theta_D$	$\Theta_D = \sqrt{\frac{R_D^2 - R_b^2}{R_b^2}}$ <p>unde <math>R_D</math> – raza punctului D  <math>R_i &lt; R_D \leq R_e</math></p> $X_D = R_b \cos(\delta + \Theta_D) + R_b \Theta_D \sin(\delta + \Theta_D)$ $Y_D = R_b \sin(\delta + \Theta_D) - R_b \Theta_D \cos(\delta + \Theta_D)$ $\Theta_D = \Theta_A + \frac{2}{3} \cdot (\Theta_B - \Theta_A)$	$\frac{2}{3}$	$B_X = \frac{-5 \cdot X_B + 2 \cdot X_A + 18 \cdot X_D - 9 \cdot X_C}{6}$ $B_Y = \frac{-5 \cdot Y_B + 2 \cdot Y_A + 18 \cdot Y_D - 9 \cdot Y_C}{6}$
$\Theta_B$	$X_B = R_b \cos(\delta + \Theta_B) + R_b \Theta_B \sin(\delta + \Theta_B)$ $Y_B = R_b \sin(\delta + \Theta_B) - R_b \Theta_B \cos(\delta + \Theta_B)$ $\Theta_B = \sqrt{\frac{R_e^2 - R_b^2}{R_b^2}}$	1	$A_X = X_B$ $A_Y = Y_B$

Suprafața elicoidală evolventică în reprezentare „discretă” are, principal, forma:

$$\Pi(\lambda, \varphi) \begin{cases} X(\lambda, \varphi) = X(\lambda) \cos(\varphi) - Y(\lambda) \sin(\varphi); \\ Y(\lambda, \varphi) = X(\lambda) \sin(\varphi) + Y(\lambda) \cos(\varphi); \\ Z(\lambda, \varphi) = p \cdot \varphi. \end{cases} \quad (8.38)$$

Se calculează normala la suprafața înlocuitoare (8.38)

$$\vec{N}_\pi = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \dot{X}_\lambda \cos(\varphi) - \dot{Y}_\lambda \sin(\varphi) & \dot{X}_\lambda \sin(\varphi) + \dot{Y}_\lambda \cos(\varphi) & 0 \\ -X(\lambda) \sin(\varphi) - Y(\lambda) \cos(\varphi) & X(\lambda) \cos(\varphi) - Y(\lambda) \sin(\varphi) & p \end{vmatrix} \quad (8.39)$$

și, ținând seama de definițiile:

$$\vec{A} = \vec{i} \quad - \text{versorul axei sculei cilindro – frontale} \quad (8.40)$$

$$\vec{r}(\lambda, \varphi) = X(\lambda, \varphi) \cdot \vec{i} + Y(\lambda, \varphi) \cdot \vec{j} + Z(\lambda, \varphi) \cdot \vec{k}, \quad (8.41)$$

vectorul punctului curent pe suprafața elicoidală, rezultă condiția de înfășurare specifică, în acest caz:

$$\left\{ \begin{matrix} N_x & N_y & N_z \\ 1 & 0 & 0 \\ X(\lambda, \varphi) & Y(\lambda, \varphi) & Z(\lambda, \varphi) \end{matrix} \right\}_{abs} \leq q, \quad (8.42)$$

q – pozitiv, suficient de mic și  $X(\lambda, \varphi), Y(\lambda, \varphi), Z(\lambda, \varphi)$  definite în relațiile (8.38).

În figura 8.16, este reprezentată generatoarea evolventică, iar în figura 8.17 și tabelul 8.13, sunt prezentate forma și coordonatele secțiunii axiale a sculei, vezi (8.34), pentru generarea unei danturi evolventice având caracteristicile

$$m = 10 \text{ mm}; z = 17 \text{ dinti}; p = 86 \text{ mm}, \quad (8.43)$$

comparativ cu soluția oferită de aplicarea uneia dintre teoremele fundamentale ale înfășurării suprafețelor.

Tabelul 8.13.

$\lambda$	Profilul aproximativ		Profilul teoretic		Eroarea [mm]
	R[mm]	H[mm]	R[mm]	H[mm]	
<b>0.000</b>	<b>79.874</b>	<b>-3.477</b>	<b>79.874</b>	<b>-3.483</b>	<b>0.006</b>
0.050	80.142	-3.504	80.142	-3.508	0.005
0.100	80.409	-3.533	80.410	-3.537	0.004
0.150	80.676	-3.565	80.677	-3.568	0.003
0.200	80.943	-3.600	80.944	-3.602	0.002
0.250	81.209	-3.638	81.210	-3.639	0.001
0.300	81.475	-3.678	81.476	-3.678	0.001
<b>0.333</b>	<b>81.651</b>	<b>-3.705</b>	<b>81.652</b>	<b>-3.705</b>	<b>0.001</b>
0.350	81.741	-3.720	81.742	-3.719	0.001
0.400	82.007	-3.764	82.007	-3.763	0.001
0.450	82.272	-3.810	82.272	-3.809	0.001
0.500	82.536	-3.858	82.537	-3.857	0.001
0.550	82.801	-3.908	82.801	-3.907	0.001
0.600	83.065	-3.959	83.065	-3.959	0.000
0.650	83.329	-4.012	83.329	-4.012	0.000
<b>0.666</b>	<b>83.413</b>	<b>-4.030</b>	<b>83.413</b>	<b>-4.030</b>	<b>0.000</b>
0.700	83.592	-4.067	83.592	-4.068	0.001
0.750	83.855	-4.123	83.855	-4.124	0.001
0.800	84.118	-4.181	84.118	-4.182	0.001
0.850	84.380	-4.240	84.380	-4.241	0.001
0.900	84.643	-4.300	84.642	-4.301	0.001
0.950	84.904	-4.362	84.904	-4.362	0.000
<b>1.000</b>	<b>85.166</b>	<b>-4.425</b>	<b>85.166</b>	<b>-4.425</b>	<b>0.001</b>

Eroarea maxima este de 0.006mm obținută pentru valoarea parametrului:  $\lambda = 0$ .



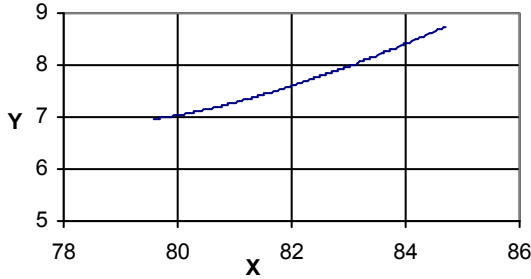


Fig. 8.16. Generatoarea evolventică

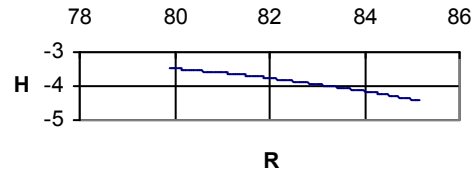


Fig. 8.17. Secțiunea axială a sculei cilindro-frontale

**NOTĂ:** Metoda propusă se dovedește a fi satisfăcătoare din punctul de vedere al preciziei geometrice de profilare a sculei. Numărul de puncte calculat este relativ mic (4 puncte cunoscute în lungul profilului de generat, într-un plan frontal al acestuia).

### 8.3. Sinteza unor algoritmi pentru profilarea sculei cilindrice (scula de rabotat)

”

Scula cilindrică, în realitate scula de rabotat care generează, în mișcarea de așchiere rectilinie-alternativă, o suprafață cilindrică reciproc înfășurătoare unei suprafețe elicoidale exprimată în formă discretă, poate fi, de asemenea, profilată în baza unui algoritm similar celor anterior prezentate (vezi scula disc și scula frontală).

Pentru o generatoare plană, definită în formă discretă și aproximată printr-un polinom Bezier de grad inferior, ca rezultat al cunoașterii unui număr mic de puncte pe generatoarea suprafeței elicoidale (3 sau 4 puncte), se acceptă ca formă de exprimare a suprafeței elicoidale prezentată în formă discretă forma (8.3) prin cunoașterea unei generatoare ”discrete” din planul transversal al suprafeței elicoidale.

Curba caracteristică,  $C_{\Pi}$ , pe suprafața elicoidală  $\Pi$  în formă discretă, ca reprezentând curba de tangență cu suprafața cilindrică (în figura 8.16 suprafața având generatoarele perpendiculare pe planul  $P_T$  și acceptând ca directoare curba  $C_{\Pi}$ ) se definește în baza unei condiții de înfășurare specifice:

$$\vec{N}_{\Pi} \cdot \vec{t} = 0 \quad (8.44)$$

În forma (8.44), condiția NIKOLAEV, specifică acestui gen de problemă de înfășurare s-au notat:

- $\vec{N}_{\Pi}$  este normala la suprafața elicoidală exprimată în formă discretă, vezi (8.6), (8.7), (8.8), (8.9);
- $\vec{t}$  - versorul generatoarelor suprafeței cilindrice,

$$\vec{t} = \cos(\alpha) \vec{j} + \sin(\alpha) \vec{k} \quad (8.45)$$

$$\alpha = \arctg\left(\frac{p}{D_e}\right); \quad (8.46)$$

cu

- $p$  – parametrul elicoidal al suprafeței (cunoscut);
- $D_E$  – diametrul cilindrului exterior al suprafeței elicoidale.

Astfel, ansamblul ecuațiilor (8.6) și condiția (8.44) cu definițiile (8.9) și (8.45) reprezintă curba caracteristică de contact a celor două suprafețe: suprafața elicoidală exprimată în formă discretă și suprafața cilindrică, ca suprafața periferică primară a sculei de rabotat pentru generarea suprafeței elicoidale.

**Notă**

Condiția (8.44) poate fi privită ca un caz particular al condiției (8.13), în care distanța „a” tinde să fie infinită.

Se transformă, astfel, o suprafață de revoluție - suprafața periferică primară a sculei-disc, într-o suprafață cilindrică.

Principial, curba caracteristică  $C_{II}$  se exprimă prin coordonatele punctelor acesteia, vezi (8.14).

**Suprafața cilindrică – S**

Fiind cunoscute :

- direcția generatoarelor suprafeței cilindrice,  $\vec{t}$  (8.45);
- forma curbei caracteristice  $C_{II}$  (8.14), exprimată în formă discretă,

se poate exprima caracteristica „discretă” (8.14) într-un nou sistem de referință, figura 8.18, în care planul  $P_T$  (vezi și figura 8.16) devine planul  $X_1Z_1$  al noului sistem de referință.

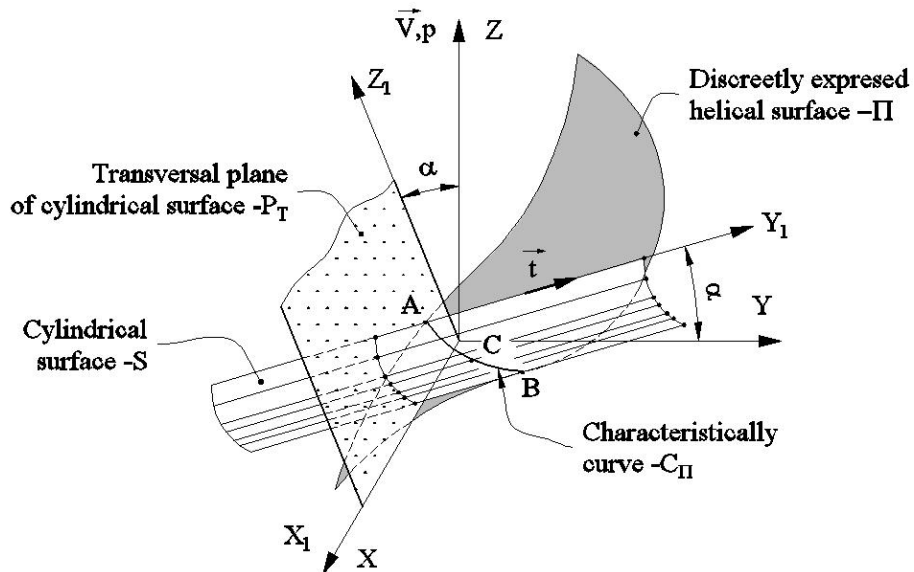


Fig. 8.18. Suprafața cilindrică și curba caracteristică

Suprafața S rezultă, pentru punctele în care este definită, în forma:

$$\vec{R} = \vec{r} + k \cdot \vec{t} \tag{8.47}$$

în care vectorii  $\vec{R}$  și  $\vec{r}$  vor fi definiți astfel:

$$\vec{r} = X^{C_n} \vec{i} + Y^{C_n} \vec{j} + Z^{C_n} \vec{k}, \tag{8.48}$$

vectorul punctelor discrete de pe caracteristica  $C_{II}$ , vezi (8.14);

$\vec{k}$  - parametru scalar.

Rezultă, principial, coordonatele suprafeței S:

$$S: \begin{cases} X^S = X^{C_n}; \\ Y^S = Y^{C_n} + k \cdot \cos(\alpha); \\ Z^S = Z^{C_n} + k \cdot \sin(\alpha). \end{cases} \quad (8.49)$$

**Notă**

Reamintim transformarea de coordonate:

$$X_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ 0 & -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad (8.50)$$

care conduce la forma:

$$S_{X_1 Y_1 Z_1} \begin{cases} X_1 = X^S; \\ Y_1 = Y^S \cos(\alpha) + Z^S \sin(\alpha); \\ Z_1 = -Y^S \sin(\alpha) + Z^S \cos(\alpha), \end{cases} \quad (8.51)$$

reprezentând suprafața cilindrică discretă S în sistemul  $X_1 Y_1 Z_1$ , vezi și figura 8.17.

**Secțiunea transversală** a suprafeței cilindrice discretă (8.51) se obține din condiția

$$|Y_1| \leq q_1 \quad (8.52)$$

cu  $q_1$  - arbitrar, pozitiv, mic, în forma:

$$S_{P_T} \begin{cases} X_1 = X^S; \\ Z_1 = -Y^S \sin(\alpha) + Z^S \cos(\alpha), \end{cases} \quad (8.53)$$

pentru k variabil, vezi și figura 8.18.

**Aplicație – Sculă cilindrică pentru generarea suprafeței elicoidale cu profil circular în plan axial**

Suprafața elicoidală este exprimată în formă discretă prin intermediul unei generatoare plană, cunoscută prin puncte ale sale, figura 8.19.

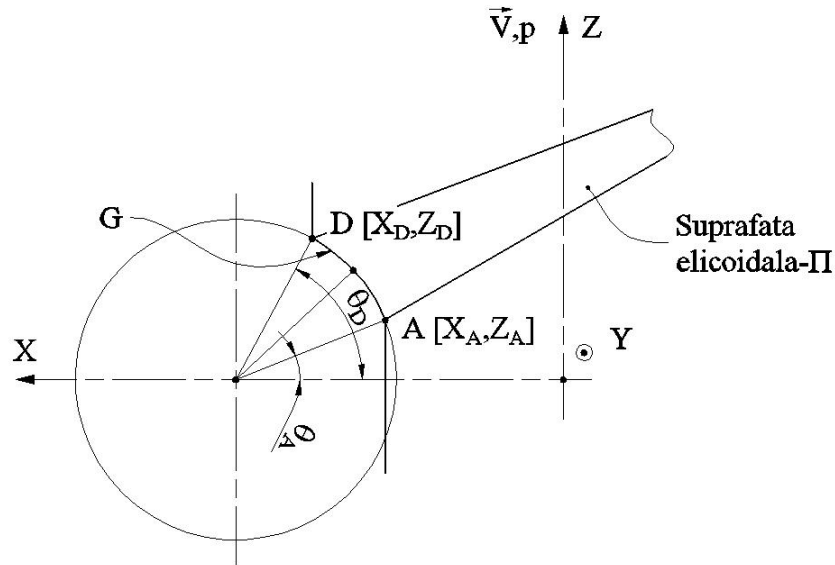


Fig. 8.19. Suprafață elicoidală cu generatoare circulară în planul axial

Sunt presupuse cunoscute (măsurabile) coordonatele de pe generatoarea suprafeței elicoidale, vezi și relațiile (8.35) și (8.36).

Se identifică polinomul Bezier de aproximare a generatoarei  $G$ , vezi și tabelul 8.10, pentru un polinom de gradul 2 sau, similar, pentru un polinom de grad superior.

Pe suprafața elicoidală:

$$\begin{cases} X(\lambda, \varphi) = -P_Y(\lambda) \cdot \sin(\varphi); \\ \Pi Y(\lambda, \varphi) = P_Y(\lambda) \cdot \cos(\varphi); \\ Z(\lambda, \varphi) = P_Z(\lambda) \cdot \sin(\varphi), \end{cases} \quad (8.54)$$

cu  $P_Y(\lambda)$ ,  $P_Z(\lambda)$  polinoamele de substituire a generatoarei discrete;

$\varphi$  - parametru unghiular variabil, se determină perechile de valori „ $\varphi$ ” și „ $\lambda$ ”, care satisfac condiția (8.44), vezi și definițiile (8.6) ... (8.9) și (8.45),

$$|N_Y \cos(\alpha) + N_y \cos(\alpha)| \leq q \quad (8.55)$$

$q$  pozitiv și mic.

Se determină, astfel, curba caracteristică formată din ansamblul ecuațiilor (8.6) și (8.55) – pe suprafața  $S$ , suprafața elicoidală exprimată în formă “discretă” și, de aici, prin transformarea de coordonate (8.50), forma secțiunii transversale a suprafeței cilindrice -  $S_{P_t}$  - vezi (8.53).

În figura 8.20 și tabelul 14, sunt prezentate forma și coordonatele secțiunii transversale a suprafeței cilindrice reciproc înfășurătoare unui melc având caracteristicile dimensionale:

- coordonatele punctelor de pe secțiunea axială

$$\begin{array}{l} A \left\{ \begin{array}{l} X_A = 44.01 \\ Z_A = 0.39 \end{array} \right. \quad B \left\{ \begin{array}{l} X_B = 44.82 \\ Z_B = 3.52 \end{array} \right. \quad C \left\{ \begin{array}{l} X_C = 46.85 \\ Z_C = 6.12 \end{array} \right. \end{array}$$

- parametrul elicoidal al elicei,  $p=3.18$

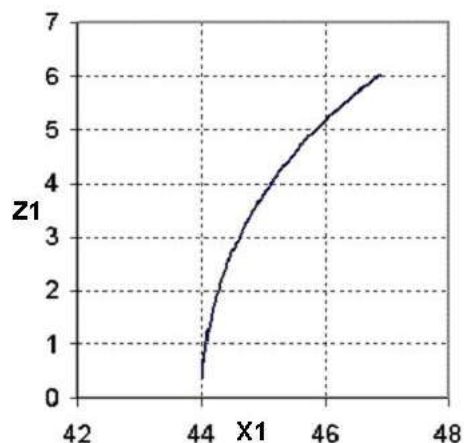


Fig. 8.20. Profilul sculei cilindrice

Rezultatele numerice sunt prezentate în raport cu rezultatele obținute prin utilizarea unei metode fundamentale de calcul a profilului sculei de rabotat.

Tabelul 8.14.

$\lambda$	Profilul aproximat		Profilul teoretic		Eroarea [mm]
	X1 [mm]	Z1 [mm]	X1 [mm]	Z1 [mm]	
<b>0.000</b>	<b>44.010</b>	<b>0.395</b>	<b>44.010</b>	<b>0.396</b>	<b>0.000</b>
0.050	44.033	0.720	44.032	0.720	0.001
0.100	44.070	1.043	44.069	1.043	0.002
0.150	44.121	1.364	44.119	1.365	0.002
0.200	44.185	1.683	44.184	1.683	0.001
0.250	44.262	1.999	44.261	1.999	0.001
0.300	44.353	2.312	44.352	2.311	0.000
<b>0.333</b>	<b>44.420</b>	<b>2.516</b>	<b>44.420</b>	<b>2.515</b>	<b>0.000</b>
0.350	44.456	2.620	44.456	2.620	0.000
0.400	44.573	2.924	44.573	2.923	0.001
0.450	44.702	3.222	44.703	3.222	0.001
0.500	44.844	3.515	44.844	3.515	0.001
0.550	44.997	3.802	44.998	3.801	0.001
0.600	45.163	4.081	45.164	4.081	0.000
0.650	45.341	4.354	45.341	4.354	0.000
<b>0.666</b>	<b>45.400</b>	<b>4.439</b>	<b>45.400</b>	<b>4.439</b>	<b>0.000</b>
0.700	45.530	4.619	45.529	4.619	0.001
0.750	45.730	4.875	45.729	4.875	0.001
0.800	45.941	5.123	45.940	5.123	0.001
0.850	46.162	5.361	46.161	5.361	0.002
0.900	46.394	5.590	46.392	5.589	0.001
0.950	46.635	5.808	46.634	5.807	0.001
<b>1.000</b>	<b>46.886</b>	<b>6.015</b>	<b>46.886</b>	<b>6.014</b>	<b>0.001</b>

Eroarea maxima este de 0.001 mm obținută pentru valoarea parametrului  $\lambda = 0.125$ .

Este evident faptul că, precizia profilului sculei cilindrice reciproc înfășurătoare unei suprafețe elicoidale cilindrice și de pas constant este suficient de exactă și că pentru anumite tipuri de suprafețe, metoda reprezentării prin poli a generatoarelor suprafețelor poate constitui o alternativă la metodele analitice pentru profilarea sculelor generatoare a suprafețelor elicoidale.

Metoda propusă se caracterizează prin aceea că, numărul de puncte considerate este relativ mic, 3 sau 4 puncte, mărirea preciziei de determinare putându-se obține prin utilizarea unor polinoame de substituție de grad superior.

Metoda are avantajul că permite abordarea problematicii profilării sculei generatoare a suprafeței elicoidale, pornind de la cunoașterea unor puncte efectiv măsurate pe această suprafață.

## 8.4. Modelarea prin polinoame Bezier a profilului sculei inelare cuprinzătoare

Profilarea sculelor mărginite de suprafețe periferice primare de revoluție, pentru generarea suprafețelor elicoidale —scula disc; scula cilindro-frontală— se face prin metodele specifice ale teoriei suprafețelor reciproc înfășurătoare.

De asemenea, sunt cunoscute metodele analitice de profilare a sculelor reciproc înfășurătoare suprafețelor elicoidale, în baza metodologiei descompunerii mișcării elicoidale în mișcări de rotație, precum și unele metode complementare.

Toate aceste metode se bazează pe cunoașterea în formă analitică (vectorială) a suprafeței de generat.

Există multiple situații în care cunoașterea suprafeței elicoidale este realizată printr-un număr redus de puncte discrete în lungul unei curbe generatoare a acesteia. Adeseori aceste coordonate sunt obținute prin măsurare directă pe mașini 3D. Apare, astfel, necesitatea de a exprima într-o formă aproximativă suprafețele de generat, prin aproximări Bezier, și, de aici, de a sintetiza metodologii simplificate (care utilizează un număr mic, 3-4 puncte) de pe profil, în vederea profilării sculelor generatoare a suprafețelor elicoidale.

Sculele inelare —scule suprafețe de revoluție cuprinzătoare— sunt destinate generării prin așchiere a suprafeței elicoidale de pas constant de tipul șuruburilor conducătoare a mașinilor-unelte.

Procedeul cunoscut sub denumirea de „filetare în vârtej”, figura 8.21, presupune existența unui utilaj specializat sau a unui echipament specific adaptat unei mașini-unelte universale.

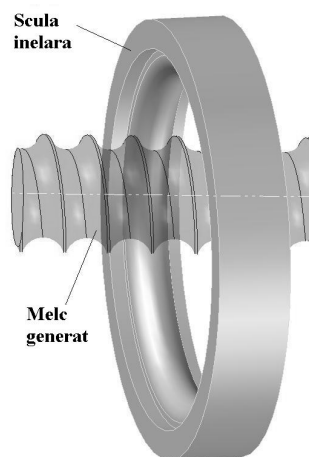


Fig. 8.21. Filetare în vârtej cu scula inelară cuprinzătoare

Profilarea sculei de generare prin înfășurare, ca sculă de prelucrare în vârtej a suprafețelor elicoidale, se poate face, de asemenea, în baza reprezentării în formă discretă a suprafeței elicoidale, prin aproximarea generatoarei acesteia cu o curbă ce constituie un polinom Bezier de grad inferior, astfel ca, numărul de puncte cunoscut pe

generatoarea suprafeței elicoidale să fie redus la 3 sau 4 puncte, în funcție de gradul polinomului de aproximare.

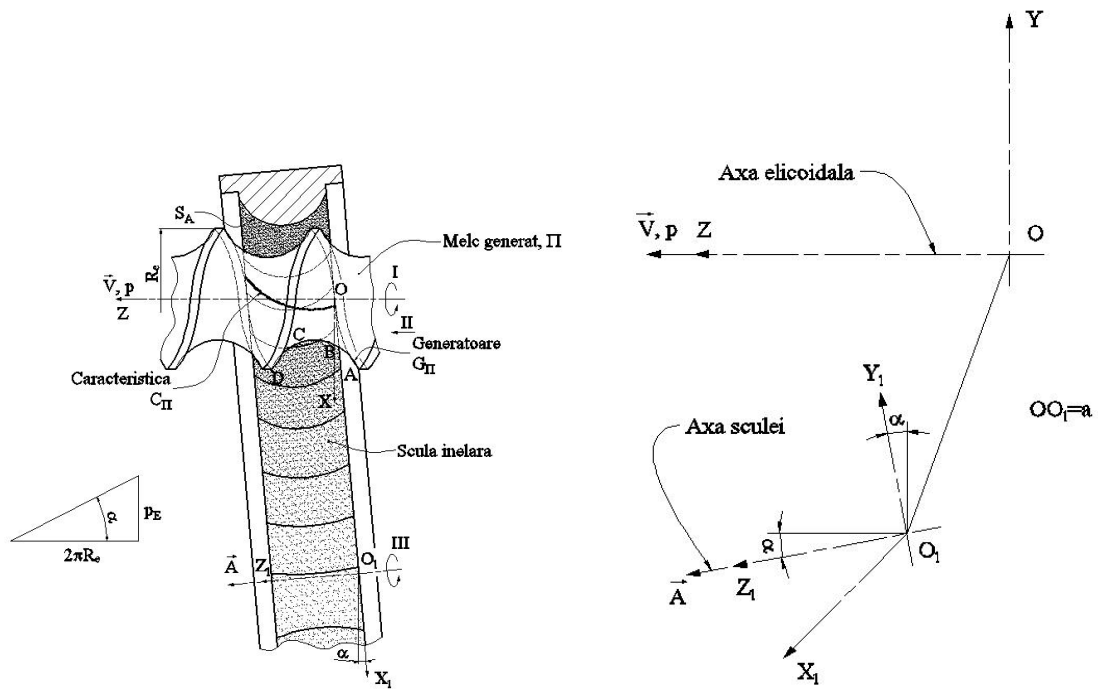


Fig. 8.22. Suprafața elicoidală—II, generatoarea— $G_{II}$ , curba caracteristică— $C_{II}$ , secțiunea axială a scule— $S_A$

### • Algoritm de profilare

Dacă se acceptă faptul că pe suprafața elicoidală cilindrică și de pas constant  $II$ , de axă  $\vec{V}$  și parametru elicoidal  $p$ , este cunoscută o generatoare  $G_{II}$ , în lungul căreia sunt definite 3 (4) puncte, fie:

$$A[X_A, Y_A]; B[X_B, Y_B]; C[X_C, Y_C]; D[X_D, Y_D] \quad (8.56)$$

acestea (în figura 8.22, generatoarea este presupusă ca fiind o curbă plană, cele 4 puncte fiind definite pe o presupusă secțiune axială a suprafeței), în conformitate cu metoda acceptată, se definește un polinom Bezier de grad inferior, substitutiv curbei reprezentând secțiunea axială a suprafeței, secțiune cunoscută prin cele 4 puncte (8.56), fie:

$$\begin{aligned} P_X(\lambda) &= A_X \lambda^3 + B_X \lambda^2 (1-\lambda) + C_X \lambda (1-\lambda)^2 + D_X (1-\lambda)^3; \\ P_Z(\lambda) &= A_Z \lambda^3 + B_Z \lambda^2 (1-\lambda) + C_Z \lambda (1-\lambda)^2 + D_Z (1-\lambda)^3, \end{aligned} \quad (8.57)$$

forma polinomului de substituție, cu  $0 \leq \lambda \leq 1$ .

**Notă** Similar, se poate imagina și un polinom Bezier de substituție de gradul doi:

$$\begin{aligned} P_X(\lambda) &= A_X \lambda^2 + C_X \lambda (1-\lambda) + B_X (1-\lambda)^2; \\ P_Z(\lambda) &= A_Z \lambda^2 + C_Z \lambda (1-\lambda) + B_Z (1-\lambda)^2. \end{aligned} \quad (8.58)$$

Se definesc, în baza formelor (8.57), ecuațiile parametrice ale suprafeței elicoidale în mișcarea

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi & 0 \\ \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} P_X(\lambda) \\ 0 \\ P_Z(\lambda) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ p\varphi \end{pmatrix}, \quad (8.59)$$

care conduce la forma:

$$\Pi(\lambda, \varphi) \begin{cases} X = P_{X(\lambda)} \cos \varphi; \\ Y = P_{X(\lambda)} \sin \varphi; \\ Z = P_{Z(\lambda)} + p\varphi, \end{cases} \quad (8.60)$$

cu  $\varphi$  — parametru variabil și  $p$  — parametru elicoidal al suprafeței elicoidale cilindrice de generat.

Parametrul  $\lambda$  este definit pentru un număr mic de valori (4 în cazul polinomului Bezier de substituție de gradul trei, vezi tabelul 1, pentru identificarea mărimii coeficienților polinomului).

Se acceptă că, fiind cunoscute ecuațiile de aproximare (8.60), acestea constituie o formă analitică a suprafeței elicoidale, formă care poate servi la determinarea curbei caracteristice în mișcarea de rotație a suprafeței elicoidale în jurul axei  $\vec{A}$  — axa sculei inelare,

$$\vec{A} = \sin \alpha \cdot \vec{j} + \cos \alpha \cdot \vec{k}, \quad (8.61)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{p}{R_e}, \quad (8.62)$$

vezi și figura 8.22.

Se calculează normala la suprafața  $\Pi(\lambda, \varphi)$ , vezi ecuațiile (8.60).

*Tabelul 8.15. Identificarea polinomului Bezier de gradul 3*

Punct	Coordonate pe generatoare	$\lambda$	Coeficienții polinomului
A	$X_A, Z_A$	0	$D_X = X_A$ $D_Z = Z_A$
B	$X_B, Z_B$	$\frac{1}{3}$	$C_X = \frac{18X_C - 9X_B + 2X_A - 5X_D}{6}$ $C_Z = \frac{18Z_C - 9Z_B + 2Z_A - 5Z_D}{6}$
C	$X_C, Z_C$	$\frac{2}{3}$	$B_X = \frac{-5X_A + 2X_D + 18X_B - 9X_C}{6}$ $B_Z = \frac{-5Z_A + 2Z_D + 18Z_B - 9Z_C}{6}$
D	$X_D, Z_D$	1	$A_X = X_D$ $A_Z = Z_D$

**Notă** În cazul în care punctele de pe generatoare,  $A[X_A, Y_A]$ ;  $B[X_B, Y_B]$ ;  $C[X_C, Y_C]$ ;  $D[X_D, Y_D]$ , sunt puncte ale căror coordonate sunt efectiv măsurate, atunci

mărimea parametrului  $\lambda$  poate fi aproximată cu relațiile:  $\lambda_B = \frac{|\overline{AB}|}{\left[|\overline{AB}| + |\overline{BC}| + |\overline{CD}|\right]}$ ,



$\lambda_c = \frac{|\overline{AB}| + |\overline{BC}|}{|\overline{AB}| + |\overline{BC}| + |\overline{CD}|}$ . Evident, segmentele  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CD}$  aproximează mai bine

arcul generatoarei dacă acesta are o rază mare de curbură. Se definește normala

$$\vec{N}_\Pi = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -P_{X(\lambda)} \sin \varphi & P_{X(\lambda)} \cos \varphi & p \\ \dot{P}_{X(\lambda)} \cos \varphi & \dot{P}_{X(\lambda)} \sin \varphi & \dot{P}_{Z(\lambda)} \end{vmatrix}, \quad (8.63)$$

în principiu

$$\vec{N}_\Pi = N_{\Pi X} \vec{i} + N_{\Pi Y} \vec{j} + N_{\Pi Z} \vec{k}. \quad (8.64)$$

Astfel, definind vectorul curent pe suprafața  $\Pi(\lambda, \varphi)$ , măsurat din originea  $O_I$ ,

$$\vec{r}_1 = [\Pi_X(\lambda, \varphi) - a] \vec{i} + \Pi_Y(\lambda, \varphi) \vec{j} + \Pi_Z(\lambda, \varphi) \vec{k}, \quad (8.65)$$

se definește condiția de înfășurare NIKOLAEV,

$$(\vec{N}_\Pi, \vec{A}, \vec{r}_1) = 0 \quad (8.66)$$

sau, după înlocuiri,

$$-\varepsilon \leq \begin{vmatrix} N_{\Pi X} & N_{\Pi Y} & N_{\Pi Z} \\ \Pi_X(\lambda, \varphi) - a & \Pi_Y(\lambda, \varphi) & \Pi_Z(\lambda, \varphi) \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{vmatrix} \leq \varepsilon, \quad (8.67)$$

cu  $\varepsilon$  suficient de mic în valoare absolută ( $\varepsilon = 1 \cdot 10^{-2} \dots 1 \cdot 10^{-3}$ ).

Mărimea  $a$  este o mărime geometrică depinzând de dimensiunea diametrală a sculei inelare.

Se determină, în baza condiției (8.67), perechi de valori  $\lambda$  și  $\varphi$  (3 sau 4 perechi de valori, în funcție de gradul polinomului de aproximare a generatoarei) care permit determinarea pe suprafața elicoidală de generat, a punctelor aparținând curbei caracteristice —  $C_{\Pi}$ , vezi (8.68) pentru cazul celor 4 puncte,

$$X_{C_{\Pi, \lambda}} = \begin{vmatrix} X_{C_{\Pi, \lambda=0}} & Y_{C_{\Pi, \lambda=0}} & Z_{C_{\Pi, \lambda=0}} \\ X_{C_{\Pi, \lambda=0.33}} & Y_{C_{\Pi, \lambda=0.33}} & Z_{C_{\Pi, \lambda=0.33}} \\ X_{C_{\Pi, \lambda=0.66}} & Y_{C_{\Pi, \lambda=0.66}} & Z_{C_{\Pi, \lambda=0.66}} \\ X_{C_{\Pi, \lambda=1}} & Y_{C_{\Pi, \lambda=1}} & Z_{C_{\Pi, \lambda=1}} \end{vmatrix}, \quad (8.68)$$

Se pot defini, acum, coordonatele secțiunii axiale,  $S_A$ , a sculei inelare cuprinzătoare, dacă se transformă coordonatele (8.68) ale curbei caracteristice, cunoscută în formă discretă, în sistemul  $X_1, Y_1, Z_1$  al sculei, prin transformarea

$$\begin{vmatrix} X_{1C_{\Pi}} \\ Y_{1C_{\Pi}} \\ Z_{1C_{\Pi}} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} X_{C_{\Pi, \lambda}} \\ Y_{C_{\Pi, \lambda}} \\ Z_{C_{\Pi, \lambda}} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}, \quad (8.69)$$

( $\lambda = 0; 0.33; 0.66; 1$ ).

Rezultă, în baza transformării (8.69), coordonatele curbei caracteristice comună celor două suprafețe, suprafața elicoidală și suprafața periferică primară a sculei inelare, în forma

$$C_{\Pi_1} : [X_{1C_{\Pi, \lambda}}, Y_{1C_{\Pi, \lambda}}, Z_{1C_{\Pi, \lambda}}], \quad (\lambda = 0; 0.33; 0.66; 1). \quad (8.70)$$

Se definesc coordonatele secțiunii axiale,  $S_A$ , pornind de la forma (8.70) a curbei caracteristice cunoscută în formă discretă:

$$S_A \begin{cases} (Z_{1C_{\Pi,\lambda}}) = H_\lambda; \\ \sqrt{(X_{1C_{\Pi,\lambda}})^2 + (Y_{1C_{\Pi,\lambda}})^2} = R_\lambda; \end{cases} \quad \lambda = 0; 0.33; 0.66; 1, \quad (8.71)$$

pentru un polinom de aproximare de gradul 3 a generatoarei suprafeței elicoidale de generat.

Astfel, în lungul generatoarei axiale a sculei inelare vor fi cunoscute un număr de 4 puncte care derivă din puncte cunoscute pe generatoarea suprafeței elicoidale.

Pentru o reprezentare a secțiunii axiale a sculei inelare (8.71), se propune aproximarea celor patru puncte ale acesteia, printr-un polinom de gradul 3, în forma:

$$Q(\lambda) \begin{cases} Q_H(\lambda) = \lambda^3 E_H + \lambda^2 (\lambda - 1) F_H + \lambda (\lambda - 1)^2 G_H + (\lambda - 1)^3 H_H; \\ Q_R(\lambda) = \lambda^3 E_R + \lambda^2 (\lambda - 1) F_R + \lambda (\lambda - 1)^2 G_R + (\lambda - 1)^3 H_R, \end{cases} \quad (8.72)$$

pentru  $\lambda=0; 0.33; 0.66; 1$ , cu mărimi calculate din (8.71).

Se determină coeficienții polinomului de aproximare Bezier:  $E_H, F_H, G_H, H_H, E_R, F_R, G_R, H_R$  și se obține, astfel, o reprezentare aproximată a secțiunii axiale a sculei inelare cuprinzătoare, reciproc înfășurătoare unei suprafețe elicoidale cilindrice și de pas constant, cunoscută printr-o reprezentare discretă, cu un număr redus de puncte (4 puncte) a unei generatoare plană a acesteia.

**Notă** În cazul cunoașterii în formă discretă (eventual prin măsurare) a unor puncte în lungul unei generatoare spațiale, problema se rezolvă în mod similar, considerând proiecțiile coordonatelor curbei în planele sistemului de referință.

Calitatea metodei propuse se determină prin compararea rezultatelor algoritmului propus, pentru diferite tipuri de suprafețe, cu rezultatele obținute prin aplicarea metodelor clasice, cu descrierea analitică a suprafețelor elicoidale.

## • Aplicații

### Scula inelară pentru un melc cu profil axial rectiliniu (melc arhimedic)

În figura 8.23, sunt prezentate generatoarea melcului arhimedic și punctele acceptate pe această generatoare, vezi tabelul 8.16, pentru un polinom de aproximare de gradul II, vezi relațiile (8.58).

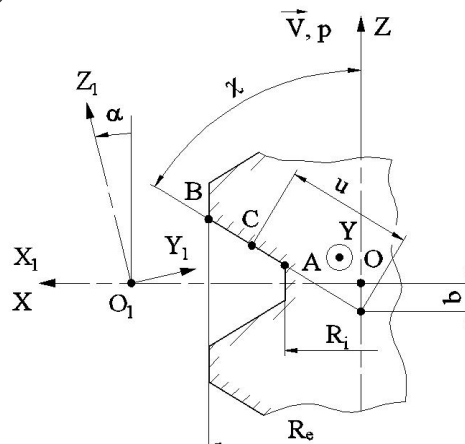


Fig. 8.23. Generatoarea melcului arhimedic

Tabelul 8.16.

Punct	Parametrul variabil	Coordonate	$\lambda$
A	$u_A = \frac{R_i}{\cos \chi}$	$X_A = u_A \sin \chi;$ $Z_A = u \cos \chi - b;$	0
B	$u_C = \frac{u_A - u_B}{2}$	$X_C = u_C \sin \chi;$ $Z_C = u_C \cos \chi - b;$	0.5
C	$u_B = \frac{R_e}{\cos \chi}$	$X_B = u_B \sin \chi;$ $Z_B = u_B \cos \chi - b.$	1

**Notă:**  $b$  este o constantă geometrică, specifică tipului de melc de generat.

Astfel, suprafața elicoidală a cărei generatoare este aproximată cu un polinom Bezier, are, de principiu, ecuațiile:

$$\Pi(\lambda, \varphi) \begin{cases} X = X(\lambda) \cos \varphi; \\ Y = X(\lambda) \sin \varphi; \\ Z = Z(\lambda) + p\varphi, \end{cases} \quad (8.73)$$

cu  $\varphi$  parametru variabil și  $X(\lambda)$ ,  $Z(\lambda)$  polinoamele de substituție ale generatoarei discrete, vezi forma (8.58).

Scrierea condiției de înfășurare

$$(\vec{N}_{\Pi}, \vec{A}, \vec{r}_1) = 0 \quad (8.74)$$

presupune cunoașterea:

— normalei la suprafața elicoidală  $\Pi(\lambda, \varphi)$ ,

$$\vec{N}_{\Pi} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \dot{X}_{\lambda} \cos(\varphi + \pi) & \dot{X}_{\lambda} \sin(\varphi + \pi) & \dot{Z}_{\lambda} \\ -X_{(\lambda)} \sin(\varphi + \pi) & X_{(\lambda)} \cos(\varphi + \pi) & p \end{vmatrix} \quad (8.75)$$

sau

$$\vec{N}_{\Pi} = N_{\Pi X} \vec{i} + N_{\Pi Y} \vec{j} + N_{\Pi Z} \vec{k}; \quad (8.76)$$

— axa sculei inelare,

$$\vec{A} = -\sin \alpha \cdot \vec{j} + \cos \alpha \cdot \vec{k}, \quad (8.77)$$

$$\alpha = \arctan \left[ \frac{p}{R_e} \right]; \quad (8.78)$$

— vectorul  $\vec{r}_1$ ,

$$\vec{r}_1 = [X_{\Pi}(\varphi, \lambda) - a] \vec{i} + Y_{\Pi}(\varphi, \lambda) \vec{j} + Z_{\Pi}(\varphi, \lambda) \vec{k} \quad (8.79)$$

în care  $X_{\Pi}$ ,  $Y_{\Pi}$ ,  $Z_{\Pi}$  sunt date de (8.73) - ecuațiile suprafeței elicoidale approximate.

Condiția de înfășurare se reduce la

$$-\varepsilon \leq |\vec{N}_{\Pi}, \vec{A}, \vec{r}_1| \leq \varepsilon \quad (8.80)$$

pentru  $\varepsilon$  suficient de mic în valoare absolută ( $\varepsilon = 1 \cdot 10^{-2} \dots 1 \cdot 10^{-3}$ ).

Ansamblul mărimilor parametrilor  $\lambda$  și  $\varphi$  care satisfac condiția (8.80) permit determinarea punctelor discrete de pe curba caracteristică a suprafeței  $\Pi$ , comună cu cea a suprafeței  $S$  — suprafața periferică (interioară) a sculei inelare.

Din (8.73) rezultă, principial, coordonatele pe curba caracteristică,

$$C_{II} : \begin{cases} X_{CII} = X(\lambda); \\ Y_{CII} = Y(\lambda); \\ Z_{CII} = Z(\lambda), \end{cases} \quad (8.81)$$

pentru  $\lambda = 0; 0.5; 1$ .

Se transferă coordonatele curbei  $C_{II}$  în sistemul de referință asociat sculei inelare — $S$ ,  $X_I Y_I Z_I$ .

$$\begin{pmatrix} X_{I\text{SPI}} \\ Y_{I\text{SPI}} \\ Z_{I\text{SPI}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_{CII}(\lambda) + a \\ Y_{CII}(\lambda) \\ Z_{CII}(\lambda) \end{pmatrix}, \quad (8.82)$$

pentru  $\lambda = 0; 0.5; 1$ .

Se determină, astfel, puncte pe secțiunea axială a suprafeței periferice a sculei:

$$S_A \begin{cases} R(\lambda) = \sqrt{(X_{I\text{SPI}})^2 + (Y_{I\text{SPI}})^2}; \\ H(\lambda) = Z_{I\text{SPI}}, \end{cases} \quad (8.83)$$

pentru  $\lambda = 0; 0.5; 1$ , care alcătuiesc matricea punctelor secțiunii axiale — $S_A$ ,

$$S_A = \begin{pmatrix} R(0) & H(0) \\ R(0.5) & H(0.5) \\ R(1) & H(1) \end{pmatrix}. \quad (8.84)$$

Se aproximează coordonatele (8.84) cu un polinom Bezier, vezi (8.72), reprezentând profilul aproximat al sculei inelare.

În figura 8.24 și tabelul 8.17, sunt prezentate forma și coordonatele profilului sculei inelare pentru generarea unui filet trapezoidal având caracteristicile  $D_i=72$  mm;  $D_e=85$  mm;  $\chi=75^\circ$ ;  $p=1.91$  mm,  $a=500$ mm, atât pentru profilul teoretic, cât și pentru profilul aproximat.

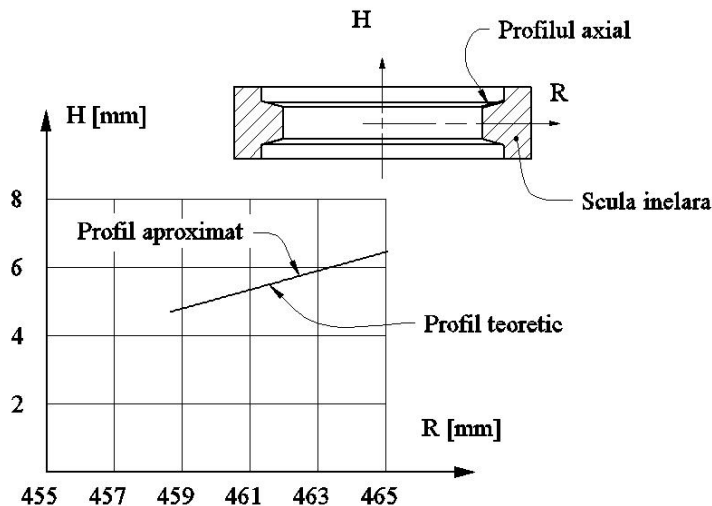


Fig. 8.24. Secțiunea axială a sculei inelare

Tabelul 8.17. Profilul teoretic și aproximat pentru scula inelară

$\lambda$	Profil teoretic		Profil aproximat		Eroare [mm]
	R [mm]	H [mm]	R [mm]	H [mm]	
<b>0.000</b>	<b>458.658</b>	<b>4.677</b>	<b>458.658</b>	<b>4.677</b>	<b>0.000</b>
0.050	458.981	4.766	458.981	4.766	0.000
0.100	459.304	4.856	459.304	4.856	0.000
0.150	459.627	4.945	459.627	4.945	0.000
0.200	459.950	5.035	459.950	5.035	0.000
0.250	460.273	5.124	460.273	5.124	0.000
0.300	460.596	5.214	460.596	5.214	0.000
<b>0.333</b>	<b>460.809</b>	<b>5.273</b>	<b>460.809</b>	<b>5.273</b>	<b>0.000</b>
0.350	460.919	5.303	460.919	5.303	0.000
0.400	461.242	5.393	461.242	5.393	0.000
0.450	461.565	5.482	461.565	5.482	0.000
0.500	461.888	5.571	461.888	5.571	0.000
0.550	462.211	5.660	462.211	5.660	0.000
0.600	462.534	5.750	462.534	5.750	0.000
0.650	462.857	5.839	462.857	5.839	0.000
<b>0.666</b>	<b>462.961</b>	<b>5.868</b>	<b>462.961</b>	<b>5.868</b>	<b>0.000</b>
0.700	463.180	5.928	463.180	5.928	0.000
0.750	463.503	6.017	463.503	6.017	0.000
0.800	463.826	6.107	463.826	6.107	0.000
0.850	464.149	6.196	464.149	6.196	0.000
0.900	464.473	6.285	464.473	6.285	0.000
0.950	464.796	6.374	464.796	6.374	0.000
<b>1.000</b>	<b>465.119</b>	<b>6.463</b>	<b>465.119</b>	<b>6.463</b>	<b>0.000</b>

**Notă:** Eroarea de profilare, față de metoda teoretică, atestă calitatea metodei propuse, metodă ce presupune cunoașterea unui număr deosebit de redus de puncte (3 puncte) în lungul generatoarei suprafeței generate.

### Scula inelară pentru un profil circular, în plan axial

Se definește un profil circular aparținând secțiunii axiale a melcului —șurub cu bile— și sistemele de referință, figura 8.25.

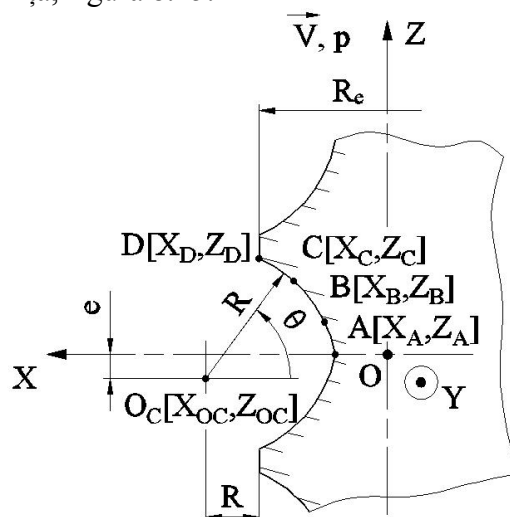


Fig. 8.25. Secțiunea axială a unui șurub cu bile și sistemele de referință, generatoarea  $G_{II}$

Arcul de cerc aparținând profilului ogival al șurubului cu bile este definit de un număr de 3 (4) puncte în lungul profilului acestuia:

$$A[X_A, Z_A]; B[X_B, Z_B]; C[X_C, Z_C]; D[X_D, Z_D]. \quad (8.85)$$

Dacă se notează cu  $\theta$  parametrul unghiular al arcului de cerc, atunci, se definesc formele, pentru coordonatele caracteristice în lungul generatoarei:

$$G_{\Pi} \left\{ \begin{array}{l} A_{(\lambda=0)} \left\{ \begin{array}{l} X_A = X_{OC} - R \cos \theta_A; \\ Z_A = Z_{OC} + R \sin \theta_A; \end{array} \right. \\ B_{(\lambda=0.33)} \left\{ \begin{array}{l} X_B = X_{OC} - R \cos \theta_B; \\ Z_B = Z_{OC} + R \sin \theta_B; \end{array} \right. \\ C_{(\lambda=0.66)} \left\{ \begin{array}{l} X_C = X_{OC} - R \cos \theta_C; \\ Z_C = Z_{OC} - R \sin \theta_C; \end{array} \right. \\ D_{(\lambda=1)} \left\{ \begin{array}{l} X_D = X_{OC} - R \cos \theta_D; \\ Z_D = Z_{OC} - R \sin \theta_D; \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (8.86)$$

în care

$$\begin{aligned} X_{OC} &= R_e + n; \\ Z_{OC} &= -e, \end{aligned} \quad (8.87)$$

cu  $R_e$ ,  $n$  și  $e$  mărimi constructive ale șurubului cu bile.

Principial, suprafața elicoidală a cărei generatoare este arcul de cerc, căruia îi aparțin punctele (8.86), este descrisă de ecuațiile:

$$\Pi(\theta, \varphi) \left\{ \begin{array}{l} X = X(\lambda) \cos \varphi; \\ Y = X(\lambda) \sin \varphi; \\ Z = Z(\lambda) + p\varphi, \lambda[0;0.33;0.66;1] \end{array} \right. \quad (8.88)$$

$\varphi$  variabilă, vezi tabelul 8.16, în care  $X_A, Z_A, X_B, Z_B, X_C, Z_C, X_D, Z_D$  au semnificațiile date de (8.86).

Condiția pentru determinarea curbei caracteristice

$$(\vec{N}_{\Pi}, \vec{A}, \vec{r}_1) \leq \varepsilon \quad (8.89)$$

în care:

$$\vec{r}_1 = [X(\lambda) \cos \varphi - a] \vec{i} + Y(\lambda) \vec{j} + [Z(\lambda) + p\varphi] \vec{k}, \quad (8.90)$$

reprezentând vectorul de poziție a punctului curent de pe suprafața elicoidală, în raport cu originea sistemului sculei inelare;

$$\vec{N}_{\Pi} = N_{X\Pi} \vec{i} + N_{Y\Pi} \vec{j} + N_{Z\Pi} \vec{k}, \quad (8.91)$$

normala la suprafața elicoidală,

$$\vec{N}_{\Pi} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \dot{X}(\lambda) \cos \varphi & \dot{X}(\lambda) \sin \varphi & \dot{Z}(\lambda) \\ -X(\lambda) \sin \varphi & X(\lambda) \cos \varphi & p \end{vmatrix}; \quad (8.92)$$

$\vec{A}$  — versorul axei sculei, vezi forma (8.77);  $\varepsilon = 1 \cdot 10^{-2} \dots 1 \cdot 10^{-3}$ .

Se determină curba caracteristică pe suprafața  $\Pi$  ca fiind totalitatea punctelor aparținând suprafeței  $\Pi$  pentru care este îndeplinită condiția (8.89).

Principial, determinarea secțiunii axiale a suprafeței periferice a sculei inelare urmează etapele prezentate în algoritmul propus.

În tabelul 8.18 și figura 8.26, sunt prezentate forma și coordonatele profilului sculei inelare pentru generarea unui șurub cu bile având caracteristicile:  $r=5.4$  mm (raza

arcului de cerc);  $e=0.55$  mm;  $n=0.170$  mm;  $D_e = 48$  mm;  $p_e= 16$  (parametrul elicoidal  $p=2.54$ );  $a=220$ mm.

Tabelul 8.18 Profilul teoretic și aproximat pentru scula inelară

$\lambda$	Profil teoretic		Profil aproximat		Eroare
	R [mm]	H [mm]	R [mm]	H [mm]	
<b>0.000</b>	<b>258.052</b>	<b>8.088</b>	<b>258.052</b>	<b>8.082</b>	<b>0.006</b>
0.050	258.054	7.939	258.055	7.937	0.001
0.100	258.062	7.789	258.063	7.789	0.001
0.150	258.076	7.640	258.077	7.641	0.001
0.200	258.095	7.491	258.095	7.493	0.002
0.250	258.119	7.343	258.120	7.342	0.002
0.300	258.148	7.197	258.149	7.196	0.001
<b>0.333</b>	<b>258.171</b>	<b>7.100</b>	<b>258.171</b>	<b>7.100</b>	<b>0.001</b>
0.350	258.183	7.051	258.184	7.050	0.001
0.400	258.224	6.907	258.224	6.906	0.001
0.450	258.269	6.764	258.269	6.763	0.001
0.500	258.320	6.623	258.320	6.623	0.001
0.550	258.377	6.484	258.376	6.484	0.001
0.600	258.438	6.348	258.437	6.348	0.002
0.650	258.506	6.214	258.505	6.212	0.002
<b>0.666</b>	<b>258.528</b>	<b>6.172</b>	<b>258.528</b>	<b>6.170</b>	<b>0.001</b>
0.700	258.578	6.083	258.578	6.082	0.001
0.750	258.656	5.955	258.655	5.956	0.001
0.800	258.739	5.831	258.741	5.830	0.001
0.850	258.828	5.710	258.830	5.711	0.002
0.900	258.923	5.594	258.924	5.596	0.003
0.950	259.024	5.483	259.027	5.484	0.003
<b>1.000</b>	<b>259.132</b>	<b>5.379</b>	<b>259.126</b>	<b>5.384</b>	<b>0.008</b>

**Notă:** Din examinarea rezultatelor numerice prezentate în tabel este evident faptul că eroarea metodei propuse, care presupune cunoașterea unui număr mic de puncte de pe generatoarea suprafeței de generat (4 puncte), este suficient de redusă, pentru ca metoda propusă să poată fi acceptată ca utilă pentru necesitățile industriale la profilarea unor astfel de tipuri de scule.

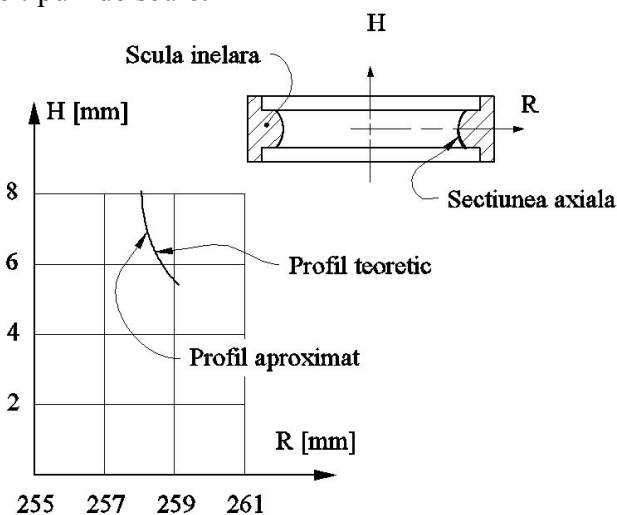


Fig. 8.26. Secțiunea axială a sculei

## Concluzii

Metodica profilării sculei inelare (suprafață de revoluție cuprinzătoare) este similară profilării sculei disc pentru generarea unei suprafețe elicoidale cilindrice de pas constant.

Algoritmul prezentat, spre deosebire de modalitatea de descriere parametrică a suprafeței, utilizează un număr redus de puncte de pe generatoare (cel mai adesea plană) a suprafeței elicoidale — puncte approximate cu un polinom Bezier de grad inferior (gradul 2 sau 3).

Coeficienții polinoamelor Bezier de aproximare pot fi precalculați.

Exemplele numerice, visavis de o metodică analitică riguroasă de profilare a unei astfel de scule, arată că metoda de aproximare propusă poate fi suficient de exactă pentru necesitățile practice.

Algoritmul propus este aplicabil, în primul rând, pentru profilurile suprafețelor elicoidale cunoscute prin măsurarea discretă a unui număr mic de puncte, în lungul generatoarelor acestora (3 sau 4 puncte, în conformitate cu metoda propusă).

### 8.5. Scula inelară frontală

Generarea suprafețelor elicoidale cu scule suprafețe de revoluție poate fi realizată, în afara sistemelor cunoscute: generarea cu scula disc, scula cilindro-frontală și scula inelară, și, printr-o modalitate specifică, în primul rând proceselor de abrazare, în care axa sculei mărginită de suprafața de revoluție generată este disjunctă față de axa suprafeței elicoidale de generat, figura 8.27.

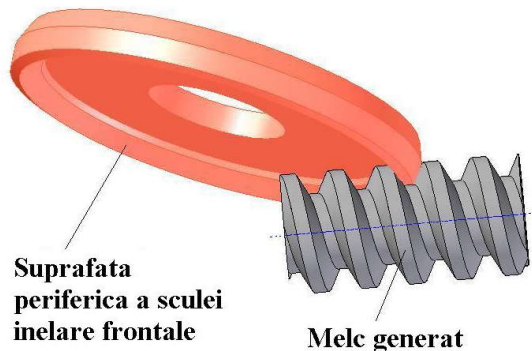


Fig. 8.27. Generarea cu scula frontală

Principiul profilării sculei inelare frontale, ca suprafață de revoluție, este asemănător cu cel al profilării sculei disc sau cilindro-frontale, putându-se utiliza una dintre teoremele fundamentale Gohman [1], Nikolaev, sau una dintre metodele complementare.

Trebuie făcută observația că, scula inelară frontală are particularități care o deosebesc de sculele disc sau cilindro-frontale și tratarea problemei profilării unei astfel de tip de sculă poate constitui un obiectiv de interes în problematica generării suprafețelor prin înfășurare.

- **Sisteme de referință și cinematica generării**

Cinematica generării cu scula inelară tangențială presupune realizarea unui ansamblu de mișcări, figura 8.28:



- mișcarea de rotație a semifabricatului (a suprafeței de generat), în jurul axei proprii (mișcarea I);
- translația suprafeței de generat, în lungul axei proprii (mișcarea II). Cele două mișcări sunt corelate între ele imprimând semifabricatului o mișcare elicoidală de axă și parametru identice cu axa și parametru suprafeței de generat;
- mișcarea de rotație a sculei în jurul axei proprii, axa  $\vec{A}$ , mișcare în decursul căreia suprafața de revoluție se autogenerază și care este folosită ca mișcare de așchiere, scula putând fi o sculă de frezat sau un corp abraziv.

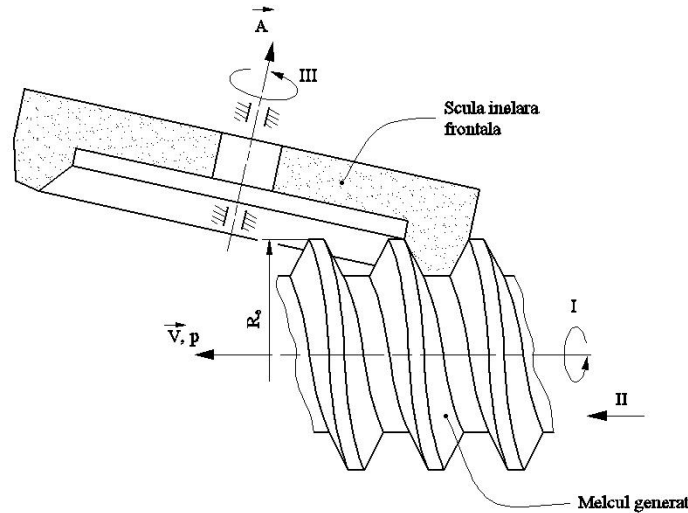


Fig. 8.28. Mișcări de generare

Este evident faptul că, o astfel de generare presupune existența unui lanț cinematic de filetare în componența mașinii-unelte, pe care se face prelucrarea.

În figura 8.29, sunt prezentate sistemele de referință, precum și poziționarea relativă a acestora, față de care sunt referite suprafețele, care formează sistemul de suprafețe reciproc înfășurătoare: melcul generat (suprafața elicoidală  $\Pi$ ); suprafața periferică primară a sculei inelare.

Se definesc:

$XYZ$  este sistemul de referință în care este definită suprafața elicoidală de generat;

$X_1Y_1Z_1$  — sistem solidar cu axa sculei inelare;

$xyz$  — sistem ajutător cu originea pe axa sculei inelare,  $\vec{A}$ , și cu axele paralele și în același sens cu  $XYZ$ .

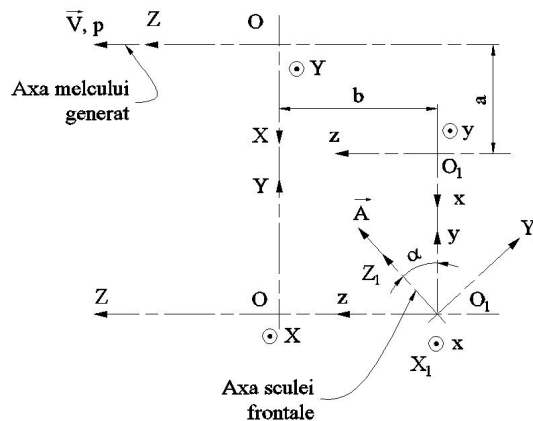


Fig. 8.29. Sisteme de referință ( $\vec{V}$  - axa suprafeței de generat;  $\vec{A}$  - axa sculei inelare)

- **Suprafața elicoidală înlocuitoare**

Dacă în sistemul  $XYZ$  este definită secțiunea axială a suprafeței elicoidale de generat (generatoarea), figura 8.30, în principiu, prin ecuațiile de forma

$$G: \begin{cases} X = X(u); \\ Y = 0; \\ Z = Z(u), \end{cases} \quad (8.93)$$

atunci, pentru 3 (4) mărimi ale parametrului  $u$ , sunt cunoscute 3 (4) puncte, fie acestea:

$$A[X_A, Z_A]; B[X_B, Z_B]; C[X_C, Z_C]. \quad (8.94)$$

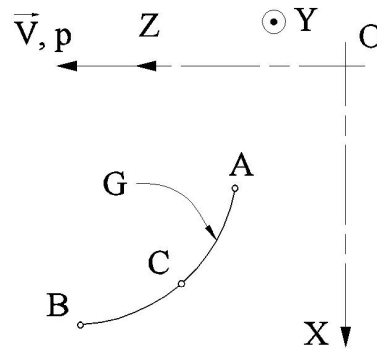


Fig. 8.30. Generatoarea suprafeței elicoidale

Cunoscute fiind cele trei puncte pe generatoarea suprafeței elicoidale, se poate defini un polinom Bezier de substituție a formei generatoarei în forma:

$$G(\lambda) \begin{cases} X(\lambda) = \lambda^2 A_X + \lambda(1-\lambda)C_X + (1-\lambda)^2 B_X; \\ Z(\lambda) = \lambda^2 A_Z + \lambda(1-\lambda)C_Z + (1-\lambda)^2 B_Z, \end{cases} \quad (8.95)$$

cu  $0 \leq \lambda \leq 1$ .

Astfel, se operează, în cele ce urmează, cu polinoamele de tipul (8.95), sau, pentru o precizie mai ridicată a calculelor, cu polinoame de gradul 3.

În tabelul 8.19, se prezintă principial, identificarea coeficienților polinomului Bezier de înlocuire a formei generatoarei, cunoscută în formă discretă prin trei puncte ale acesteia.

Tabelul 8.19.

<b>u</b>	<b>Coordonate pe profilul primar</b>	<b><math>\lambda</math></b>	<b>Coeficienții polinomului</b>
$u_A$	$X_A = X(u_A)$ $Z_A = Z(u_A)$	0	$B_X = X_A$ $B_Z = Z_A$
$u_C$	$X_C = X(u_C)$ $Z_C = Z(u_C)$	$\frac{1}{2}$	$C_X = \frac{X_C + 0.25X_A - 0.25X_B}{0.5}$ $C_Z = \frac{Z_C - 0.25Z_A - 0.25Z_B}{0.5}$
$u_B$	$X_B = X(u_B)$ $Z_B = Z(u_B)$	1	$A_X = X_B$ $A_Z = Z_B$

În tabel, prin  $X_A, Z_A, X_B, Z_B, X_C, Z_C$  sunt definite coordonatele punctelor aparținând generatoarei  $G$  și prin  $u_A, u_B, u_C$ , mărimile parametrului  $u$  aferente punctelor  $A, B, C$ ,  $u_C = \left| \frac{u_A - u_B}{2} \right|$ .

Dacă punctele  $A, B, C$  sunt puncte efectiv măsurate pe generatoarea  $G$ , atunci parametrul  $\lambda$  aferent este definibil astfel:  $\lambda_C = \frac{|\overline{AC}|}{|\overline{AC} + \overline{CB}|}$ .

Odată determinați coeficienții polinomiali de substituție, se pot defini ecuațiile suprafeței elicoidale înlocuitoare,  $\Pi$ , în forma

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \omega_3^T \cdot \begin{pmatrix} X(\lambda) \\ 0 \\ Z(\lambda) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ p\varphi \end{pmatrix} \quad (8.96)$$

cu  $\varphi$  parametru variabil și  $p$  parametru elicoidal, care, după dezvoltări, devine:

$$\Pi \begin{cases} X = X(\lambda) \cos \varphi; \\ Y = X(\lambda) \sin \varphi; \\ Z = Z(\lambda) - p\varphi, \end{cases} \quad (8.97)$$

pentru cazul unui melc cu elice „stânga”.

• **Curba caracteristică; suprafața periferică a sculei**

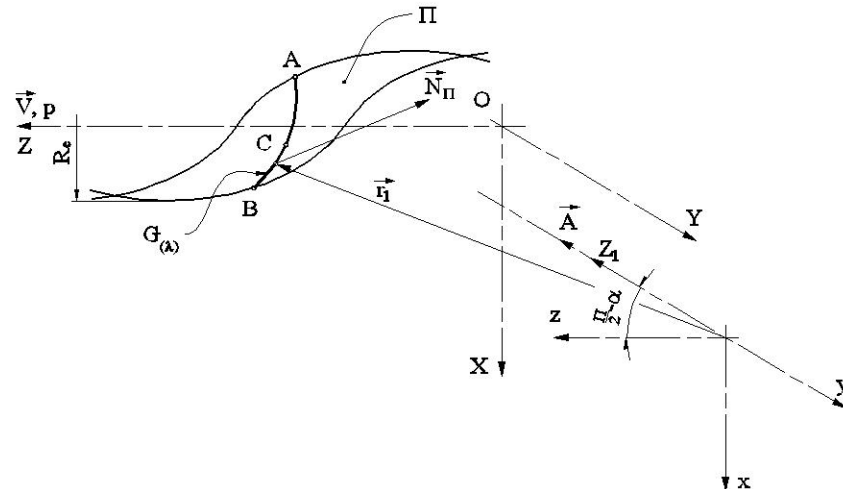


Fig. 8.31. Curba caracteristică pe suprafața  $\Pi$

Pentru determinarea curbei caracteristice — curba de tangență între suprafața elicoidală  $\Pi$  și suprafața de revoluție de axă  $\vec{A}$ , vezi și figura 8.31, este utilizată condiția Nikolaev

$$(\vec{N}_{\Pi}, \vec{A}, \vec{r}) = 0 \quad (8.98)$$

în care:

$\vec{N}_{\Pi}$  este vectorul normal la suprafața elicoidală  $\Pi$ , vezi forma (8.96)

$$\vec{N}_{\Pi} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \dot{X}_{\lambda} \cos \varphi & \dot{X}_{\lambda} \sin \varphi & \dot{Z}_{\lambda} \\ -X_{\lambda} \sin \varphi & X_{\lambda} \cos \varphi & -p \end{vmatrix} \quad (8.99)$$

$$\begin{aligned} N_{\Pi_x} &= -p\dot{X}_{\lambda} \sin \varphi - X_{\lambda}\dot{Z}_{\lambda} \cos \varphi; \\ N_{\Pi_y} &= -[-p\dot{X}_{\lambda} \cos \varphi + X_{\lambda}\dot{Z}_{\lambda} \sin \varphi]; \\ N_{\Pi_z} &= X_{\lambda}\dot{X}_{\lambda}, \end{aligned} \quad (8.100)$$

$\vec{r}_1$  este vectorul de poziție a punctului curent pe suprafața  $\Pi$ , în raport cu originea sistemului de referință  $X_I Y_I Z_I$ , al sculei inelară,

$$\vec{r}_1 = [X_{\lambda} \cos \varphi - a]\vec{i} + X_{\lambda} \sin \varphi \vec{j} + [Z_{\lambda} - p\varphi + b]\vec{k}, \quad (8.101)$$

cu  $a$  și  $b$  constante tehnologice;

$\vec{A}$  este versorul axei sculei inelară,

$$\vec{A} = \cos \alpha \vec{j} + \sin \alpha \vec{k}. \quad (8.102)$$

Mărimea unghiulară  $\alpha$  se determină din condiția de evitare a interferenței sculei cu suprafața generată.

Cu aceste definiții, condiția pentru determinarea curbei caracteristice poate fi prezentată în forma

$$-\varepsilon \leq (\vec{N}_{\Pi}, \vec{A}, \vec{r}_1) \leq \varepsilon, \quad (8.103)$$

pentru  $\varepsilon$  suficient de mic în valoare absolută ( $\varepsilon \leq 1 \cdot 10^{-2} \dots 1 \cdot 10^{-3}$ ).

Astfel, totalitatea punctelor (valorilor  $\varphi$  și  $\lambda$ ) care satisfac condiția (8.103) reprezintă, împreună cu forma (8.96), curba caracteristică, în sistemul de referință al melcului de generat:

$$C_{\Pi} \begin{cases} X_{C_{\Pi}} = X(\varphi); \\ Y_{C_{\Pi}} = Y(\varphi); \\ Z_{C_{\Pi}} = Z(\varphi). \end{cases} \quad (8.104)$$

Prin schimbarea de coordonate

$$X_1 = \alpha [X + a - A] \quad (8.105)$$

între sistemele de referință al melcului de generat ( $XYZ$ ) și al sculei inelară ( $X_I Y_I Z_I$ ), cu definițiile:

$$A = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}; \quad \alpha = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin \alpha & -\cos \alpha \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \end{vmatrix}; \quad a = \begin{vmatrix} -a \\ 0 \\ b \end{vmatrix}, \quad (8.106)$$

vezi și figura 8.31, se obțin ecuațiile curbei caracteristice în sistemul de referință al sculei inelară, vezi (8.105),  $C_{1_{cn}}$ ,

$$C_{1_{cn}} : \begin{cases} X_{1_{cn}} = X_{C_{\Pi}}(\varphi) + a; \\ Y_{1_{cn}} = Y_{C_{\Pi}}(\varphi) \sin \alpha - [Z_{C_{\Pi}}(\varphi) - b] \cos \alpha; \\ Z_{1_{cn}} = Y_{C_{\Pi}}(\varphi) \cos \alpha + [Z_{C_{\Pi}}(\varphi) - b] \sin \alpha. \end{cases} \quad (8.107)$$

Prin rotirea curbei caracteristice  $C_{1_{cn}}$  în jurul axei  $Z_I$ , se obține suprafața periferică primară, de revoluție, a sculei inelară, vezi figura 8.33.

Se poate determina, acum, secțiunea axială a suprafeții de revoluție în coordonate  $H$  și  $R$ , vezi figura 8.32:

$$S_A \begin{cases} H = Z_{1C_{II}}; \\ R = \sqrt{X_{1C_{II}}^2 + Y_{1C_{II}}^2}. \end{cases} \quad (8.108)$$

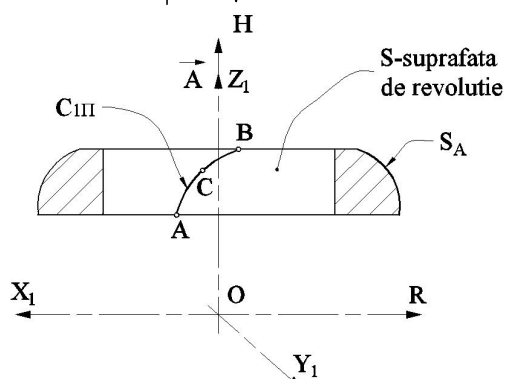


Fig. 8.32. Suprafața de revoluție —  $S$  și curba caracteristică  $C_{III}$

• **Parametrii tehnologici**

Construcția geometrică a sculei și, cu atât mai mult realizarea fizică a sculei, impun cunoașterea unor mărimi constructive precum:

- poziția centrului sculei inelară în raport cu suprafața elicoidală a melcului de generat, cotele  $a$  și  $b$ , vezi și figura 8.33;
- raza exterioară a suprafeții periferice a sculei inelară, ca element constructiv, dependent de tipul utilajului folosit;
- unghiul de înclinare a axei sculei inelară frontală, în vederea evitării interferenței sculei cu suprafața elicoidală.

Determinarea mărimilor la care am făcut referire se face prin respectarea condițiilor, vezi figura 8.33:

- tangenta comună între directoarea sculei inelară frontală cu elicea de rază exterioară a melcului de generat;
- punct comun între directoarea sculei inelară și elicea de rază exterioară a melcului de generat;
- condiția evitării interferenței cu cilindrul exterior al melcului de generat.

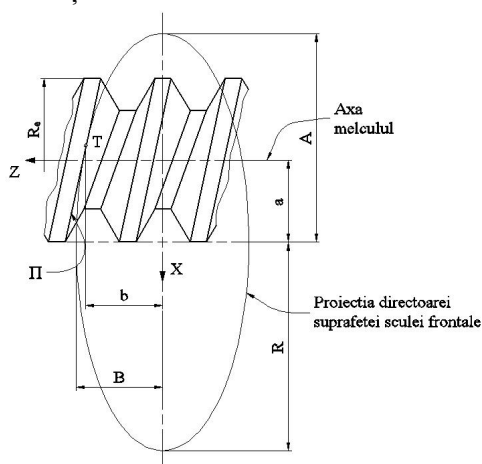


Fig. 8.33. Directoarea suprafeței periferice a sculei tangențiale

Se acceptă că, în planul  $xz$ , elipsa cercului director al suprafeței sculei are ecuația implicită

$$\frac{x^2}{A^2} + \frac{z^2}{B^2} = 1, \quad (8.109)$$

și, ca urmare, dacă se impune ca punctul de contact cu suprafața  $\Pi$  să se afle pe această elipsă, rezultă

$$\frac{x_t^2}{A^2} + \frac{z_t^2}{B^2} = 1, \quad (8.110)$$

cu  $(x_t, z_t)$  coordonatele punctului de contact.

Se impune

$$T \begin{cases} x_t = -a; \\ z_t = b. \end{cases} \quad (8.111)$$

Condiția de identitate a tangentei la elipsa (8.110) în punctul de ecuație

$$\frac{-ax}{A^2} + \frac{bz}{B^2} = 1, \quad (8.112)$$

cu tangenta la linia elicoidală aparținând cilindrului exterior (de rază  $R_e$ ) a melcului de generat

$$z = x \tan \beta \quad (8.113)$$

cu  $\beta = \arctan\left(\frac{R_e}{p}\right)$ , în care  $p$  este parametrul elicoidal al suprafeței de generat.

Condiția de evitare a interferenței sculei tangențiale cu cilindrul exterior al melcului de generat, figura 8.34, conduce la condiția

$$\alpha \geq \arcsin\left(\frac{R_e - R_i}{2R}\right). \quad (8.114)$$

Mărimea  $(R_e - R_i)$  reprezintă înălțimea profilului de generat și  $R$  este mărimea razei cercului director al suprafeței de revoluție a sculei. Sunt evidente egalitățile, vezi figurile 8.34 și 8.35,

$$\begin{aligned} A &= R; \\ B &= R \cos \alpha. \end{aligned} \quad (8.115)$$

Ansamblul de ecuații (8.110), (8.112), (8.113), (8.114), (8.115) permit, impunându-se o anumită mărime a razei  $R$ , determinarea mărimilor constructive:  $a$ ,  $b$ ,  $\alpha$ , în condițiile cunoașterii datelor de intrare  $(R_e, R_i, p)$  ale melcului de generat.

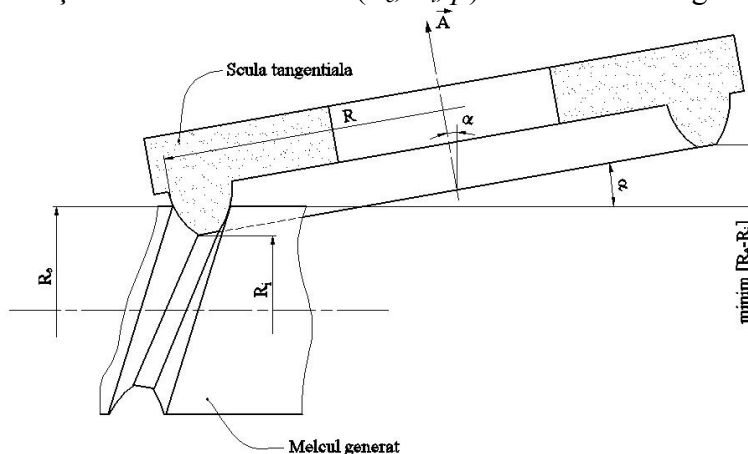


Fig. 8.34. Poziționarea sculei tangențiale

- **Aplicații numerice**

Se propune aplicarea algoritmului de profilare a sculei tangențiale, pentru generarea unui melc arhimedic cu profilul axial prezentat în figura 8.35.

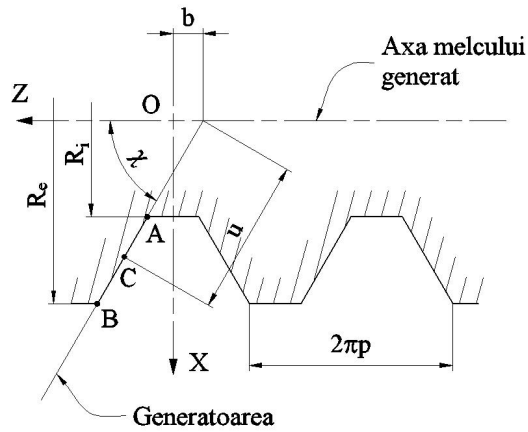


Fig. 8.35. Secțiunea axială a melcului

Pentru melcul stânga de parametru elicoidal  $p$ , generatoarea suprafeței elicoidale are ecuații de forma:

$$\begin{aligned} X &= u \sin \chi; \\ Y &= 0; \\ Z &= u \cos \chi - d, \end{aligned} \quad (8.116)$$

cu  $u$  parametru variabil și  $d$  constantă constructivă.

Se presupun cunoscute, în lungul generatoarei suprafeței axiale, trei puncte:

$$A \begin{cases} X_A = \frac{R_i}{\sin \chi} \\ Z_A = \frac{R_i}{\tan \chi} \end{cases}; B \begin{cases} X_B = \frac{R_e}{\sin \chi} \\ Z_B = \frac{R_e}{\tan \chi} - d \end{cases}; C \begin{cases} X_C = \frac{R_e + R_i}{2 \sin \chi} \\ Z_C = \left( \frac{R_e + R_i}{2 \tan \chi} \right) - d. \end{cases} \quad (8.117)$$

În tabelul 8.20, se prezintă coordonatele cunoscute în lungul profilului și coeficienții polinomului de substituție de gradul 2.

Tabelul 8.20.

$u$	Coordonatele profilului primar	$\lambda$	Coefficienții polinomului Bezier
$u_A$	$X_A = \frac{R_i}{\sin \chi}$ $Z_A = \frac{R_i}{\tan \chi} - d$	0	$B_X = X_A$ $B_Z = Z_A$
$u_C$	$X_C = \frac{R_e + R_i}{2 \sin \chi}$ $Z_C = \frac{R_e + R_i}{2 \tan \chi} - d$	$\frac{1}{2}$	$C_X = \frac{X_C - 0.25X_A - 0.25X_B}{0.5}$ $C_Z = \frac{Z_C - 0.25Z_A - 0.25Z_B}{0.5}$
$u_B$	$X_B = \frac{R_e}{\sin \chi}$ $Z_B = \frac{R_e}{\tan \chi} - d$	1	$A_X = X_B$ $A_Z = Z_B$

În figura 8.36 și tabelul 8.21, sunt prezentate forma și coordonatele profilului axial (8.108) ale sculei tangențiale, pentru cazul:  $R= 115 \text{ mm}$ ,  $R$  — raza directoarei sculei;  $R_e= 11.5 \text{ mm}$ ;  $R_i= 5.5 \text{ mm}$ ;  $\chi= 75^\circ$ ;  $p= 1.91 \text{ mm}$ .

Pentru evidențierea calității metodei propuse s-a determinat eroarea de profilare, în comparație cu profilul sculei determinat printr-una dintre metodele analitice fundamentale.

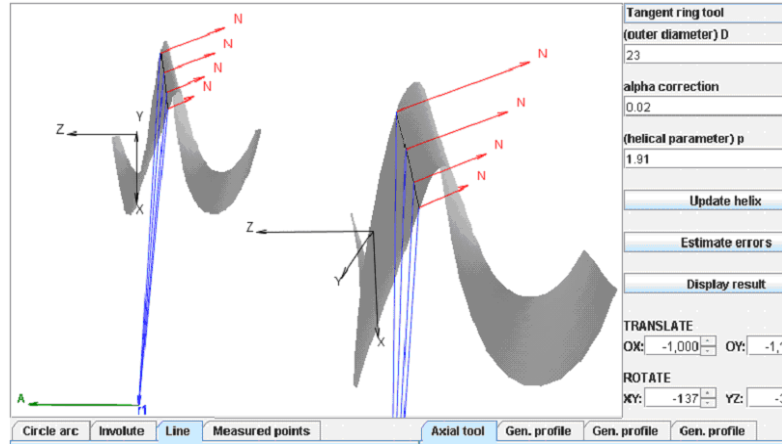


Fig. 8.36. Applet – scula inelară tangențială, secțiunea axială a melcului Tabelul 8. 21.

$\lambda$	Profil aproximat		Profil teoretic		Eroare [mm]
	R[mm]	H[mm]	R[mm]	H[mm]	
<b>0.000</b>	<b>48.975</b>	<b>-4.652</b>	<b>48.975</b>	<b>4.651</b>	<b>4.6E-4</b>
	49.228	-4.847	49.230	4.846	2.11E-3
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
<b>0.333</b>	50.557	-5.734	50.558	5.734	1.06E-3
	<b>50.738</b>	<b>-5.841</b>	<b>50.739</b>	<b>5.842</b>	<b>9.3E-4</b>
	50.832	-5.897	50.833	5.897	7.5E-4
<b>0.666</b>	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	52.529	-6.790	52.530	6.790	4.3E-4
	<b>52.62</b>	<b>-6.834</b>	<b>52.622</b>	<b>6.834</b>	<b>6.2E-4</b>
<b>1.000</b>	52.818	-6.927	52.819	6.927	6.5E-4
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	54.278	-7.577	54.279	7.577	5.8E-4
<b>1.000</b>	<b>54.573</b>	<b>-7.701</b>	<b>54.572</b>	<b>7.702</b>	<b>6.5E-4</b>

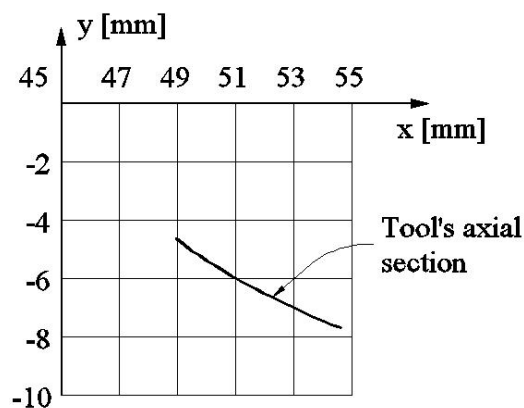


Fig. 8.37. Profilul axial al sculei



## Concluzii

Metodologia de profilare a sculei frontale reciproc înfășurătoare cu o suprafață cilindrică de pas constant, utilizând aproximarea generatoarei suprafeței elicoidale cu un polinom Bezier se dovedește, pentru un profil rectiliniu, a fi riguros exactă.

Algoritmul propus poate fi extins și pentru suprafețe elicoidale având o altă formă de generatoare.

### Elaborarea unor noi algoritmi pentru profilarea corectivă a sculelor mărginite de suprafețe de revoluție prin metoda reprezentării poliedrice a suprafețelor

Reprezentarea suprafețelor elicoidale exprimate în formă discretă, ca rezultat al măsurării, în forma imaginată în Obiectivul 2-metoda reprezentării poliedrale, conduce la cunoașterea unei generatoare efective  $G_E$ , presupusă plană, vezi figura 8.38, care permite determinarea unei oglinzite a acesteia în raport cu generatoarea teoretică a suprafeței:

$$M_{F_k} \begin{cases} X_{F_k} = X_{M_{E_k}} + (1 + \lambda) d_{\min} \sin \alpha_i; \\ Y_{F_k} = Y_{M_{E_k}} - (1 + \lambda) d_{\min} \cos \alpha_i; \end{cases}$$

$$d_{\min} = \left| \sqrt{(X_{E_k} - X_{T_i})^2 + (Y_{E_k} - Y_{T_i})^2} \right|_{\min} \quad (8.118)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_i = \frac{|Y_{T(i+1)} - Y_{T_i}|}{|X_{T(i+1)} - X_{T_i}|}$$

$\lambda$  coeficient de amplificare, obișnuit ( $\lambda = 1$ ), care conduce la o formă a generatoarei fictive

$$G_F = \left\| \begin{matrix} X_{F1} & X_{F2} & \dots & X_{Fk} \\ Y_{F1} & Y_{F2} & \dots & Y_{Fk} \end{matrix} \right\|^T. \quad (8.119)$$

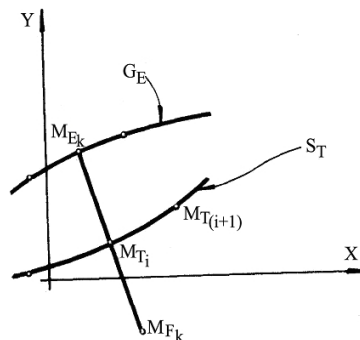


Fig. 8.38. Generatoarea fictivă

**Scula disc.** Profilarea corectivă a sculelor mărginite de suprafețe de revoluție (scula disc, inelară, cilindro-frontală) presupune elaborarea unor algoritmi pentru aproximarea condiției de înfășurare.

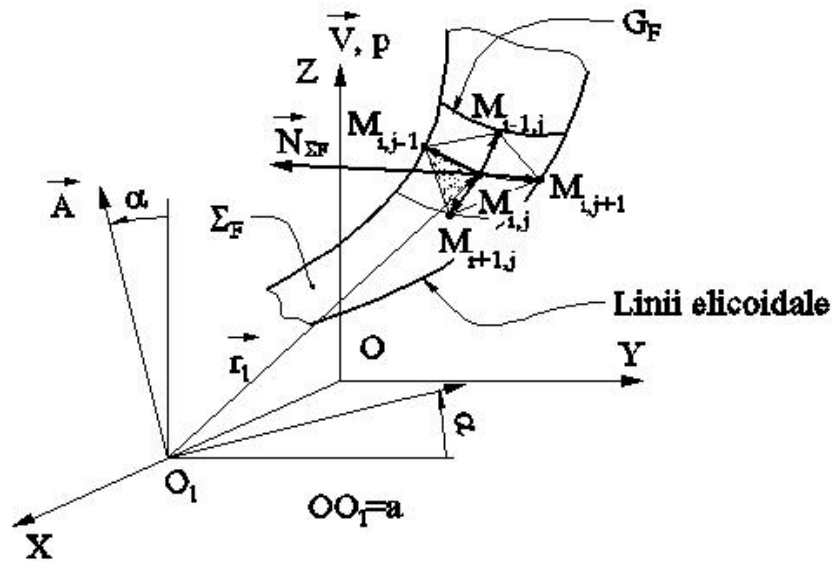


Fig. 8.39. Scule suprafețe de revoluție scula disc

Se definește, pentru cazul sculei disc suprafața fictivă, care rezultă imprimând generatoarei (8.119) o mișcare elicoidală  $(\vec{V}, p)$ , vezi figura 8.39.

Condiția de înfășurare se reduce la:

$$\left| \vec{A}, \vec{r}_1, \left( \overrightarrow{M_{i,j}M_{i,j-1}} \times \overrightarrow{M_{i,j}M_{i+1,j}} \right) \right| \leq \varepsilon \quad (8.120)$$

$\varepsilon$  - arbitrar și suficient de mic în valoare absolută ( $\varepsilon = 10^{-3} \dots 10^{-2}$  mm).

Totalitatea punctelor suprafeței fictive care satisfac condiția de înfășurare specifică, (8.120), formează caracteristica suprafeței fictive, care permit, ulterior, determinarea suprafeței periferice primare a sculei disc.

În baza algoritmilor s-a elaborat un produs soft dedicat, în figura 8.40, fiind prezentată o captură de ecran specifică. S-au elaborat aplicații pentru profilarea sculelor generatoare a canalelor burghiilor elicoidale multitaieș, cu tășuri curbe.

În figura 8.40. și tabelul 8.22, sunt prezentate rezultatele aplicării algoritmului pentru profilarea corectivă a sculei disc generatoare a unei suprafețe elicoidale cilindrice de pas constant a cărei generatoare modelată are următoarele caracteristici dimensionale:

- arc de cerc în planul ZX, cu raza  $R=5$  mm, parametrul elicoidal al melcului  $p=5$  mm, axa melcului de generat de versor  $\vec{k}$  (axa Z);
- coordonatele capetelor arcului de cerc  $X_A=10$  mm;  $Z_A=5$  mm;  $X_B=8.926$  mm;  $Z_B=7.823$  mm (arcul subîntins 0.6 rad.), vezi figura 8.40;
- coordonatele centrului cercului:  $X_C=5$  mm;  $Z_C=5$  mm;

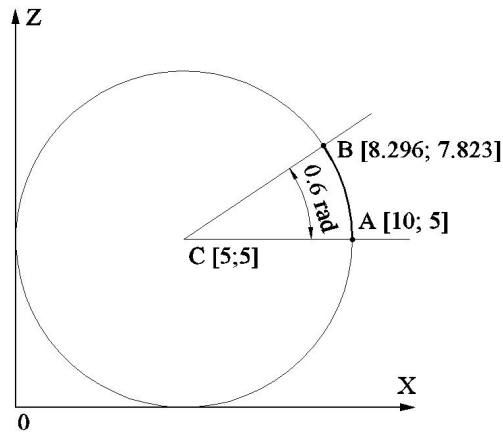


Fig. 8.40. Profilul de generat

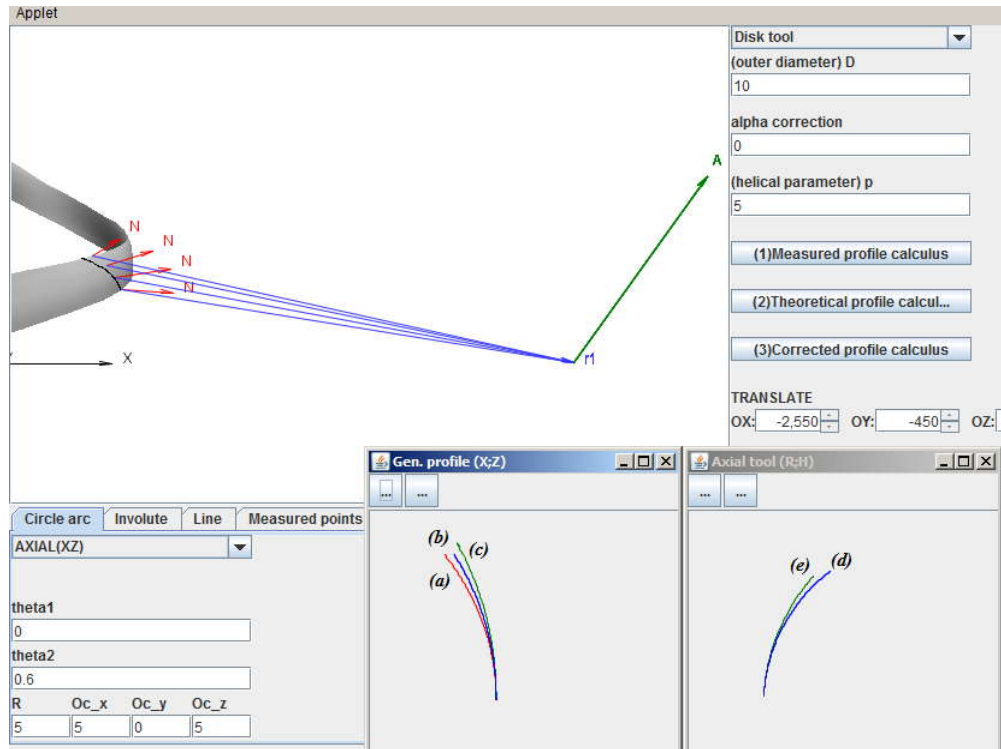


Fig. 8.41. Applet java-scula disc: (a) – profilul efectiv; (b) – profilul teoretic; (c) – profilul fictiv, (d) – secțiunea axială a sculei teoretice; (e) – secțiunea axială corectată a sculei disc

În tabelul 8.22, sunt prezentate coordonatele secțiunii axiale a melcului teoretic, ale melcului efectiv (măsurat) precum și coordonatele generatoarei fictive ale melcului de generat (noua țință).

Tabelul 8.22. Generatoarele profilului circular

Generatoare măsurată		Generatoare teoretica		Generatoare fictivă	
X[mm]	Z[mm]	X[mm]	Z[mm]	X[mm]	Z[mm]
9.999	5.000	10.000	5.000	10.001	5.000
9.996	5.156	9.998	5.151	9.999	5.158
9.987	5.311	9.991	5.303	9.994	5.315
9.972	5.466	9.979	5.454	9.984	5.473
9.951	5.620	9.963	5.605	9.971	5.630
9.924	5.774	9.943	5.755	9.954	5.787
9.892	5.926	9.918	5.904	9.933	5.943
9.854	6.077	9.888	6.053	9.905	6.098
9.811	6.227	9.854	6.200	9.876	6.253
9.762	6.375	9.815	6.347	9.843	6.407
9.708	6.521	9.772	6.492	9.806	6.561
9.649	6.665	9.725	6.636	9.765	6.713
9.584	6.807	9.673	6.778	9.716	6.863
9.515	6.946	9.617	6.919	9.667	7.013
9.441	7.083	9.557	7.058	9.614	7.161
9.362	7.217	9.492	7.195	9.555	7.307
9.279	7.349	9.424	7.330	9.492	7.452
9.192	7.478	9.351	7.463	9.426	7.595
9.100	7.604	9.274	7.594	9.352	7.734
8.926	7.823	9.127	7.823	9.328	7.823

În tabelul 8.23, în baza appletului anterior sunt prezentate coordonatele secțiunii axiale ale sculei disc (R,H), vezi (8.17), pentru cele două situații: generarea profilului teoretic al melcului și scula cu profil corectat generatoare a profilului fictiv al melcului generat. Profilul corectat poate fi aproximat cu un profil pe suprafața periferică primară teoretică, pentru un unghi de degajare al sculei diferit de zero.

Tabelul 8.23. Secțiunea axială a sculei

Secțiunea axială a sculei (profil corectat)		Secțiunea axială a sculei (profil teoretic)	
R [mm]	H [mm]	R [mm]	H [mm]
40.121	3.807	40.124	3.855
40.130	3.957	40.138	4.017
40.145	4.107	40.159	4.179
40.165	4.256	40.187	4.339
40.191	4.404	40.222	4.498
40.222	4.551	40.264	4.655
40.259	4.697	40.313	4.811
40.300	4.842	40.368	4.964
40.346	4.985	40.430	5.114
40.398	5.127	40.499	5.262
40.454	5.266	40.574	5.406
40.515	5.404	40.655	5.547
40.580	5.539	40.741	5.685
40.650	5.672	40.834	5.819
40.725	5.803	40.932	5.949
40.804	5.931	41.036	6.074
40.887	6.057	41.145	6.195
40.974	6.179	41.258	6.312
41.066	6.299	41.377	6.424
41.240	6.506	41.601	6.612

În mod similar, pentru **scula cilindro-frontală**, vezi figura 8.42, condiția pentru determinarea curbei caracteristice este:

$$\left| \vec{A}, \vec{r}_1, \left( \overrightarrow{M_{i,j}M_{i,j-1}} \times \overrightarrow{M_{i,j}M_{i+1,j}} \right) \right| \leq \varepsilon. \quad (8.121)$$

Cazul profilării sculei suprafață cilindrică, similar, se ajunge la o forma a condiției de înfășurare

$$\left| \vec{t}, \left( \overrightarrow{M_{i,j}M_{i,j-1}} \times \overrightarrow{M_{i,j}M_{i+1,j}} \right) \right| \leq \varepsilon. \quad (8.122)$$

cu  $\vec{t}$ , direcția generatoarelor suprafeței cilindrice.

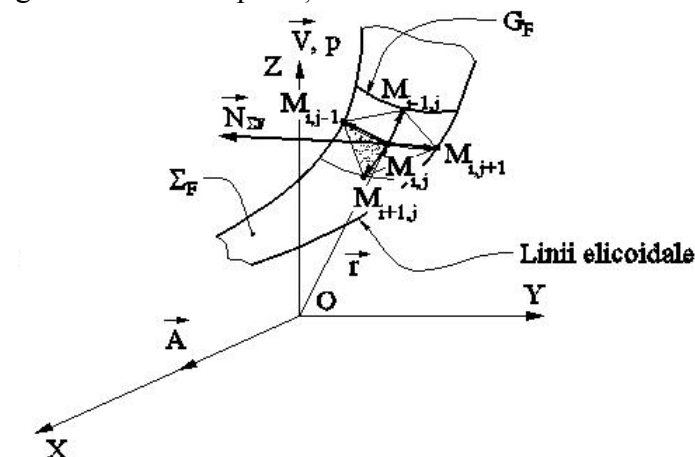


Fig. 8.42. Scule suprafețe de revoluție scula cilindro-frontală

#### • Exemple de modelare

Se prezintă, în cele ce urmează, aplicații privind profilarea sculelor mărginite de suprafețe periferice primare de revoluție pentru generarea suprafețelor elicoidale, exprimate în formă discretă, prin metoda reprezentării poliedrale.

Aplicațiile au fost realizate prin „modelarea” numerică a generatoarei suprafeței elicoidale și, în acest scop, s-a realizat un model analitic al generatoarei pe baza căreia s-a „modelat” numeric „generatoarea efectivă” a suprafeței, profilarea sculei urmărind a urma algoritmul cunoscut al profilării sculelor mărginite de suprafețe de revoluție reciproc înfășurătoare suprafețelor elicoidale cilindrice și de pas constant – metoda Nikolaev, cu particularizările defnirii normalei la suprafața în exprimare poliedrală, și condiția de înfășurare.

#### • Generatoare circulară în planul frontal al suprafeței elicoidale

Se propune modelul generatoarei teoretice în forma:

$$\begin{cases} X = R - r \cos v, \\ Y = r \sin v, \\ Z = 0, \end{cases} \quad (8.123)$$

unde  $v$  este unghiul profilului, iar  $p$  și  $\varphi$  sunt parametrii mișcării elicoidale, vezi și figura 8.43, în baza căreia se definește generatoarea efectivă în forma, vezi tabelul 8.24, pentru  $r = 10$  mm,  $R = 50$  mm,  $v = 0^\circ \dots 30^\circ$ ,  $p = 50$  mm,  $\varphi = -5^\circ \dots +5^\circ$ .

Se modelează forma generatoarei fictive în baza unui model de eroare față de generatoarea teoretică sau prin măsurarea directă a suprafeței generate, vezi figura 8.44.

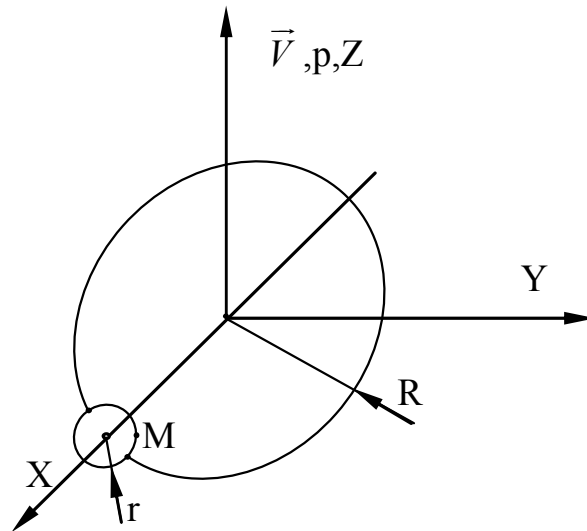


Fig. 8.43. Modelul generatoarei teoretice

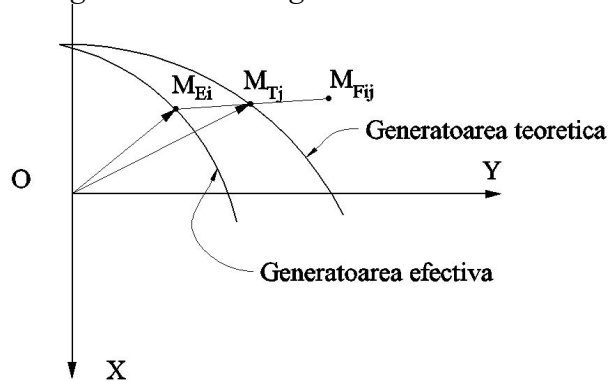


Fig. 8.44. Generatoarea efectivă

Pornind de la forma generatoarei efective se poate determina generatoarea fictivă (noua țintă) pentru profilarea corectivă a sculei cilindro-frontală. Pentru un punct curent al generatoarei efective  $G_{Ei}(X_{Ei}, Y_{Ei}, Z_{Ei})$ , se determină pe generatoarea teoretică punctul aflat la distanța minimă față de acesta, fie  $M_{Tj}(X_{Tj}, Y_{Tj}, Z_{Tj})$  punctul considerat.

Astfel, distanță între punctele  $G_{Ei}$  și  $M_{Tj}$  este

$$\delta_{\min} = \sqrt{(X_{Ei} - X_{Tj})^2 + (Y_{Ei} - Y_{Tj})^2 + (Z_{Ei} - Z_{Tj})^2}. \quad (8.124)$$

Se consideră generatoarea fictivă (noua țintă) ca „oglinzită” în raport cu generatoarea teoretică a generatoarei efective conform algoritmului

$$\begin{aligned} X_{Fij} &= X_{Ei} + (1+k)\delta_{\min} \cdot l; \\ Y_{Fij} &= Y_{Ei} + (1+k)\delta_{\min} \cdot m; \\ Z_{Fij} &= Z_{Ei} + (1+k)\delta_{\min} \cdot n, \end{aligned} \quad (8.125)$$

în care:

- k este constanta de amplificare (curent  $k=1$ );
- l, m, n sunt parametrii directori ai dreptei determinată de punctele  $M_{Ei}$  și  $M_{Tj}$ ,

$$l = \frac{|X_{Tj} - X_{Ei}|}{\delta_{\min}}; m = \frac{|Y_{Tj} - Y_{Ei}|}{\delta_{\min}}; n = \frac{|Z_{Tj} - Z_{Ei}|}{\delta_{\min}}. \quad (8.126)$$

Pentru  $i=1\dots p$  și  $j=1\dots q$  (p și q numere naturale), se generează un fișier de coordonate reprezentând generatoarea fictivă,

$$G_F = \begin{pmatrix} X_{Fij} \\ Y_{Fij} \\ Z_{Fij} \end{pmatrix}, (i=1...p; j=1...q). \quad (8.127)$$

Noua generatoare (8.127) reprezintă forma în baza căreia se construiește analitic noua suprafață elicoidală fictivă pentru care, conform algoritmului prezentat, se calculează profilul corectat al sculei cilindro-frontale.

În tabelul 8.24 și figura 8.45, sunt prezentate profilurile teoretic, efectiv și fictiv al viitoarei suprafețe elicoidale țintă.

Pornind de la modelul numeric al generatoarei fictive (vezi tabelul 8.24) pentru o variație incrementală a parametrului „φ”, în mișcarea

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(j\varphi) & -\sin(j\varphi) & 0 \\ \sin(j\varphi) & \cos(j\varphi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_k \\ Y_k \\ Z_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ p(j\varphi) \end{pmatrix} \quad (8.128)$$

unde  $k = 1, \dots, n$ ;  $j = 1, \dots, m$ , se generează „modelul” poliedral al suprafeței elicoidale cilindrice și de pas constant.

Tabelul 8.24. Modelul numeric al generatoarelor teoretică, efectivă și fictivă

Profil teoretic			Profil efectiv			Profil fictiv		
x[mm]	y[mm]	z[mm]	x[mm]	y[mm]	z[mm]	x[mm]	y[mm]	z[mm]
40.000	0.000	0.000	40.000	0.000	0.000	40.000	0.000	0.000
40.002	0.181	0.000	40.003	0.181	0.000	40.000	0.181	0.000
40.007	0.361	0.000	40.010	0.361	0.000	40.003	0.361	0.000
40.015	0.541	0.000	40.020	0.541	0.000	40.009	0.542	0.000
40.026	0.722	0.000	40.033	0.721	0.000	40.019	0.722	0.000
40.041	0.902	0.000	40.050	0.901	0.000	40.032	0.902	0.000
40.059	1.081	0.000	40.069	1.080	0.000	40.048	1.082	0.000
40.080	1.260	0.000	40.092	1.259	0.000	40.067	1.262	0.000
40.104	1.439	0.000	40.118	1.437	0.000	40.090	1.441	0.000
40.132	1.618	0.000	40.148	1.615	0.000	40.116	1.620	0.000
40.163	1.796	0.000	40.180	1.792	0.000	40.145	1.799	0.000
40.197	1.973	0.000	40.216	1.969	0.000	40.177	1.977	0.000
40.234	2.150	0.000	40.255	2.145	0.000	40.213	2.154	0.000
40.274	2.326	0.000	40.297	2.320	0.000	40.251	2.331	0.000
40.318	2.501	0.000	40.342	2.495	0.000	40.293	2.507	0.000
40.365	2.675	0.000	40.391	2.668	0.000	40.338	2.683	0.000
40.414	2.849	0.000	40.442	2.841	0.000	40.387	2.857	0.000
40.467	3.021	0.000	40.497	3.012	0.000	40.438	3.031	0.000
40.523	3.193	0.000	40.554	3.183	0.000	40.493	3.203	0.000
40.583	3.364	0.000	40.615	3.352	0.000	40.550	3.375	0.000
40.645	3.533	0.000	40.679	3.520	0.000	40.611	3.546	0.000
40.710	3.701	0.000	40.745	3.687	0.000	40.675	3.715	0.000
40.779	3.868	0.000	40.815	3.853	0.000	40.742	3.884	0.000
40.850	4.034	0.000	40.888	4.018	0.000	40.812	4.051	0.000
40.924	4.199	0.000	40.964	4.181	0.000	40.885	4.217	0.000
41.002	4.362	0.000	41.042	4.342	0.000	40.961	4.382	0.000
41.082	4.524	0.000	41.124	4.503	0.000	41.040	4.545	0.000
41.165	4.684	0.000	41.208	4.661	0.000	41.122	4.707	0.000
41.251	4.843	0.000	41.295	4.818	0.000	41.207	4.867	0.000

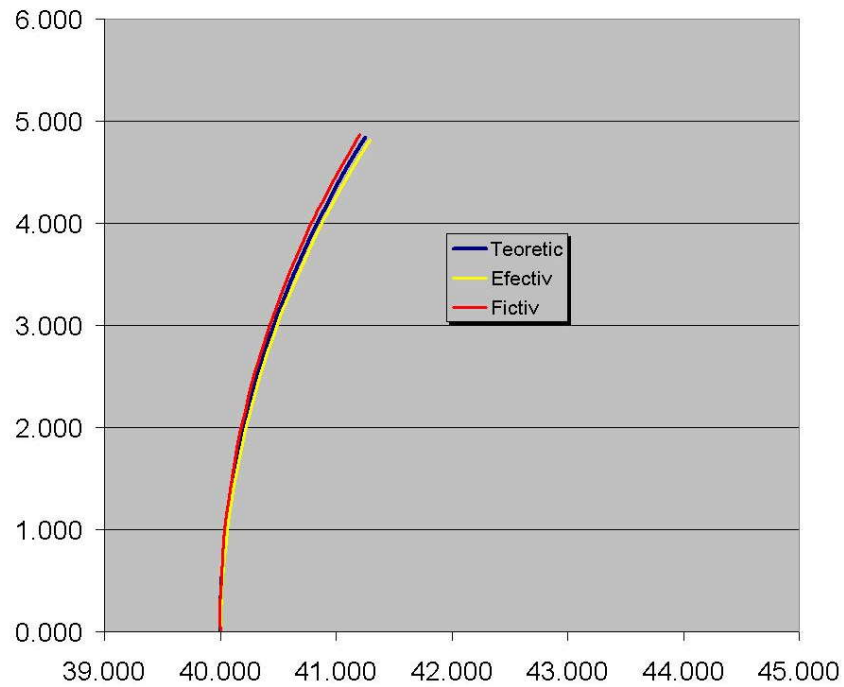


Fig. 8.45. Profilurile teoretic, efectiv și fictiv

Aplicația referitoare la profilarea sculei cilindro-frontală a fost realizată sub forma unui applet java, în baza unei scheme logice, prezentată în figura 8.46. În figura 8.47 și tabelul 8.25, sunt prezentate rezultatele rulării aplicației.

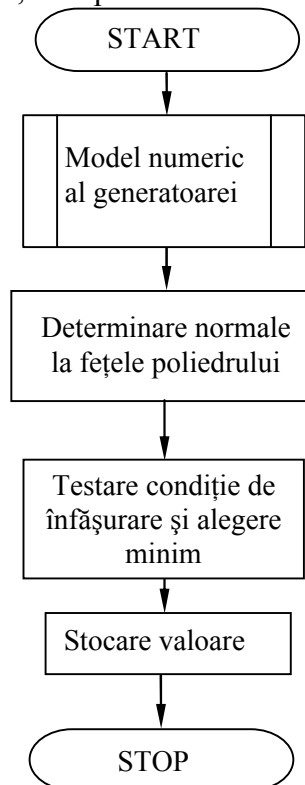


Fig. 8.46. Schema logică



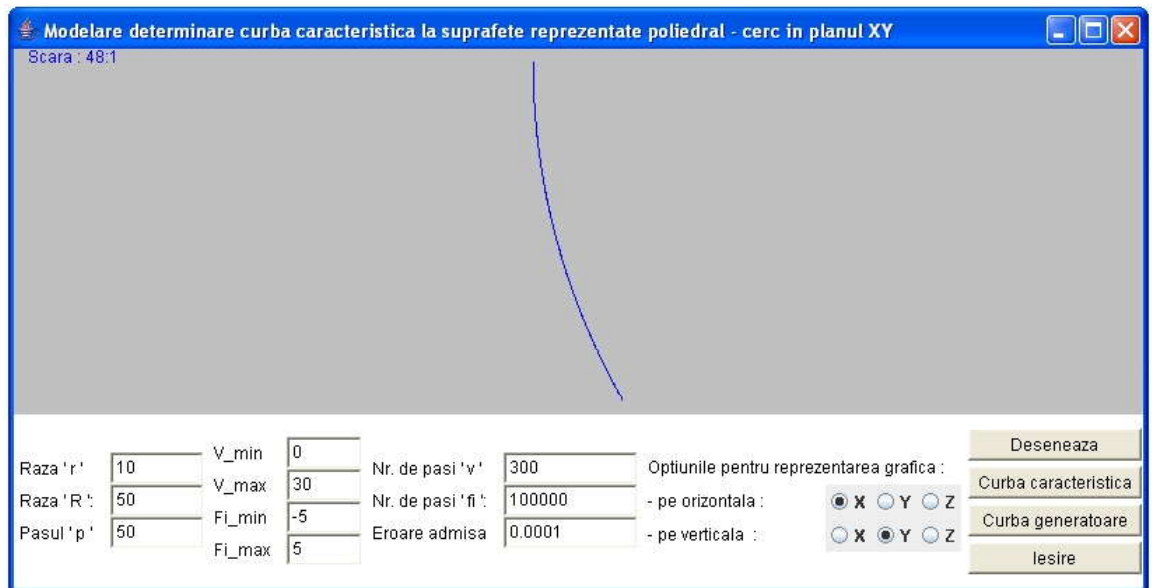
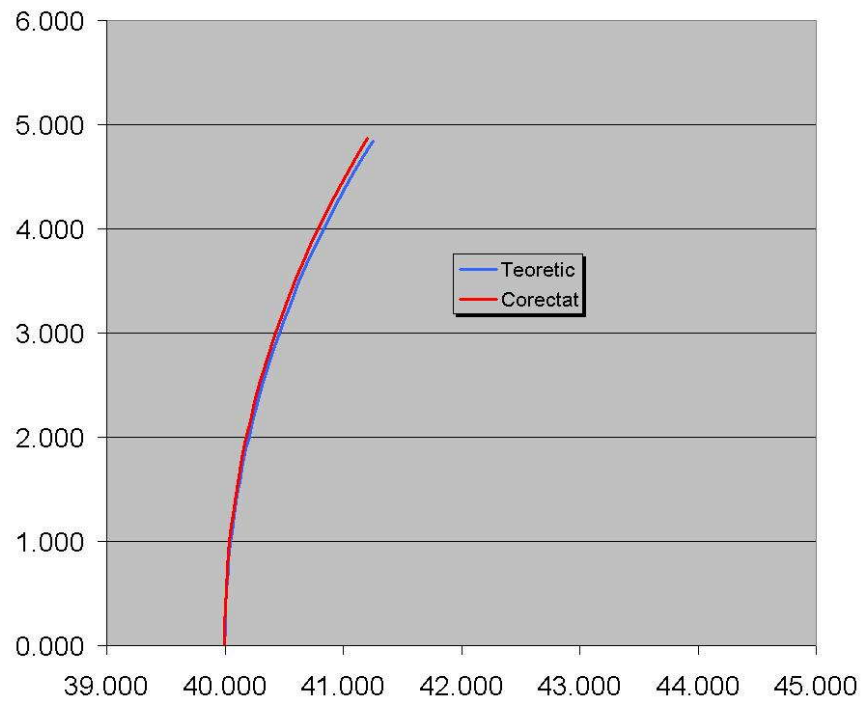


Fig. 8.47. Applet profil circular in planul XY

Tabelul 8.25. Coordonatele curbei caracteristice, profil circular în planul XY

X [mm]	Y [mm]	Z [mm]	V [grd]	f[grd]
40.000	0.000	0.000	0.00000	0.00000
40.000	0.018	0.000	0.00175	0.00000
40.000	0.035	0.000	0.00350	0.00000
40.000	0.053	0.000	0.00525	0.00001
40.000	0.070	0.000	0.00700	0.00001
40.000	0.088	0.000	0.00876	0.00001
40.001	0.105	0.000	0.01051	0.00001
40.001	0.123	0.001	0.01226	0.00001
40.001	0.141	0.001	0.01401	0.00001
40.001	0.158	0.001	0.01576	0.00002
...	...	...	...	...
41.251	4.868	0.025	0.50434	0.00050
41.259	4.884	0.025	0.50609	0.00051
41.268	4.899	0.025	0.50784	0.00051
41.277	4.914	0.025	0.50959	0.00051
41.285	4.930	0.026	0.51134	0.00051
41.294	4.945	0.026	0.51309	0.00051
41.302	4.960	0.026	0.51484	0.00051
41.311	4.977	0.026	0.51659	0.00052
41.320	4.991	0.026	0.51835	0.00052
41.328	5.006	0.026	0.52010	0.00052
41.251	4.868	0.025	0.52185	0.00052

Applet-ul este interactiv, permițând modificarea valorilor pentru raza „r” a generatoarei suprafeței elicoidale, raza „R” a centrului generatoarei, parametrul elicoidal „p”, limitele „v\_min” și „v\_max” ale profilului de generat, numărul de incrementări în lungul liniei elicoidale „j”, numărul de pași în care este împărțit unghiul „φ” și mărimea erorii acceptabile pentru îndeplinirea condiției de înfășurare. De asemenea, există mai multe opțiuni pentru reprezentarea grafică a curbei caracteristice.



*Fig. 8.48. Curbe caracteristice de contact ale suprafeței periferice primare ale sculei cu suprafața teoretică și cu suprafața fictivă – profilul corectat*

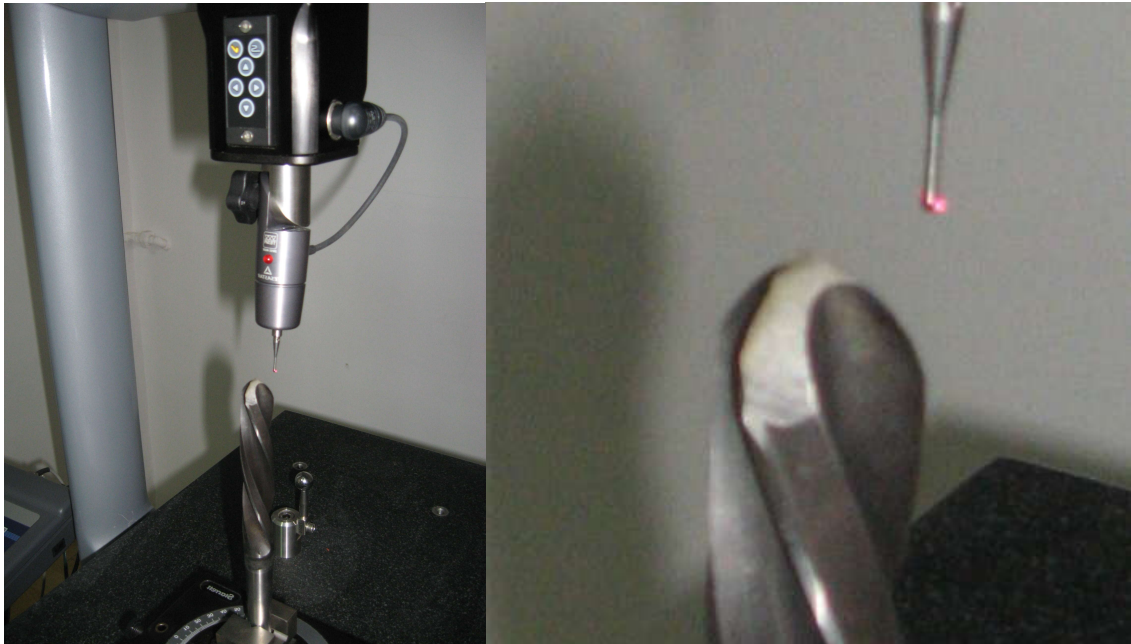
## OBIECTIVUL 9. SINTEZA UNOR MODALITĂȚI DE REPREZENTARE PRIN POLI A MATRICELOR DE COORDONATE REPREZENTÂND SUPRAFEȚE EXPRIMATE ÎN FORMĂ DISCRETĂ

### 9.1. Forme de reprezentare prin poli a suprafeței elicoidale cilindrice

»

#### Introducere

Suprafețele elicoidale cilindrice și de pas constant cunoscute printr-o matrice de coordonate obținută prin măsurare directă pe mașini de măsurat în coordonate 3D, vezi figura 9. 1, în forma unei matrice,



*Figura 9. 1. Măsurarea de coordonate pe generatoarea unei suprafețe elicoidale cilindrice de pas constant*

$$G = \begin{pmatrix} X_1 & Y_1 \\ X_2 & Y_2 \\ \dots & \dots \\ X_n & Y_n \end{pmatrix} \quad (9.1)$$

conduc la o reprezentare în planul XY de forma, vezi figura 9. 2:

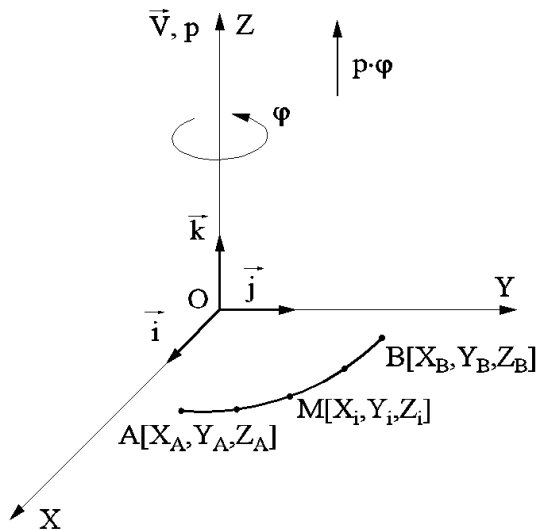


Figura 9. 2. Generatoarea discretă a suprafeței elicoidale

Se substituie generatoarea discretă G (9.1) cu un polinom Bezier de grad inferior, care să permită o reprezentare cât mai riguroasă a ansamblului de coordonate, asigurându-se:

- coeficientul de determinare,  $R^2$  a polinomului de substituie față de coordonatele efectiv măsurate (cât mai aproape de valoarea 1).
- derivata a doua a polinomului să fie liniară, pe tot intervalul de definiție.

Pentru un polinom de gradul II, se obține forma:

$$\begin{aligned} X &= A_X \cdot \lambda^2 + 2\lambda \cdot (1-\lambda) \cdot B_X + (1-\lambda)^2 \cdot C_X; \\ Y &= A_Y \cdot \lambda^2 + 2\lambda \cdot (1-\lambda) \cdot B_Y + (1-\lambda)^2 \cdot C_Y; \end{aligned} \quad (9.2)$$

$$0 \leq \lambda \leq 1.$$

Coeficienții polinomului,  $A_X, A_Y, B_X, B_Y, C_X, C_Y$ , se obțin din condițiile, vezi figura

9. 3:

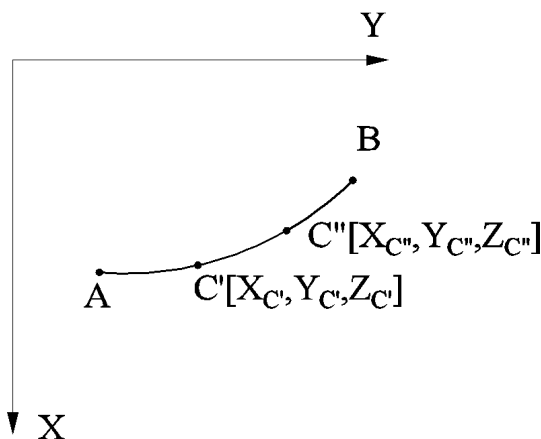


Figura 9. 3. Coeficienții polinomului Bézier

pentru  $\lambda = 0$ ,

$$\begin{aligned} X_A &= C_X \\ Y_A &= C_Y \end{aligned} \quad (9.3)$$

pentru  $\lambda = 1$ ,

$$\begin{aligned} X_B &= A_X \\ Y_B &= A_Y. \end{aligned} \quad (9.4)$$

Este dificil ca în urma măsurătorii să se definească un punct C' astfel încât să existe egalitate între segmentele

$$\overline{AC'} = \overline{C'B}, \quad (9.5)$$

situație care să corespundă unei valori pentru  $\lambda = 0.5$ .

Atunci, se acceptă că, se pot măsura două puncte, C', respectiv C'', care se află în apropierea mijlocului arcului  $\widehat{AB}$ , (deci, pentru  $\lambda = 0.5$ ) și se calculează o medie a valorii lui  $\lambda$ , pentru punctele efectiv măsurate astfel:

$$\lambda_{C'} = \frac{\overline{AC'}}{\overline{AC'} + \overline{C'B}} \quad (9.6)$$

$$AC' = \sqrt{(X_A - X_{C'})^2 + (Y_A - Y_{C'})^2} \quad (9.7)$$

$$C'B = \sqrt{(X_{C'} - X_B)^2 + (Y_{C'} - Y_B)^2} \quad (9.8)$$

și

$$\lambda_{C''} = \frac{\overline{AC''}}{\overline{AC''} + \overline{C''B}} \quad (9.9)$$

cu definițiile

$$AC'' = \sqrt{(X_A - X_{C''})^2 + (Y_A - Y_{C''})^2}; C''B = \sqrt{(X_B - X_{C''})^2 + (Y_B - Y_{C''})^2} \quad (9.10)$$

Se acceptă valoarea parametrului  $\lambda$  ca fiind

$$\lambda_{central} = \frac{\lambda_{C'} + \lambda_{C''}}{2} \quad (9.11)$$

Este evident,  $\lambda_{central}$  ( $\lambda_C$ ) nu are valoarea 0.5 dar eroarea de aproximare este satisfăcătoare din punct de vedere tehnic.

Se determină coeficienții  $B_X$  și  $B_Y$  în baza lui  $\lambda_{central}$  ( $\lambda_C$ ).

Pentru  $\lambda_{C'}$ , calculat anterior, rezultă:

$$\begin{aligned} X_{C'} &= A_X \cdot \lambda_{C'}^2 + 2\lambda_{C'} \cdot (1 - \lambda_{C'}) \cdot B_X + (1 - \lambda_{C'})^2 \cdot C_X; \\ Y_{C'} &= A_Y \cdot \lambda_{C'}^2 + 2\lambda_{C'} \cdot (1 - \lambda_{C'}) \cdot B_Y + (1 - \lambda_{C'})^2 \cdot C_Y, \end{aligned} \quad (9.12)$$

ecuații care permit determinarea unei prime mărimi a constantelor  $B_X$  și  $B_Y$ , pe care le definim  $B_{XC'}$  și  $B_{YC'}$ .

În mod similar, se determină constantele polinomului care corespund punctului C'', notate  $B_{XC''}$ ,  $B_{YC''}$ .

Astfel, polinoamele de aproximare a coordonatelor măsurate vor fi definite pentru constantele:

$$B_X = \frac{B_{XC'} + B_{XC''}}{2}; B_Y = \frac{B_{YC'} + B_{YC''}}{2} \quad (9.13)$$

Sunt definite, vezi (9.3), (9.4) și (9.13) constantele polinomului de substituție a punctelor măsurate ale generatoarei (9.1).

Suprafața elicoidală cilindrică și de pas constant, având ca generatoare matricea de coordonate (9.1), se determină în mișcarea elicoidală

$$X = \omega_3^T \cdot (k \cdot \Delta\theta) \cdot \begin{pmatrix} X(\lambda) \\ Y(\lambda) \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ p \cdot k \cdot \Delta\theta \end{pmatrix} \quad (9.14)$$

în care:  $\Delta\theta$  este incrementul unghiular de rotație în jurul axei suprafeței elicoidale;

p – parametrul elicoidal al suprafeței elicoidale;

$k$  – număr natural.

Parametrul elicoidal al suprafeței poate fi determinat prin măsurarea suprafeței elicoidale, măsurând diametrul exterior al acesteia ( $D_{ex}$ ) și unghiul de înclinare al elicei suprafeței de pe această suprafață cilindrică ( $\beta_{ex}$ ) figura 9. 4.

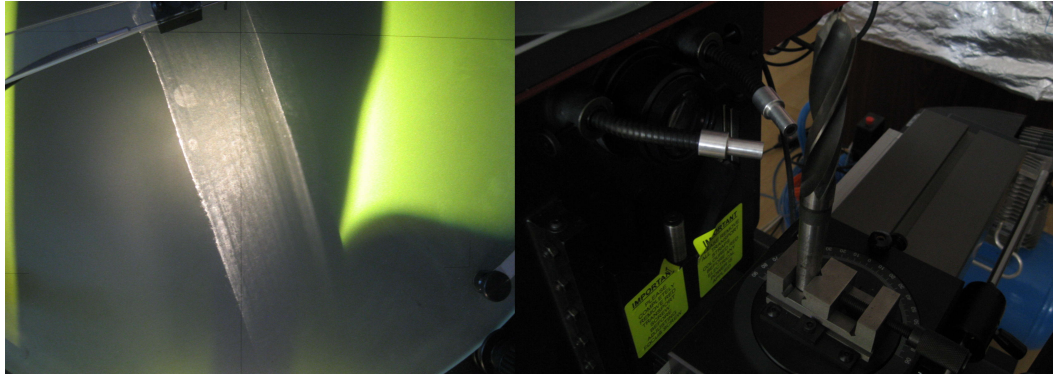


Figura 9. 4. Măsurarea unghiului de înclinare a elicei pe diametrul exterior pe profil proiector Sttarret

Din figura 9. 5, se deduce o schemă de măsurare a parametrului elicoidal al unei suprafețe date.

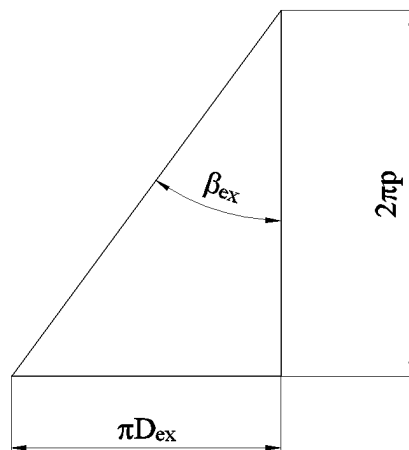


Figura 9. 5. Corelația parametrului  $\beta_{ex}$ .

Din figura 9. 5, rezultă

$$\operatorname{tg} \beta_{ex} = \frac{\pi \cdot D_{ex}}{2\pi \cdot p}, \quad (9.15)$$

de unde, deoarece  $\beta_{ex}$  și  $D_{ex}$  sunt măsurabile, se definește mărimea parametrului elicoidal al suprafeței,

$$p = \frac{D_{ex}}{2 \cdot \operatorname{tg} \beta_{ex}} [\text{mm}]. \quad (9.16)$$

Generarea suprafeței presupune alegerea arbitrară a mărimii incrementului unghiular,  $\Delta\theta$ , în concordanță cu precizia de reprezentare în formă discretă a suprafeței, și astfel, din (9.14), se pot calcula coordonatele succesive ale suprafeței reprezentată în formă discretă, cu generatoare substituie de un polinom Bézier:

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(k \cdot \Delta\theta) & -\sin(k \cdot \Delta\theta) & 0 \\ \sin(k \cdot \Delta\theta) & \cos(k \cdot \Delta\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X(\lambda) \\ Y(\lambda) \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ p \cdot k \cdot \Delta\theta \end{pmatrix} \quad (9.17)$$

care, după dezvoltări, este adusă la forma:

$$\begin{cases} X = X(\lambda) \cdot \cos(k \cdot \Delta\theta) - Y(\lambda) \cdot \sin(k \cdot \Delta\theta); \\ Y = X(\lambda) \cdot \sin(k \cdot \Delta\theta) + Y(\lambda) \cdot \cos(k \cdot \Delta\theta); \\ Z = p \cdot k \cdot \Delta\theta. \end{cases} \quad (9.18)$$

Funcțiile  $X(\lambda)$ ,  $Y(\lambda)$  sunt date în (9.2), ale căror coeficienți  $A_X$ ,  $B_X$ ,  $C_X$ ,  $A_Y$ ,  $B_Y$ ,  $C_Y$  sunt determinabili prin coordonatele măsurate pe generatoarea suprafeței.

Se obține, astfel, o formă de reprezentare a suprafeței, care este o formă discretă (punct cu punct) putând constitui baza pentru profilarea sculelor mărginite de suprafețe de revoluție (scula disc și scula cilindro-frontală pentru generarea suprafețelor elicoidale).

Se poate accepta că, parametrul  $\lambda$  variază continuu între 0 și 1 și, astfel, ecuațiile (9.18) pot fi interpretate ca o formă de reprezentare analitică a suprafeței elicoidale. Cu o astfel de reprezentare, apar posibilități diverse de profilare a sculelor generatoare ale unei astfel de suprafețe elicoidale.

Se prezintă un exemplu de aplicare a metodei propuse pentru reprezentarea suprafeței elicoidale în formă discretă.

### 9.1.1. Forma de reprezentare a canalului elicoidal al burghiului obținut prin măsurare punct cu punct

Pe mașina de măsurat 3D, se definește generatoarea canalului elicoidal, măsurată punct cu punct, vezi figura 1, și definită de ansamblul de coordonate  $G_{20}$ , pentru un burghiu cu diametrul de 20 mm, vezi tabelul 9. 1.

Tabelul 9. 1. Generatoarea transversală a burghiului- $G_{20}$

X	Y	Z
2.771	10.087	1
1.83	9.665	1
0.84	9.129	1
-0.37	8.306	1
-1.4	7.298	1
-3.002	5.279	1
-3.165	4.302	1
-2.849	2.886	1
-2.149	1.766	1
-0.796	0.332	1
0.355	-0.754	1

În figura 9. 6, se prezintă forma discretă a generatoarei burghiului, (ansamblul de puncte, vezi tabelul 9. 1.).

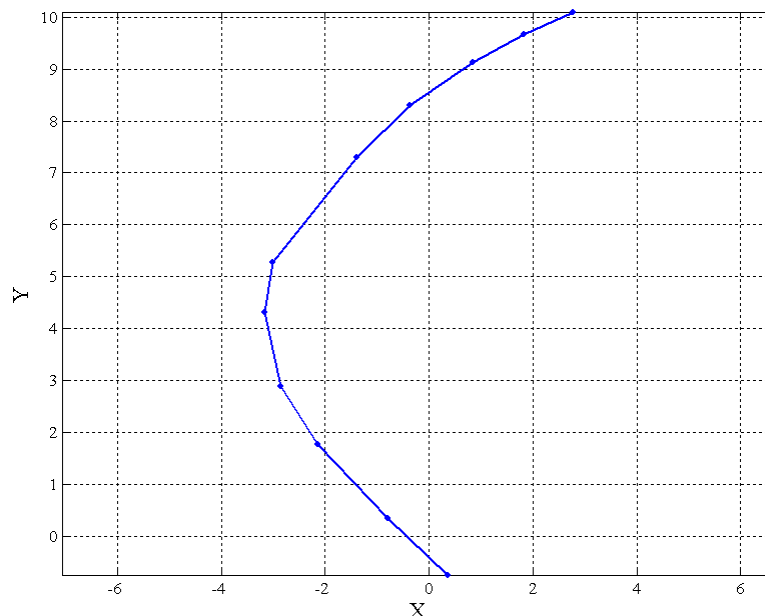


Figura 9. 6. Generatoarea discretă a canalului burghiului elicoidal

Se acceptă un polinom de substituire de gradul 3, pentru ansamblul de coordonate discrete ale generatoarei canalului elicoidal, vezi și figura 9. 7,

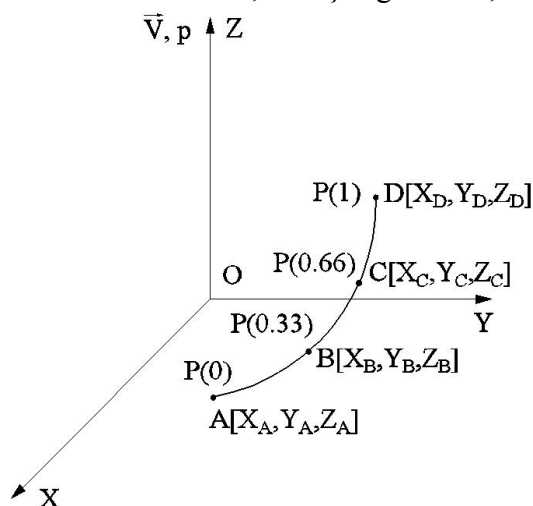


Figura 9. 7. Polinom Bézier, noduri caracteristice.

$$\begin{cases} X = A_X \cdot \lambda^3 + 3\lambda^2 \cdot (1-\lambda) \cdot B_X + 3\lambda \cdot (1-\lambda)^2 \cdot C_X + (1-\lambda)^3 \cdot D_X; \\ Y = A_Y \cdot \lambda^3 + 3\lambda^2 \cdot (1-\lambda) \cdot B_Y + 3\lambda \cdot (1-\lambda)^2 \cdot C_Y + (1-\lambda)^3 \cdot D_Y. \end{cases} \quad (9.19)$$

Se definesc mărimile parametrului  $\lambda$  pentru nodurile polinomului:

$$\begin{aligned} \lambda_A &= 0 \\ \lambda_D &= 1 \\ \lambda_B &= \frac{\overline{AB}}{\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD}} \\ \lambda_C &= \frac{\overline{AB} + \overline{BC}}{\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD}} \end{aligned} \quad (9.20)$$

în care:



$$\begin{aligned}
 AB &= \sqrt{(X_A - X_B)^2 + (Y_A - Y_B)^2}; \\
 BC &= \sqrt{(X_B - X_C)^2 + (Y_B - Y_C)^2}; \\
 CD &= \sqrt{(X_C - X_D)^2 + (Y_C - Y_D)^2}.
 \end{aligned}
 \tag{9.21}$$

Ca regulă generală,  $\lambda_B$  și  $\lambda_C$  trebuie să aibă valori cât mai apropiate de 0.33 și, respectiv, 0.66.

Cu aceste valori ale parametrului  $\lambda$ , se determină coeficienții polinomului de substituire, din sistemul de ecuații:

-pentru  $\lambda = 0$ ,

$$\begin{aligned}
 X_A &= D_X; \\
 Y_A &= D_Y;
 \end{aligned}
 \tag{9.22}$$

-pentru  $\lambda = 1$ ,

$$\begin{aligned}
 X_D &= A_X; \\
 Y_D &= A_Y;
 \end{aligned}
 \tag{9.23}$$

-pentru  $\lambda = \lambda_B$ ,

$$\begin{aligned}
 X_B &= A_X \cdot \lambda_B^3 + 3\lambda_B^2 \cdot (1 - \lambda_B) \cdot B_X + 3\lambda_B \cdot (1 - \lambda_B)^2 \cdot C_X + (1 - \lambda_B)^3 \cdot D_X; \\
 Y_B &= A_Y \cdot \lambda_B^3 + 3\lambda_B^2 \cdot (1 - \lambda_B) \cdot B_Y + 3\lambda_B \cdot (1 - \lambda_B)^2 \cdot C_Y + (1 - \lambda_B)^3 \cdot D_Y;
 \end{aligned}
 \tag{9.24}$$

-pentru  $\lambda = \lambda_C$ ,

$$\begin{aligned}
 X_C &= A_X \cdot \lambda_C^3 + 3\lambda_C^2 \cdot (1 - \lambda_C) \cdot B_X + 3\lambda_C \cdot (1 - \lambda_C)^2 \cdot C_X + (1 - \lambda_C)^3 \cdot D_X; \\
 Y_C &= A_Y \cdot \lambda_C^3 + 3\lambda_C^2 \cdot (1 - \lambda_C) \cdot B_Y + 3\lambda_C \cdot (1 - \lambda_C)^2 \cdot C_Y + (1 - \lambda_C)^3 \cdot D_Y;
 \end{aligned}
 \tag{9.25}$$

Ansamblul de ecuații (9.22)–(9.25) permite determinarea coeficienților polinomului de substituire.

Calitatea substituirii generatoarei efectiv măsurată (tabelul 9. 1) cu un polinom, se poate îmbunătăți dacă în loc de soluțiile prezentate anterior, pentru punctele B și C, se procedează așa cum am prezentat în (9.3)–(9.13). Un număr mare de puncte măsurate (tabelul 9. 1) pot să asigure obținerea unor valori acceptabile pentru mărimile parametrului  $\lambda$ , fără a mai fi necesar calculul unor valori medii pentru  $\lambda$ .

În figura 9. 8, este prezentată generatoarea aproximată cu elementele caracteristice ale aproximării ( $R^2 = 0.9987$ ) și derivata a doua a polinomului rectilinelui.

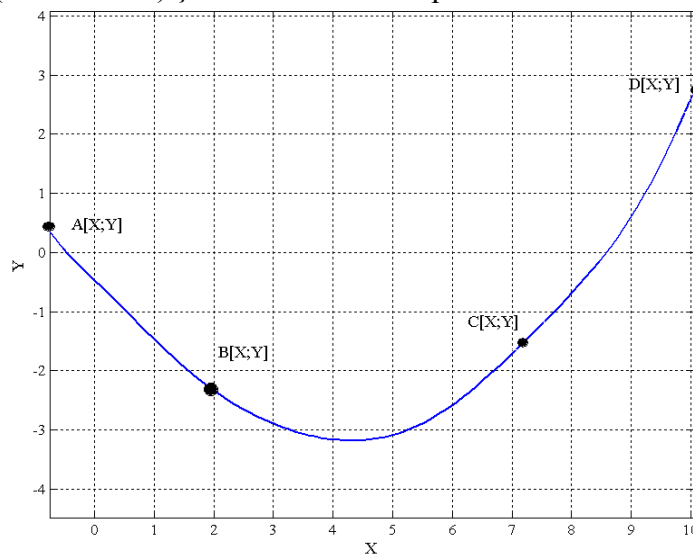


Figura 9. 8. Generatoarea aproximată a unui polinom de gradul II (secțiunea transversală a burghiului)

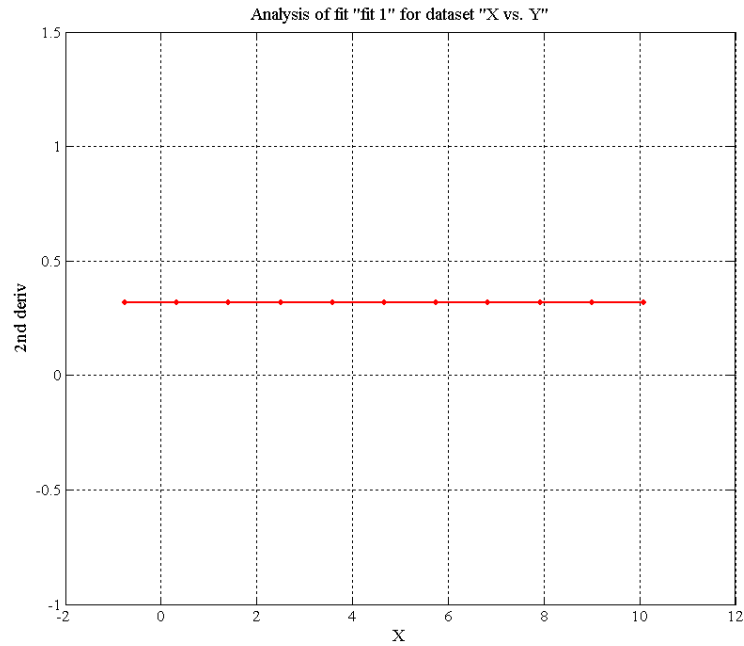


Figura 9. 9. Forma derivatei a II-a a polinomului de substituire

În figura 9. 10, în baza algoritmului prezentat, vezi (9.18), se determină forma suprafeței elicoidale a canalului sculei, reprezentată, în formă discretă, pentru un parametru elicoidal  $p=27.47$  mm și un increment al mărimii unghiului  $\Delta\theta=0.005$  rad. În suprafeței elicoidale, măsurată

tabelul 9. 2, sunt prezentate coordonate ale punctelor aparținând suprafeței elicoidale efectiv măsurată.

**NOTĂ**

Parametrul elicoidal se obține în baza măsurării unghiului  $\beta_{ex}$  [vezi (9.15)].

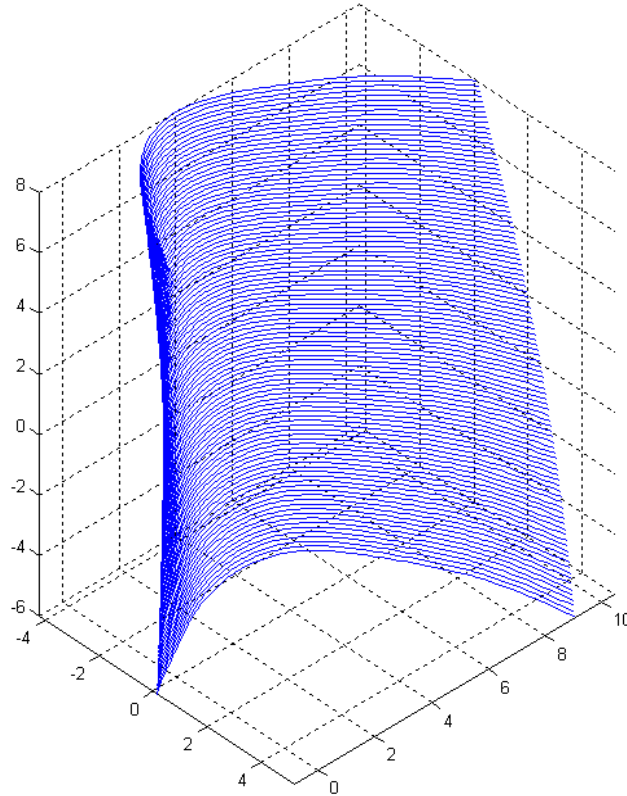


Figura 9. 10. Reprezentarea în formă discretă a suprafeței elicoidale, măsurată

Tabelul 9. 2. Coordonate ale modelului discret al suprafeței măsurate

X	Y	Z
-0.754	0.35493	1.000
-0.6456	0.2083	1.000
-0.5372	0.077372	1.000
-0.4288	-0.04263	1.000
-0.3204	-0.15541	1.000
-0.212	-0.26382	1.000
-0.1036	-0.36991	1.000
0.0048	-0.47517	1.000
0.1132	-0.58055	1.000
0.2216	-0.68659	1.000
0.33	-0.79354	1.000
0.4384	-0.90137	1.000
0.5468	-1.0099	1.000
0.6552	-1.1188	1.000
0.7636	-1.2276	1.000
0.872	-1.3359	1.000
0.9804	-1.4431	1.000
1.0888	-1.5489	1.000
1.1972	-1.6528	1.000
1.3056	-1.7543	1.000
1.414	-1.853	1.000
1.5224	-1.9488	1.000

1.6308	-2.0412	1.000
1.7392	-2.1302	1.000
1.8476	-2.2155	1.000
1.956	-2.297	1.000
2.0644	-2.3748	1.000
2.1728	-2.4487	1.000
2.2812	-2.5188	1.000
2.3896	-2.5851	1.000
2.498	-2.6478	1.000
2.6064	-2.7067	1.000
2.7148	-2.7622	1.000
2.8232	-2.8141	1.000
2.9316	-2.8625	1.000
3.04	-2.9076	1.000
3.1484	-2.9494	1.000
3.2568	-2.9879	1.000
3.3652	-3.023	1.000
3.4736	-3.0548	1.000
3.582	-3.0831	1.000
3.6904	-3.1081	1.000
3.7988	-3.1294	1.000
3.9072	-3.1471	1.000
4.0156	-3.161	1.000
4.124	-3.1709	1.000
4.2324	-3.1766	1.000
4.3408	-3.1781	1.000
4.4492	-3.1751	1.000
4.5576	-3.1675	1.000
4.666	-3.1551	1.000
4.7744	-3.1377	1.000
4.8828	-3.1153	1.000
4.9912	-3.0876	1.000
5.0996	-3.0547	1.000
5.208	-3.0164	1.000
5.3164	-2.9727	1.000
5.4248	-2.9237	1.000
5.5332	-2.8693	1.000
5.6416	-2.8098	1.000
5.75	-2.7451	1.000
5.8584	-2.6755	1.000
5.9668	-2.6011	1.000
6.0752	-2.5223	1.000
6.1836	-2.4392	1.000
6.292	-2.3522	1.000
6.4004	-2.2616	1.000
6.5088	-2.1677	1.000
6.6172	-2.071	1.000
6.7256	-1.9716	1.000

6.834	-1.87	1.000
6.9424	-1.7664	1.000
7.0508	-1.6612	1.000
7.1592	-1.5547	1.000
7.2676	-1.4468	1.000
7.376	-1.338	1.000
7.4844	-1.228	1.000
7.5928	-1.1171	1.000
7.7012	-1.005	1.000
7.8096	-0.89155	1.000
7.918	-0.77642	1.000
8.0264	-0.65923	1.000
8.1348	-0.53943	1.000
8.2432	-0.41643	1.000
8.3516	-0.28952	1.000
8.46	-0.15789	1.000
8.5684	-0.02069	1.000
8.6768	0.12296	1.000
8.7852	0.27398	1.000
8.8936	0.43324	1.000
9.002	0.60156	1.000
9.1104	0.77962	1.000
9.2188	0.9679	1.000
9.3272	1.1666	1.000
9.4356	1.3757	1.000
9.544	1.5944	1.000
9.6524	1.8217	1.000
9.7608	2.0556	1.000
9.8692	2.2934	1.000
9.9776	2.5313	1.000
10.086	2.7642	1.000

Această formă de exprimare a suprafeței permite profilarea sculelor mărginite de suprafețe primare de revoluție (pentru cazul concret, scula disc) reciproc înfășurătoare suprafeței elicoidală.

### **9.1.2. Formă de reprezentare a flancului elicoidal al dintelui unei roți dințate evolventice**

Pe mașina de măsurat 3D, vezi figura 9. 11, se măsoară generatoarea flancului evolventic, tabelul 9. 3.

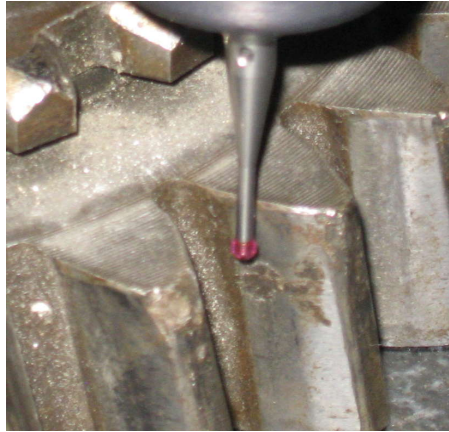


Figura 9. 11. Masurarea generatoarei flancului evolventic ( $z = \text{constant}$ )

Tabelul 9. 3 Generatoarea flancului evolventic

Line $j$	Crt. no.	$X_1$ [mm]	$Y_1$ [mm]	$Z_1$ [mm]
1	1	-8.407	-75.045	-2.000
	2	-6.501	-73.030	-2.000
	3	-5.082	-70.822	-2.000
	4	-3.963	-68.659	-2.000
	5	-2.955	-66.306	-2.000

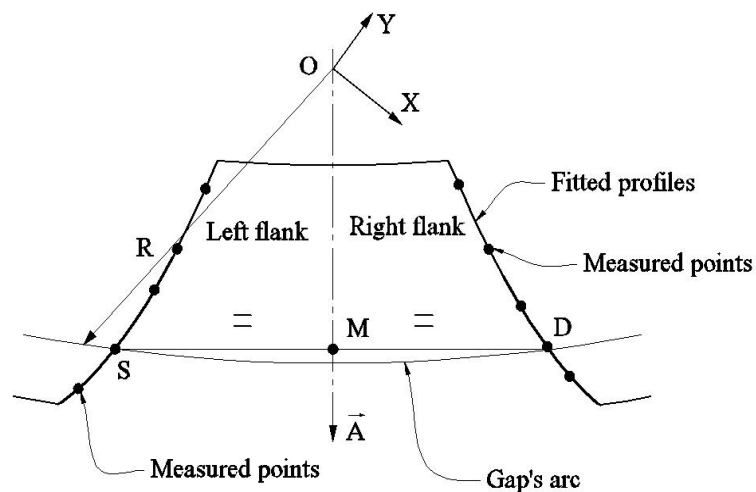


Figura 9. 12. Schema punctelor măsurate pe generatoarea flancului evolventic,  $Z_1 = \text{constant}$

De asemenea, se măsoară pe mașina de măsurat profiluri, figura 9. 12, unghiul de înclinare a elicei flancului evolventic pe diametrul exterior. Se calculează, vezi forma (9.13), mărimea parametrului elicoidal  $p = 322.8 \text{ mm}$ .

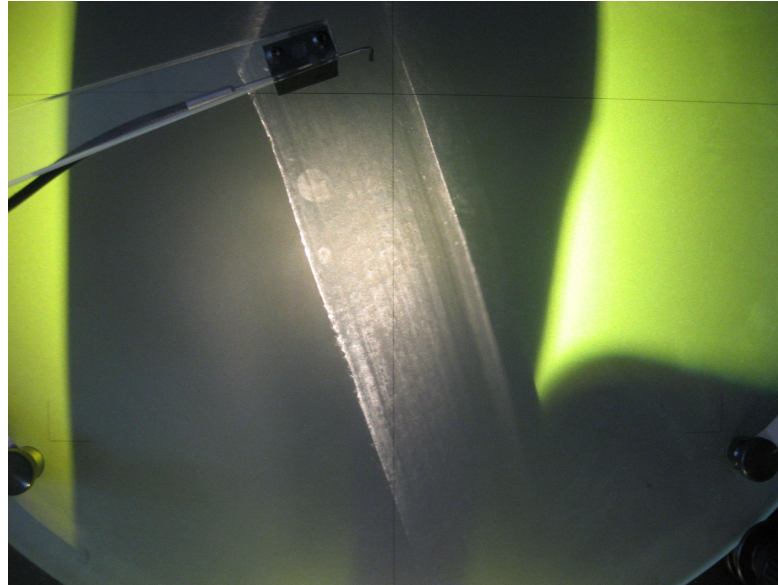


Figura 9. 13. Măsurarea unghiului  $\beta_{ex}$  al flancului evolventic

În tabelul 9. 4 și figura 9. 14, se prezintă forma polinomului de substituire a generatoarei construite discret.

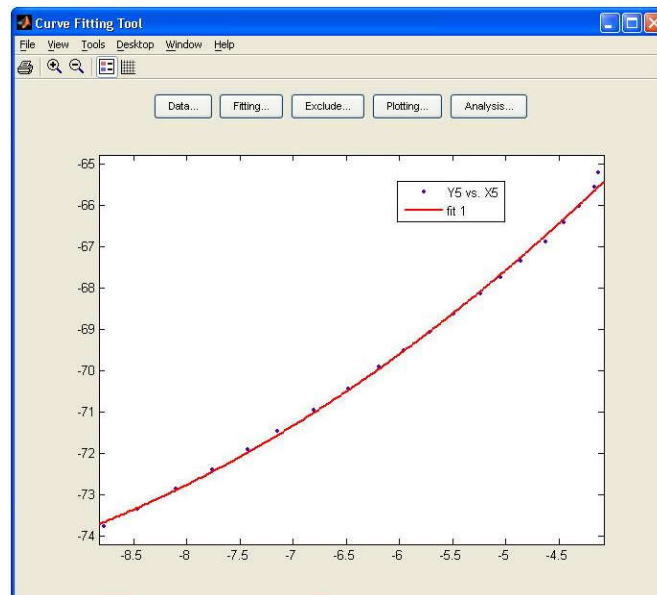


Figura 9. 14. Forma generatoarei (polinomul de substituire)

Tabelul 9. 4. Coordonate ale generatoarei substituite

Line $j$	Crt. no.	$X_1$ [mm]	$Y_1$ [mm]	$Z_1$ [mm]
1	1	-8.500	-76.179	-2.000
	2	-8.400	-76.165	-2.000
	⋮	⋮	⋮	⋮
	60	-2.600	-75.131	-2.000
	61	-2.500	-75.107	-2.000

În baza transformării (9.18), se reprezintă, în figura 9. 15 și tabelul 9. 5, forma flancului evolventic, aproximat punct cu punct, și coordonate ale flancului evolventic cunoscut în formă discretă.

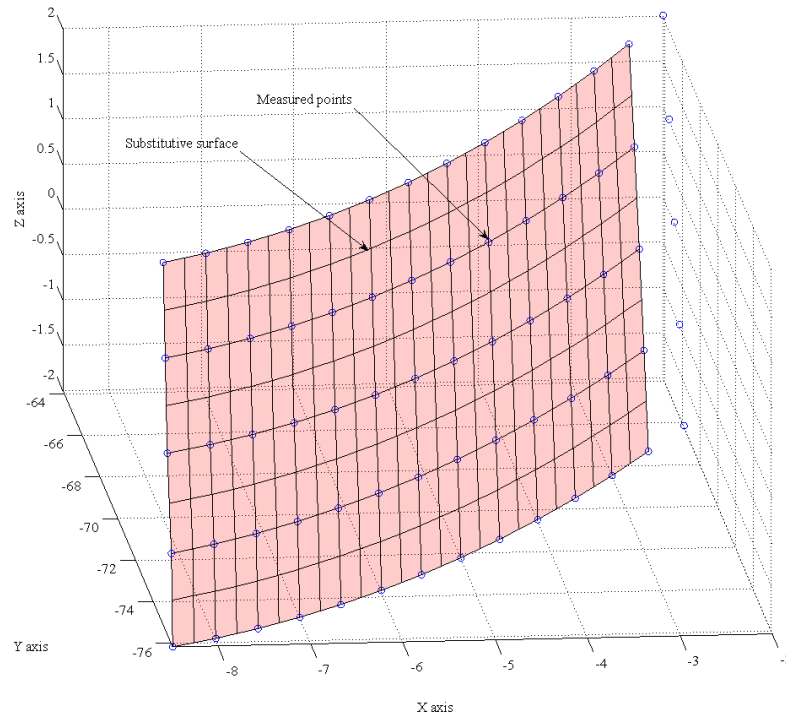


Figura 9. 15. Reprezentarea flancului elicoidal, punct cu punct

Tabelul 9. 5. Suprafața elicoidală punct cu punct

Line $j$	Crt. no.	$X_1$ [mm]	$Y_1$ [mm]	$Z_1$ [mm]
1	1	-8.500	-76.179	-2.000
	2	-8.400	-76.165	-2.000
	⋮	⋮	⋮	⋮
	60	-2.600	-75.131	-2.000
	61	-2.500	-75.107	-2.000
2	1	-8.500	-76.107	-1.900
	2	-8.400	-76.089	-1.900
	⋮	⋮	⋮	⋮
	60	-2.600	-75.051	-1.900
	61	-2.500	-75.027	-1.900
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
41	1	-8.500	-67.358	2.000
	2	-8.400	-67.308	2.000
	⋮	⋮	⋮	⋮
	60	-2.600	-65.236	2.000
	61	-2.500	-65.175	2.000

### 9.1.3. Formă de reprezentare a flancului elicoidal complex al dintelui unui rotor de compresor elicoidal

În practica curentă, pot apărea situații în care profilurile suprafețelor elicoidale sunt profiluri complexe formate din arce de curbe ce pot fi descrise prin ecuații analitice combinate cu profiluri descrise prin coordonate punct cu punct, care pot fi approximate cu polinoame Bezier.



În cele ce urmează, se prezintă o aplicație în sensul celor prezentate anterior, pentru suprafețele active ale rotorului compresorului elicoidal.

### Profilul cremalierii generatoare

Se consideră că profilul frontal al melcilor compresorului elicoidal rezultă ca înfășurătoare a profilului cremalierii generatoare (cremaliera are o formă impusă, care satisface cerințele specifice unei construcții a melcilor compresorului elicoidal: lipsa punctelor singulare pe profil; asimetrie a profilului generator; linie de angrenare închisă și de lungime minimă).

În figura 9. 16, este prezentată forma impusă a profilului transversal al cremalierii generatoare, a cărei înfășurătoare este profilul transversal al rotorilor compresorului elicoidal.

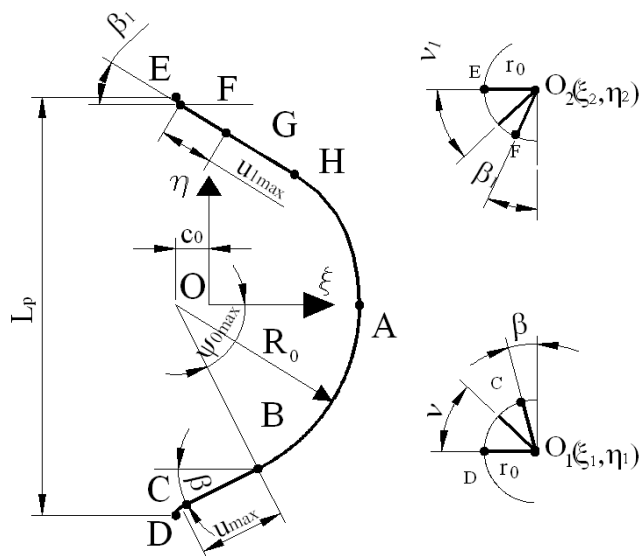


Figura 9. 16. Profilul transversal al cremalierii generatoare.  
Sisteme de referință.

Alegerea formei cremalierii generatoare este necesar să conducă la forme ale profilurilor transversale ale rotoarelor de compresor care să asigure:

- o accentuată asimetrie a formei profilului, în vederea asigurării unui debit satisfăcător al compresorului;
- o linie de contact între rotoarele compresorului închisă, în vederea asigurării etanșeității camerelor de comprimare;
- un volum încastrat între lobi rotoarelor cât mai redus;
- să asigure inexistența punctelor singulare pe profilurile transversale;
- o tehnologicitate cât mai bună a rotoarelor compresorului, prin asigurarea unor profiluri ale sculelor generatoare fără discontinuități.

Se acceptă un profil complex al cremalierii generatoare, care este format din ansamblul de profiluri elementare:

Flancul din stânga:

- AB** – arc de cerc de rază  $R_0$ ;
- BC** – segment de dreaptă;
- CD** – arc de cerc de rază  $r_0$ .

Flancul din dreapta:

- AH** – arc de curbă (polinom Bezier de gradul II);
- HG** – arc de curbă (polinom Bezier de gradul II);

**GF – segment de dreaptă;**  
**FE – arc de cerc de rază  $r_0$ .**

**Ecuatiile parametrice ale profilurilor elementare ale cremalierii**

• *Arcul de cerc AB, de raza  $R_0$*

Ecuatiile parametrice, în sistemul de referință al cremalierii, în funcție de parametrul variabil unghiular  $\psi$ :

$$\begin{cases} \xi(\psi) = R_0 \cdot \cos\psi - c_0; \\ \eta(\psi) = -R_0 \cdot \sin\psi; \\ \zeta = 0. \end{cases} \quad (9.26)$$

Se impun mărimile  $R_0, c_0$ , și  $\psi_{\max}$ , vezi figura 9. 16.

• *Segmentul de dreaptă BC*

Ecuatiile parametrice în sistemul cremalierii, funcție de parametrul variabil  $u$ , sunt:

$$\begin{cases} \xi(u) = \xi_B - u \cdot \cos\beta; \\ \eta(u) = \eta_B + u \cdot \sin\beta; \\ \zeta = 0, \end{cases} \quad (9.27)$$

și

$$\beta = \frac{\pi}{2} - \psi_{\max} \quad (9.28)$$

Parametrul  $u$  variază între  $u_0=0$  și o valoare maximă,

$$u_{\max} = \sqrt{(\xi_C - \xi_B)^2 + (\eta_C - \eta_B)^2}. \quad (9.29)$$

Se cunosc  $R_0, c_0, \psi_{\max}$  și coordonatele punctului B :

$$\xi_B = R_0 \cdot \cos\psi_{\max}; \quad \eta_B = -R_0 \cdot \sin\psi_{\max}. \quad (9.30)$$

Coordonatele punctului C se determină din considerentul ca segmentul de dreaptă BC să fie tangent cercului cu centrul în  $O_1$  și de rază  $r_0$ .

• *Arcul de racordare  $\widehat{CD}$ , de rază  $r_0$*

Ecuatiile parametrice în sistemul cremalierii, în funcție de parametrul  $v$ , sunt:

$$\begin{cases} \xi(v) = r_0 \cdot \cos v_1 + \xi_{0_1}; \\ \eta(v) = -r_0 \cdot \sin v_1 + \eta_{0_1}. \end{cases} \quad (9.31)$$

Se presupun cunoscute coordonatele centrului cercului,  $O_1(\xi_{0_1}; \eta_{0_1})$ .

• *Arcul de racordare EF, de rază  $r_0$*

În mod similar, ecuațiile parametrice ale arcului de cerc EF, în funcție de parametrul variabil  $v_1$ , sunt:

$$\begin{cases} \xi(v_1) = r_0 \cdot \cos v_1 + \xi_{0_2}; \\ \eta(v_1) = -r_0 \cdot \sin v_1 + \eta_{0_2}. \end{cases} \quad (9.32)$$

Lungimea pasului cremalierii se calculează cu relația

$$L_p = \frac{2\pi \cdot Rr_1}{6}. \quad (9.33)$$

Se impun

$$\xi_{0_2} = \xi_{0_1}, \quad |\eta_{0_2}| = |\eta_{0_1}|. \quad (9.34)$$

• *Segmentul de dreaptă FG*

Ecuatiile parametriche ale dreptei FG, în sistemul cremalierii, în funcție de parametrul variabil  $u_1$ , sunt :

$$\begin{cases} \xi(u_1) = +u_1 \cdot \cos\beta_1 + \xi_F; \\ \eta(u_1) = -u_1 \cdot \sin\beta_1 + \eta_F. \end{cases} \quad (9.35)$$

Cum

$$\beta_1 = \frac{\pi}{2} - v_{1\max}, \quad (9.36)$$

se pot exprima coordonatele punctului F( $\xi_F, \eta_F$ ) în forma:

$$\begin{cases} \xi_F = \xi_{0_2} - r_0 \cdot \sin v_{1\max}; \\ \eta_F = \eta_{0_2} - r_0 \cdot \cos v_{1\max}; \end{cases} \quad (9.37)$$

$$\operatorname{tg}\beta_1 = \frac{|\eta_G - \eta_F|}{|\xi_G - \xi_F|}. \quad (9.38)$$

Parametrul  $u_1$  variază între  $u_{1\min}=0$  și o valoare maximă,

$$u_{1\max} = \sqrt{(\xi_G - \xi_F)^2 + (\eta_G - \eta_F)^2}. \quad (9.39)$$

Se cunosc  $R_0, c_0, \psi_0$  și coordonatele punctului F( $\xi_F, \eta_F$ ).

• *Curbele AH și HG*

Se propune o formă a profilului pentru arcul  $\widehat{AHG}$  un ansamblu de curbe Bézier, - polinoame de gradul II – care trebuie să îndeplinească condiții geometrice de continuitate cu celelalte curbe elementare constituente ale profilului cremalierii.

Ecuatii ale polinomului de substituție Bézier ale arcului  $\widehat{AH}$  :

$$\begin{cases} P_{\xi_{AH}} = \lambda_1^2 A_\xi + 2(1-\lambda_1)\lambda_1 B_\xi + (1-\lambda_1)^2 C_\xi; \\ P_{\eta_{AG}} = \lambda_1^2 A_\eta + 2(1-\lambda_1)\lambda_1 B_\eta + (1-\lambda_1)^2 C_\eta, \end{cases} \quad (9.40)$$

cu  $0 \leq \lambda_1 \leq 1$ .

Polinomul Bézier substitutiv al arcului  $\widehat{HG}$  :

$$\begin{cases} P_{\xi_{HG}} = \lambda_2^2 D_\xi + 2(1-\lambda_2)\lambda_2 E_\xi + (1-\lambda_2)^2 F_\xi; \\ P_{\eta_{HG}} = \lambda_2^2 D_\eta + 2(1-\lambda_2)\lambda_2 E_\eta + (1-\lambda_2)^2 F_\eta, \end{cases} \quad (9.41)$$

cu  $0 \leq \lambda_2 \leq 1$ .

Se definesc derivatele de ordinul întâi ale polinoamelor:

$$\begin{cases} P'_{\xi_{AH}} = 2\lambda_1 A_\xi + 2(1-2\lambda_1)B_\xi - 2(1-\lambda_1)C_\xi; \\ P'_{\eta_{AH}} = 2\lambda_1 A_\eta + 2(1-2\lambda_1)B_\eta - 2(1-\lambda_1)C_\eta; \end{cases} \quad (9.42)$$

$$\begin{cases} P'_{\xi_{AG}} = 2\lambda_2 D_\xi + 2(1-2\lambda_2)E_\xi - 2(1-\lambda_2)F_\xi; \\ P'_{\eta_{AG}} = 2\lambda_2 D_\eta + 2(1-2\lambda_2)E_\eta - 2(1-\lambda_2)F_\eta. \end{cases} \quad (9.43)$$

Condițiile de continuitate a profilurilor elementare constitutive ale profilului cremalierii generatoare impun determinarea coeficienților polinoamelor Bézier astfel încât, în punctele de contact, să se definească o normală unică la cele două profiluri succesive.

**Condiții impuse celor două curbe:**

- Condiții de coincidență, în punctul A, a arcului AB cu AH ( $\lambda_1=1$ ):

$$\begin{cases} \xi_A = P_{\xi AH}; \\ \eta_A = P_{\eta AH}. \end{cases} \quad (9.44)$$

- Normala comună la cele două profiluri, în punctul A de contact ( $\lambda_1=1$ ), impune îndeplinirea condițiilor:

$$\begin{cases} \xi'_A = P'_{\xi AH}; \\ \eta'_A = P'_{\eta AH}. \end{cases} \quad (9.45)$$

- În mod similar, coincidența, în punctul G, a segmentelor FG și HG ( $\lambda_2=0$ ) conduce la:

$$\begin{cases} \xi_G = P_{\xi HG}; \\ \eta_G = P_{\eta HG}. \end{cases} \quad (9.46)$$

- Normala comună la cele două profiluri în punctul G conduce la ( $\lambda_2=0$ ):

$$\begin{cases} \xi'_G = P'_{\xi HG}; \\ \eta'_G = P'_{\eta HG}. \end{cases} \quad (9.47)$$

De asemenea, în poziția  $\lambda_1=0$  și  $\lambda_2=1$  (punctul H), cele două polinoame trebuie să fie identice, adică:

- condiția de punct comun ,

$$\begin{cases} P_{\xi AH(\lambda_1=0)} = C_{\xi} = P_{\xi HG(\lambda_2=1)} = D_{\xi}; \\ P_{\eta AH(\lambda_1=0)} = C_{\eta(\lambda_2=1)} = P_{\eta HG(\lambda_2=1)} = D_{\eta}; \end{cases} \quad (9.48)$$

- condiția de normală comună,

$$\begin{cases} P'_{\xi AH(\lambda_1=0)} = 2(B_{\xi} - C_{\xi}) = P'_{\xi HG(\lambda_2=1)} = 2(D_{\xi} - E_{\xi}); \\ P'_{\eta AH(\lambda_1=0)} = 2(B_{\eta} - C_{\eta}) = P'_{\eta HG(\lambda_2=1)} = 2(D_{\eta} - E_{\eta}). \end{cases} \quad (9.49)$$

Ținând seama de definiția coordonatelor punctului A,

$$\begin{cases} \xi_A = R_0 - c_0; \\ \eta_A = 0, \end{cases} \quad (9.50)$$

rezultă coeficienții:

$$\begin{cases} A_{\xi} = R_0 - c_0; \\ A_{\eta} = 0, \end{cases} \quad \text{în funcție de mărimile constructive ale profilului cremalierii.}$$

Pe de altă parte, contactul polinomului substitutiv al arcului  $\widehat{AH}$ , cu arcul  $\widehat{AB}$ , în punctul A, impune condițiile:

$$\begin{cases} \xi(\psi) = R_0 \cos \psi - c_0; \\ \eta(\psi) = -R_0 \sin \psi; \end{cases} \quad (9.51)$$

$$\begin{cases} \xi'_{(\psi)} = -R_0 \sin \psi; \\ \eta'_{(\psi)} = -R_0 \cos \psi. \end{cases} \quad (9.52)$$

În punctul A,

$$\psi=0, \Rightarrow \begin{cases} \xi'_A = 0; \\ \eta'_A = -R_0, \end{cases}$$

(9.53)

reprezentând parametrii directori ai tangentei la profilul circular și, din egalitățile:

$$\begin{cases} 2\lambda_1 A_\xi + 2(1-2\lambda_1)B_\xi - 2(1-\lambda_1)C_\xi = 0; \\ 2\lambda_1 A_\eta + 2(1-2\lambda_1)B_\eta - 2(1-\lambda_1)C_\eta = -R_0, \end{cases} \quad (9.54)$$

pentru  $\lambda_1=1$ , în punctul A, se obțin relațiile între coeficienți:

$$\begin{cases} A_\xi = B_\xi; \\ A_\eta - B_\eta = -R_0. \end{cases} \quad (9.55)$$

Similar, pentru punctul G, se definesc condițiile:

$$\begin{cases} \xi_G = \xi_F + u_{1\max} \cdot \cos v_{1\max}; \\ \eta_G = \eta_F - u_{1\max} \cdot \sin v_{1\max}, \end{cases} \quad (9.56)$$

rezultând

$$\begin{cases} \xi_G = F_\xi, \\ \eta_G = F_\eta. \end{cases} \quad (9.57)$$

De asemenea, din aceleași considerente, pentru punctul G, rezultă:

$$\begin{cases} \xi(u_1) = \xi_F + u_1 \cos \beta_1; \\ \eta(u_1) = \eta_F - u_1 \sin \beta_1; \end{cases} \quad (9.58)$$

$$\begin{cases} \xi'_{(u_1)} = \cos \beta_1; \\ \eta'_{(u_1)} = -\sin \beta_1; \end{cases} \quad (9.59)$$

$$\begin{cases} 2(D_\xi - E_\xi) = \cos \beta_1; \\ 2(D_\eta - E_\eta) = -\sin \beta_1. \end{cases} \quad (9.60)$$

Ansamblul de ecuații format din (9.48), (9.49), (9.51), (9.55), (9.57), (9.60), permite exprimarea celor 12 necunoscute, mărimile coeficienților polinoamelor substitutive arcelor  $\widehat{AH}$  și  $\widehat{HG}$ , în funcție de elementele anterior definite:

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{\xi} = R_0 - c_0; \\ A_{\eta} = 0; \\ B_{\xi} = A_{\xi}; \\ B_{\eta} = R_0/2; \\ C_{\xi} = D_{\xi}; \\ C_{\eta} = D_{\eta}; \\ E_{\xi} = F_{\xi} + 0.5\cos\beta_1; \\ E_{\eta} = F_{\xi} - 0.5\sin\beta_1; \\ F_{\xi} = \xi_G; \\ F_{\eta} = \eta_G; \\ D_{\xi} = 0.5 \cdot (B_{\xi} + E_{\xi}); \\ D_{\eta} = 0.5 \cdot (B_{\eta} + E_{\eta}). \end{array} \right. \quad (9.61)$$

### Determinarea profilurilor transversale ale rotoarelor

Odată definită forma analitică a cremalierii generatoare a profilurilor transversale a rotoarelor, condus și conducător, se poate determina, în baza legilor fundamentale ale înfășurării profilurilor, forma profilurilor transversale ale rotoarelor. Se propune o rezolvare a problemei utilizând „metoda normalelor” (Willis).

Evident, se pot utiliza și teoremele fundamentale ale înfășurării suprafețelor (teorema I Olivier, teorema Gohman) sau teoreme complementare precum „metoda distanței minime” sau „metoda traiectoriilor plane de generare”.

### Determinarea profilului transversal al melcului conducător

În figura 9. 17, sunt prezentate sistemele de referință și mișcările de generare; vezi și figura 9. 16.

Condiția ca profilurile elementare ale cremalierii să admită o înfășurătoare, conform metodei normalelor, este ca normala la profil să intersecteze centroida asociată profilului, aici centroida C.

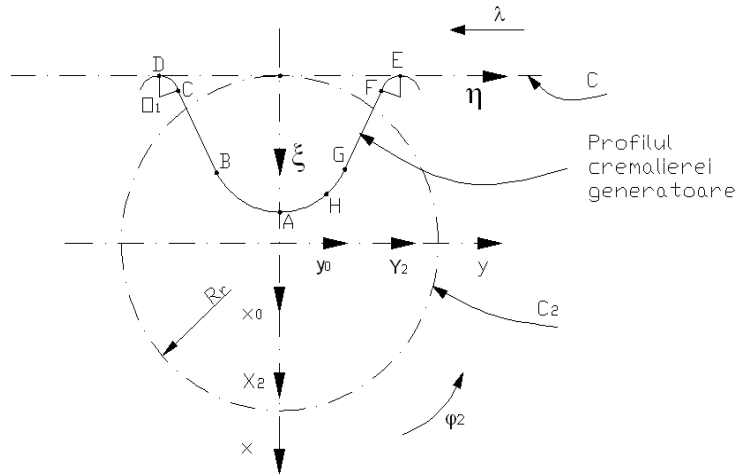


Figura 9. 17. Generarea profilului rotorului conducător

• Arcul de cerc  $\widehat{AB}$

Normala la profilul circular  $\widehat{AB}$ , principal, are forma

$$N_{AB} : [\xi - \xi(\psi)] \xi'_{(\psi)} + [\eta - \eta(\psi)] \eta'_{(\psi)} = 0. \quad (9.62)$$

Ecuția centroidei asociată cremalierii, dreapta C, vezi figura 9. 3, are ecuațiile:

$$(C) \begin{cases} \xi = 0; \\ \eta = \lambda, \end{cases} \quad (9.63)$$

$\lambda$  parametru variabil.

Condiția de intersecție a normalei (9.62) cu centroida (9.63) reprezintă condiția de înfășurare,

$$\lambda = \frac{\eta(\psi) \cdot \eta'(\psi) + \xi(\psi) \cdot \xi'(\psi)}{\eta'(\psi)}. \quad (9.64)$$

În condiția (9.64), cu  $\eta'(\psi)$ ,  $\xi'(\psi)$  s-au notat derivatele parțiale în raport cu parametrul variabil, generic,  $\psi$ .

Din ecuația ce descrie mișcarea relativă a sistemelor de referință  $X_1Y_1Z_1$  și  $\xi\eta\zeta$

(9.65)

$$X_1 = \omega_3(-\varphi_1) \cdot \left[ \xi + \begin{vmatrix} Rr_1 \\ -Rr_1 \cdot \varphi_1 \\ 0 \end{vmatrix} \right] \quad (9.66)$$

rezultă:

$$\begin{cases} X_1 = R_0 \cdot \cos(\psi + \varphi_1) + (Rr_1 - c_0) \cdot \cos \varphi_1 + Rr_1 \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_1; \\ Y_1 = -R_0 \cdot \sin(\psi + \varphi_1) - (Rr_1 - c_0) \cdot \sin \varphi_1 + Rr_1 \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1; \\ Z_1 = 0. \end{cases} \quad (9.67)$$

Ecuțiile (9.67) reprezintă familia de curbe  $(\Sigma_{AB})_{\varphi_1}$ , generată de arcul de cerc  $\widehat{AB}$ , în sistemul de coordonate al melcului conducător,  $X_1Y_1Z_1$ . Profilul melcului conducător se obține din condiția ca acesta să fie în înfășurare cu profilul cremalierii de referință.

Substituind în (9.66), se obține condiția de înfășurare specifică,

$$\varphi_1 = -\frac{c_0}{Rr_1} \operatorname{tg}\psi. \quad (9.68)$$

Ansamblul de ecuații (9.67) și (9.68) reprezintă profilul melcului conducător în secțiune transversală, corespunzător arcului de cerc  $\widehat{AB}$  al cremalierii.

• *Segmentul de dreaptă  $\overline{BC}$*

Similar, cu cele de mai sus pentru segmentul de dreaptă BC, vezi (9.27), rezultă familia de profiluri:

$$\begin{cases} X_1 = -u \cdot \cos(\beta - \varphi_1) + (Rr_1 + \xi_B) \cdot \cos \varphi_1 - (-Rr_1 \cdot \varphi_1 + \eta_B) \cdot \sin \varphi_1; \\ Y_1 = u \cdot \sin(\beta - \varphi_1) + (Rr_1 + \xi_B) \cdot \sin \varphi_1 + (-Rr_1 \cdot \varphi_1 + \eta_B) \cdot \cos \varphi_1; \\ Z_1 = 0, \end{cases} \quad (9.69)$$

căreia i se asociază condiția de înfășurare

$$\lambda = -\frac{u}{\cos \psi_{\max}} + \xi_B \cdot \operatorname{tg} \psi_{\max} - \eta_B \quad (9.70)$$

sau, sub forma

$$\varphi_1 = \frac{-\frac{u}{\cos \psi_{\max}} + \xi_B \cdot \operatorname{tg} \psi_{\max} - \eta_B}{Rr_1}. \quad (9.71)$$

Profilul melcului conducător în secțiunea transversală este dat de ansamblul ecuațiilor (9.69) și (9.71), corespunzător segmentului  $\overline{BC}$  al cremalierii.

• *Arcul de racordare  $\widehat{CD}$ , de rază  $r_0$*

Familia de profiluri:

$$\begin{cases} X_1 = -r_0 \cdot \cos(v + \varphi_1) + (Rr_1 + \xi_{0_1}) \cdot \cos \varphi_1 + (Rr_1 \cdot \varphi_1 + \eta_{0_1}) \cdot \sin \varphi_1; \\ Y_1 = r_0 \cdot \sin(v + \varphi_1) - (Rr_1 + \xi_{0_1}) \cdot \sin \varphi_1 + (Rr_1 \cdot \varphi_1 + \eta_{0_1}) \cdot \cos \varphi_1; \\ Z_1 = 0; \end{cases} \quad (9.72)$$

împreună cu condiția de înfășurare

$$\varphi_1 = \frac{\xi_{0_1} \cdot \operatorname{tg} v + \eta_{0_1}}{Rr_1}, \quad (9.73)$$

(cu  $v$  și  $\varphi_1$  - variabile);  $v_{1\max} = \frac{\pi}{2} - \beta_1$ , vezi și figura 9. 16.

Profilul melcului conducător, în secțiunea transversală, este dat de ansamblul ecuațiilor (9.71) și (9.72).

• *Arc de cerc,  $\widehat{EF}$ .*

Familia de profiluri:



$$\begin{cases} X_1 = -r_0 \cdot \cos(-v_1 + \varphi_1) + (Rr_1 + \xi_{0_2}) \cdot \cos \varphi_1 + (Rr_1 \cdot \varphi_1 - \eta_{0_2} + L_p) \cdot \sin \varphi_1; \\ Y_1 = r_0 \cdot \sin(-v_1 + \varphi_1) - (Rr_1 + \xi_{0_2}) \cdot \sin \varphi_1 + (Rr_1 \cdot \varphi_1 - \eta_{0_2} + L_p) \cdot \cos \varphi_1; \\ Z_1 = 0, \end{cases} \quad (9.74)$$

și condiția specifică de înfășurare

$$\varphi_1 = \frac{\xi_{0_2} \cdot \operatorname{tg} v_1 + \eta_{0_2}}{Rr_1}, \text{ cu } v_1 \text{ și } \varphi_1 - \text{variabile.} \quad (9.75)$$

Profilul melcului conducător din secțiunea transversală este dat de ansamblul ecuațiilor (9.74) și (9.75), pentru limitele de variație ale parametrului  $v_1$ ,  $0 \leq v_1 \leq (\pi/2 - \beta)$ .

• Segmentul de dreaptă  $\overline{FG}$ .

Familia de profiluri generată de segmentul de dreaptă  $\overline{FG}$ :

$$\begin{cases} X_1 = u_1 \cdot \cos(\varphi_1 + \beta_1) + (Rr_1 + \xi_F) \cdot \cos \varphi_1 + (Rr_1 \cdot \varphi_1 + \eta_F) \cdot \sin \varphi_1; \\ Y_1 = -u_1 \cdot \sin(\varphi_1 + \beta_1) - (Rr_1 + \xi_F) \cdot \sin \varphi_1 + (Rr_1 \cdot \varphi_1 + \eta_F) \cdot \cos \varphi_1; \\ Z_1 = 0, \end{cases} \quad (9.76)$$

împreună cu (9.77)- condiția specifică de înfășurare,

$$\varphi_1 = \frac{-\frac{u_1}{\sin \beta_1} + \xi_F \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 + \eta_F}{Rr_1}, \quad (9.77)$$

determină profilul melcului conducător, în secțiunea transversală.

• Curbele  $\widehat{AH}$  și  $\widehat{HG}$

Pentru forma polinoamelor Bézier:

$$\widehat{AH} \begin{cases} \xi(\lambda_1) = \lambda_1^2 A_1 + 2(1-\lambda_1)\lambda_1 B_1 + (1-\lambda_1)^2 C_1; \\ \eta(\lambda_1) = \lambda_1^2 A_2 + 2(1-\lambda_1)\lambda_1 B_2 + (1-\lambda_1)^2 C_2; \end{cases} \quad (9.78)$$

$$\widehat{GH} \begin{cases} \xi(\lambda_2) = \lambda_2^2 D_1 + 2(1-\lambda_2)\lambda_2 E_1 + (1-\lambda_2)^2 F_1; \\ \eta(\lambda_2) = \lambda_2^2 D_2 + 2(1-\lambda_2)\lambda_2 E_2 + (1-\lambda_2)^2 F_2, \end{cases}$$

se determină forma principală a familiei de profiluri descrise în sistemul de referință al rotorului conducător:

$$\begin{cases} X_1 = (\xi(\lambda_{1,2}) - Rr_1) \cdot \cos \varphi_1 + (\eta(\lambda_{1,2}) + Rr_1 \cdot \varphi_1) \cdot \sin \varphi_1; \\ Y_1 = -(\xi(\lambda_{1,2}) - Rr_1) \cdot \sin \varphi_1 + (\eta(\lambda_{1,2}) + Rr_1 \cdot \varphi_1) \cdot \cos \varphi_1; \\ Z_2 = 0, \end{cases} \quad (9.79)$$

cu  $\varphi_1$  și  $\lambda_1, \lambda_2$  - variabile independente.

Principal, profilul melcului conducător în secțiune transversală este dat de ansamblul ecuațiilor (9.67), (55) și condiția de înfășurare specifică, scrisă în baza teoremei traiectoriilor plane de înfășurare,

$$\frac{X'_{1\lambda}}{X'_{1\varphi_2}} = \frac{Y'_{1\lambda}}{Y'_{1\varphi_2}}, \quad (\lambda = \lambda_{1,2}). \quad (9.80)$$

Termenii din (9.80) sunt derivatele parțiale ale familiei (9.79).

### SUPRAFETELE ELICOIDALE PERIFERICE ALE ROTOARELOR

Suprafețele elicoidale ale rotoarelor melcilor de compresor, condus și conducător, sunt suprafețe elicoidale cilindrice de pas constant, de sensuri diferite.

Ca urmare, determinarea formelor analitice ale flancurilor melcilor se realizează prin imprimarea unei mișcări elicoidale a secțiunii transversale a melcului în jurul axei de rotație a acestuia – axa axoidei asociată suprafeței elicoidale,

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{pmatrix} = \omega_3^T(\theta_1) \cdot \begin{pmatrix} X_1(u) \\ Y_1(u) \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ p \cdot \theta_1 \end{pmatrix}, \quad (9.81)$$

melc dreapta, cu  $X_1(u)$ ,  $Y_1(u)$ , generic, forma ecuațiilor secțiunii transversale a melcului (vezi (9.67)...(9.79)).

După dezvoltări, rezultă forma :

$$\begin{cases} X_1 = X_1(u) \cdot \cos\theta_1 - Y_1(u) \cdot \sin\theta_1; \\ Y_1 = X_1(u) \cdot \sin\theta_1 + Y_1(u) \cdot \cos\theta_1; \\ Z_1 = p_1 \cdot \theta_1, \end{cases} \quad (9.82)$$

cu  $p_1$  – parametrul elicoidal (melc dreapta).

#### • *Suprafețele elicoidale ale lobilor melcului conducător*

Din (9.57), pentru profilurile secțiunii frontale ale melcului conducător (9.67) ... (9.79) rezultă:

#### • *Pentru Arcul $\widehat{AB}$ :*

$$\begin{cases} X_1 = R_0 \cdot \cos(\psi + \varphi_1 - \theta_1) + (Rr_1 - c_0) \cdot \cos(\varphi_1 - \theta_1) + Rr_1 \cdot \varphi_1 \cdot \sin(\varphi_1 - \theta_1); \\ Y_1 = R_0 \cdot \sin(\psi + \varphi_1 - \theta_1) + (Rr_1 - c_0) \cdot \sin(\varphi_1 - \theta_1) + Rr_1 \cdot \varphi_1 \cdot \cos(\varphi_1 - \theta_1); \\ Z_1 = p_1 \cdot \theta_1; \\ \varphi_1 = -\frac{c_0 \cdot \operatorname{tg}\psi}{Rr_1}. \end{cases} \quad (9.83)$$

Sistemul de ecuații (9.83) reprezintă suprafața elicoidală periferică generată de arcul  $\widehat{AB}$ , pentru lobul conducător, cu  $\varphi_1$  și  $\theta_1$  parametrii unghiulari variabili.

#### • *Suprafața elicoidală corespunzătoare segmentului de dreaptă $\overline{BC}$*

Profilul melcului conducător, corespunzător segmentului de dreaptă  $\overline{BC}$ , conduce la suprafața elicoidală de ecuații:

$$\begin{cases} X_1 = u \cdot \sin(\varphi_1 - \psi_{\max} - \theta_1) + (Rr_1 + \xi_B) \cdot \cos(\varphi_1 - \theta_1) + (Rr_1 \cdot \varphi_1 + \eta_B) \cdot \sin(\varphi_1 - \theta_1); \\ Y_1 = u \cdot \cos(\varphi_1 - \psi_{\max} - \theta_1) - (Rr_1 + \xi_B) \cdot \sin(\varphi_1 - \theta_1) + (Rr_1 \cdot \varphi_1 + \eta_B) \cdot \cos(\varphi_1 - \theta_1); \\ Z_1 = p_1 \cdot \theta_1; \\ \varphi_1 = \frac{-\frac{u}{\cos\psi} + \xi_B \cdot \operatorname{tg}\psi_{\max} - \eta_B}{Rr_1}. \end{cases} \quad (9.84)$$

( $\varphi_1$  - condiția de înfășurare, parametrii variabili -  $u, \varphi_1, \theta_1$ )

• **Suprafața elicoidală corespunzătoare arcului  $\widehat{CD}$ :**

$$\begin{cases} X_1 = -r_0 \cdot \cos(v + \varphi_1 - \theta_1) + (Rr_1 + \xi_{0_1}) \cdot \cos(\varphi_1 - \theta_1) - (Rr_1 \cdot \varphi_1 + \eta_{0_1}) \cdot \sin(\varphi_1 - \theta_1); \\ Y_1 = r_0 \cdot \sin(v + \varphi_1 - \theta_1) - (Rr_1 + \xi_{0_1}) \cdot \sin(\varphi_1 - \theta_1) + (Rr_1 \cdot \varphi_1 + \eta_{0_1}) \cdot \cos(\varphi_1 - \theta_1); \\ Z_1 = p_1 \cdot \theta_1; \\ \varphi_1 = \frac{-\xi_{0_1} \cdot \operatorname{tg}v + \eta_{0_1}}{Rr_1}, \end{cases} \quad (9.85)$$

(condiția de înfășurare, cu parametrii variabili -  $v, \varphi_1, \theta_1$ ).

• **Suprafața elicoidală generată de arcul  $\widehat{EF}$ :**

$$\begin{cases} X_1 = -r_0 \cdot \cos(-v_1 + \varphi_1 - \theta_1) + (Rr_1 + \xi_{0_2}) \cdot \cos(\varphi_1 - \theta_1) - (Rr_1 \cdot \varphi_1 - \eta_{0_2}) \cdot \sin(\varphi_1 - \theta_1); \\ Y_1 = r_0 \cdot \sin(-v_1 + \varphi_1 - \theta_1) - (Rr_1 + \xi_{0_2}) \cdot \sin(\varphi_1 - \theta_1) + (Rr_1 \cdot \varphi_1 - \eta_{0_2}) \cdot \cos(\varphi_1 - \theta_1); \\ Z_1 = p_1 \cdot \theta_1; \\ \varphi_1 = \frac{\xi_{0_2} \cdot \operatorname{tg}v_1 + \eta_{0_2}}{Rr_1}. \end{cases} \quad (9.86)$$

(variabile -  $v_1, \theta_1, \varphi_1$ ).

• **Suprafața elicoidală generată de segmentului de dreaptă  $\overline{FG}$ :**

$$\begin{cases} X_1 = u_1 \cdot \cos(\varphi_1 + \beta_1 - \theta_1) + (Rr_1 + \xi_F) \cdot \cos(\varphi_1 - \theta_1) + (Rr_1 \cdot \varphi_1 + \eta_F) \cdot \sin(\varphi_1 - \theta_1); \\ Y_1 = -u_1 \cdot \sin(\varphi_1 + \beta_1 - \theta_1) - (Rr_1 + \xi_F) \cdot \sin(\varphi_1 - \theta_1) + (Rr_1 \cdot \varphi_1 + \eta_F) \cdot \cos(\varphi_1 - \theta_1); \\ Z_1 = p_1 \cdot \theta_1; \\ \varphi_1 = \frac{-\frac{u_1}{\sin\beta_1} + \xi_F \cdot \operatorname{ctg}\beta_1 + \eta_F}{Rr_1}. \end{cases} \quad (9.87)$$

(variabile -  $u_1, \varphi_1, \theta_1$ )

• **Suprafața elicoidală generată de curbele Bezier,  $\widehat{AH}$  și  $\widehat{HG}$ :**

Principial, suprafețele elicoidale corespunzătoare, au ecuații de forma:

$$\begin{cases} X_1 = (\xi(\lambda) + Rr_1) \cdot \cos(\varphi_1 - \theta_1) + (\eta(\lambda) + Rr_1 \cdot \varphi_1) \cdot \sin(\varphi_1 - \theta_1); \\ Y_1 = -(\xi(\lambda) + Rr_1) \cdot \sin(\varphi_1 - \theta_1) + (\eta(\lambda) + Rr_1 \cdot \varphi_1) \cdot \cos(\varphi_1 - \theta_1); \\ Z_1 = p_1 \cdot \theta_1; \\ \varphi_1 = \varphi_1(\lambda). \end{cases} \quad (9.88)$$

$\varphi_1$  - condiția de înfășurare, vezi (9.65), cu  $\lambda$  generic și variabilele ( $\lambda_1, \lambda_2, \varphi_1, \theta_1$ ).

## 9.2. Elaborarea de produse soft specifice

”

### 9.2.1. Produse soft pentru profilarea sculei cremalieră

Profilarea sculelor care generează prin înfășurare prin metoda rulării – scula cremalieră și scula roată – poate fi realizată, așa cum este cunoscut, prin mai multe metode:

- ◆ metode analitice, în baza teoremelor fundamentale ale înfășurării suprafețelor, *teorema I Olivier, teorema Gohman, metoda normalelor, Willis*;
- ◆ metode analitice complementare, – *metoda „distanței minime”, metoda „familiei de cercuri substitutive”, metoda „traiectoriilor plane de generare”*;
- ◆ metode grafo-analitice;
- ◆ metode grafice, utilizând facilitățile produselor soft de tip CAD,

Facem cuvenita mențiune că multitudinea de metode, propuse și utilizate pentru studiul suprafețelor (profilurilor) reciproc înfășurătoare, respectă, evident, teorema fundamentală a înfășurării. Soluțiile propuse, prin utilizarea acestor metode, conduc la rezultate foarte apropiate, în cele mai multe cazuri identice, ale formei profilurilor transversale ale sculelor, care generează prin înfășurare vârtejuri ordonate de profiluri asociate unui cuplu de centroide în rulare.

#### Metoda cinematică în mediul grafic de proiectare CATIA

Se propune o nouă soluție a problemei profilării sculei cremalieră reciproc înfășurătoare a unui vârtej ordonat de profiluri (suprafețe) asociat unui cuplu de centroide în rulare, făcând apel la facilitățile oferite de produsul soft CATIA, prin realizarea unei entități cinematice care să reproducă mișcarea de rulare a centroidelor:  $C_1$  – cerc de rază  $R_{rp}$ , asociat vârtejurii de profiluri de generat;  $C_2$  – dreaptă, asociată spațiului viitoare scule cremalieră.

Soluția cinematică grafică în mediul de proiectare CATIA, a fost imaginată ca un mecanism virtual de generare a traiectoriilor unor puncte în raport cu diferite sisteme de referință ale elementelor componente.

Rezolvarea propusă se bazează pe facilitățile mediului *Part (Part Environment)*, în care se sintetizează elementele unui mecanism virtual capabil a simula condiția de înfășurare, în acest caz, condiția normalelor. Aceste elemente, create în mediul *Part*, sunt introduse într-un fișier al mediului *Assembly*, asigurându-se poziționarea elementelor mecanismului în poziția de start, urmând ca, în mediul *DMU Kinematics (Digital Mock Up)*, să se definească cuplurile cinematice predefinite.

Rularea mecanismului se realizează prin comanda de simulare *Simulation*, stabilindu-se numărul de poziții intermediare *Shots*, creându-se cu comanda *Replay* un film al pozițiilor succesive ale mecanismului.

Prin comanda *Trace*, se trasează traectoria oricărui punct de pe un element al mecanismului, în raport cu oricare alt element al acestuia, inclusiv față de sistemul de referință fix, determinându-se astfel linia de angrenare între profilul de generat și profilul sculei cremalieră.

Aceste traectorii reprezintă curbe de tip *Spline*, construite prin punctele succesive obținute din rularea mecanismului. Coordonatele acestor puncte se pot extrage sub forma unui fișier text sau orice program de prelucrat foi de calcul, precum *OpenOffice*, figura 9. 18.

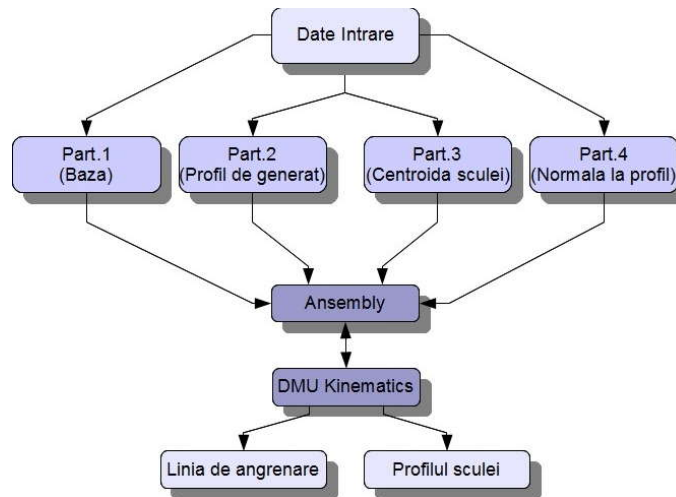


Figura 9. 18. Algoritm de generare în mediul grafic de proiectare CATIA

Soluția propusă are avantajul că utilizează facilitățile unui produs soft deosebit de versatil, care poate oferi o deosebită rigurozitate a rezultatelor numerice.

Totodată, fiind o metodă grafică, erorile grosolane, datorate în primul rând formării curbelor de trecere, ce pot fi considerate eronat porțiuni ale profilului, sunt ușor de sesizat și, ulterior, de eliminat din analiză.

Se consideră trei tipuri de profiluri ale pieselor, pentru care se proiectează tot atâtea tipuri de mecanisme virtuale de generare în mediul CATIA (M.G.M.C.) diferite. Aceste mecanisme sunt trecute în tabelul 9. 6.

Prin combinarea tuturor acestor tipuri de mecanisme se pot studia profiluri compuse și complexe, după cum se va observa în continuare. Pentru cazul general al oricărui profil mecanismul este alcătuit din elementele următoare:

- ◆ Bază;
- ◆ Piesă;
- ◆ Tachet;
- ◆ Sculă.

Tabelul 9. 6. Tipuri de M.G.M.C.

Tip M.G.M.C.	Tip profil piesă
M.G.M.C. pentru segment de dreaptă	Profiluri formate din segmente rectilinii
M.G.M.C. pentru arc de cerc	Profiluri formate din arce de cerc, tangente sau nu în punctele de contact
M.G.M.C. pentru curbă de tip Spline	Profiluri formate din curbe, date prin puncte sau cunoscute prin ecuații (evolvente, cicloide, etc.)

### Metoda analitică

Principial, problematica determinării profilului sculei cremalieră reciproc înfășurătoare unui vârtej ordonat de profiluri, asociat unei centroide circulare, presupune respectarea cinematicii procesului generării, figura 9. 19.

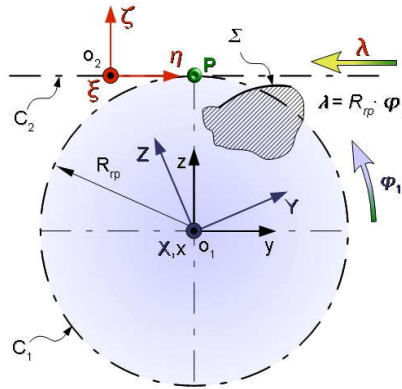


Figura 9. 19. Cuplul de centroide în rulare; Cinematica generării

Cele două centroide în rulare –  $C_1$ , asociată vârtejului ordonat de profiluri (suprafețe) de generat și  $C_2$  – rectilinie, asociată spațiului sculei cremalieră, se află în mișcare de rulare astfel încât este, în permanență, respectată condiția

$$\lambda = R_{rp} \cdot \varphi_1 \quad (9.89)$$

în care:

$\lambda$  este viteza liniară în mișcarea de translație a centroidei  $C_2$ ;

$R_{rp} \cdot \varphi_1$  mărimea vitezei în punctul  $O_1$  – polul angrenării, de pe centroida  $C_1$ , aflată în mișcare de rotație în jurul axei  $z$ ;

$\varphi_1$  parametru unghiular variabil.

În mișcarea de rotație a centroidei  $C_1$ , în mod curent, mișcările de translație în lungul centroidei  $C_2$  și rotația în jurul axei  $Z$ , sunt uniforme.

Se definesc sistemele de referință:

$xxy$  este sistemul de referință fix, având axa  $x$  suprapusă axei de rotație a centroidei a centroidei  $C_1$ ;

$XYZ, \xi\eta\zeta$ - sisteme de referință mobile.

Cinematica principală a procesului de rulare a celor două centroide,  $C_1$  și  $C_2$ , tangente în punctul  $O_1$  – polul angrenării – presupune ca vitezele punctelor aparținând celor două centroide, vremelnic aflate în punctul  $O_1$ , să fie egale.

Astfel, mișcarea absolută a sistemului  $\xi\eta\zeta$ , solidar centroidei  $C_2$ , este descrisă de transformarea,

$$x = \xi + a \quad (9.90)$$

în care:

$$\xi = \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix}; x = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (9.91)$$

reprezintă matricea punctului curent din spațiul  $\xi\eta\zeta$ , respectiv  $xyz$ ;

$$a = \begin{pmatrix} 0 \\ -\lambda \\ -R_{rp} \end{pmatrix} \quad (9.92)$$

este matricea formată cu coordonatele punctului  $O_1$ , în sistemul de referință fix;

$\lambda$ - viteza instantanee în mișcarea de translație a centroidei  $C_1$ ;

$R_{rp}$  - mărimea razei centroidei circulare  $C_1$  (raza de rulare).

De asemenea, mișcarea de rotație a centroidei  $C_1$  este descrisă de transformarea:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \omega_1^T(\varphi_1) \cdot \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad (9.93)$$

în care:  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$  este matricea punctului curent al spațiului XYZ;

$$\omega_1(\varphi_1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi_1) & \sin(\varphi_1) \\ 0 & -\sin(\varphi_1) & \cos(\varphi_1) \end{pmatrix} \quad (9.94)$$

este matricea transformării de rotație, în jurul axei X, de unghi  $\varphi_1$  (rotație în sens trigonometric).

Ansamblul de ecuații (9.90) și (9.93), cu respectarea condiției de rulare (9.89), determină mișcarea relativă,

$$\begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\varphi_1) & \sin(\varphi_1) \\ 0 & -\sin(\varphi_1) & \cos(\varphi_1) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ -\lambda \\ -R_{rp} \end{pmatrix} \quad (9.95)$$

în decursul căreia profilul  $\Sigma$ , aparținând vârtejului ordonat de profiluri, asociat centroidei  $C_1$ , în forma,

$$\Sigma = \begin{pmatrix} 0 \\ Y(u) \\ Z(u) \end{pmatrix} \quad (9.96)$$

cu  $u$  – parametru variabil, descrie o familie de profiluri în spațiul cremalierii,

$$\left. \begin{aligned} \xi(u, \varphi_1) &= 0; \\ \eta(u, \varphi_1) &= Y(u)\cos(\varphi_1) - Z(u)\sin(\varphi_1) + R_{rp} \cdot \varphi_1; \\ \zeta(u, \varphi_1) &= Y(u)\sin(\varphi_1) + Z(u)\cos(\varphi_1) - R_{rp}. \end{aligned} \right\} \quad (9.97)$$

Se asociază familiei de profiluri (9.97) o condiție de înfășurare definită în formă analitică, în baza uneia dintre teoremele fundamentale sau metodelor complementare.

Dacă se acceptă condiția specifică metodei traiectoriilor plane de generare, în forma

$$\eta'_u \cdot \xi'_{\varphi_1} - \eta'_{\varphi_1} \cdot \xi'_u = 0 \quad (9.98)$$

în care  $\eta'_u, \xi'_{\varphi_1}, \eta'_{\varphi_1}, \xi'_u$  reprezintă derivatele parțiale, calculate din (9.97), atunci, ansamblul de ecuații (9.97) și (9.98) reprezintă profilul sculei cremalieră.

Pentru  $\varphi_1 = const.$ , se determină, la un moment dat, coordonatele punctului de contact între scula cremalieră și semifabricat, în sistemul de referință al sculei.

Deoarece condiția (9.98) reprezintă, principal, o legătură între parametrii  $u$  și  $\varphi_1$ ,

$$u = u(\varphi_1) \quad (9.99)$$

atunci, familia de profiluri (9.97) se transformă în forma:

$$\Sigma_{(\varphi_1)} \left\{ \begin{aligned} \xi &= 0; \\ \eta &= \eta(\varphi_1); \\ \zeta &= \zeta(\varphi_1), \end{aligned} \right. \quad (9.100)$$

reprezentând profilul sculei cremalieră.

Se propune, în scopul validării metodei CAD, așa cum a fost concepută aceasta, realizarea unei comparații, pentru diferite exemple de aplicare, pentru profiluri simple:

segment de dreaptă, arc de cerc, profil evolventic ale semifabricatului, și forma (numerică) a profilului cremalierii generatoare.

### Generarea profilurilor rectilinii (arbori poligonali)

Pentru a obține profilul sculei pentru o varietate de arbori poligonali, se procedează în două etape. Prima etapă este alegerea lungimii laturii și a diametrului cercului de rulare, ca date de intrare.

Acest lucru se poate face introducând într-un fișier text sau *Excel* valorile, urmând ca, în programul *CATIA*, să se modifice automat întregul mecanism, după noile valori introduse. Tot în aceasta prima etapă are loc și crearea mecanismului, rularea acestuia și obținerea profilului sculei.

Exportul coordonatelor punctelor de pe profil se face fie în format text fie în format excel.

A doua etapă constă în refacerea parțială a cuplelor mecanismului, rularea acestuia pentru a obține noul profil al sculei, pentru valorile modificate anterior, și exportul într-un nou fișier a punctelor de pe profil.

În figura 9. 20, este prezentat un arbore poligonal și sistemele de referință față de care este raportat.

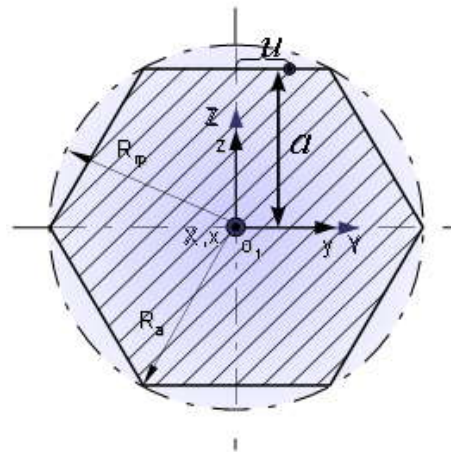


Figura 9. 20. Secțiunea transversală a arborelui hexagonal

### M.G.M.C. pentru segment de dreaptă

Mecanismul virtual specific acestui caz (profil reprezentat de un segment de dreaptă) este prezentat în figura 9. 21.



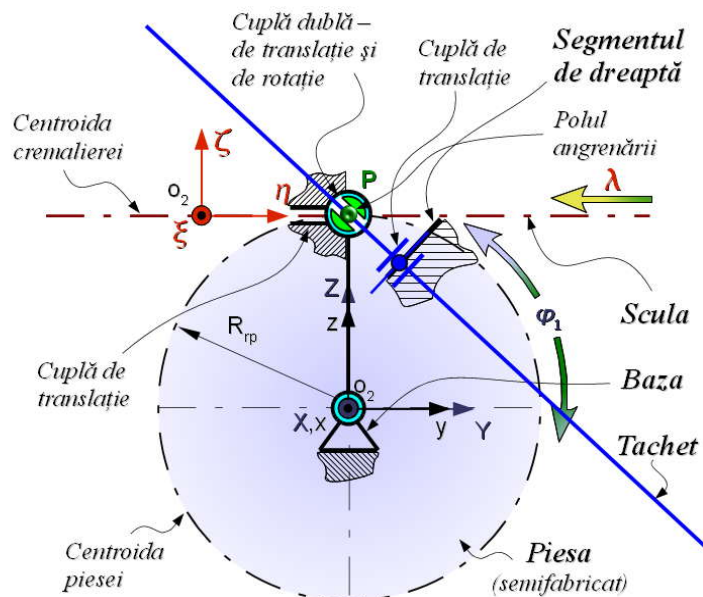


Figura 9. 21. M.G.M.C. pentru segment de dreaptă și scula cremalieră

Elementul *Scula* este o dreaptă, ce reprezintă centroida asociată cremalierii, și care rulează fără alunecare cu cercul reprezentând centroida piesei.

Elementul *Baza* este elementul fix ce permite, prin cuplele de rotație din origine și cea din polul angrenării, rotația piesei și respectiv rotația tachetului. Elementul *Tachet* are o legătură cu *Baza* și alta cu *Piesa*, care este și cea specifică pentru profilul segment de dreaptă. Această cuplă este cea de translație (de tip prismatic) a elementului cremalieră în lungul unui ghidaj al elementului fix, *Baza*.

În figura 9. 22, este reprezentat fișierul de tip *Ansembly* cu M.G.M.C. specific, aplicat pentru arborele hexagonal, care prin comanda *Simulation* realizează rularea celor două centroide, a semifabricatului și a sculei cremalieră.

Tabelul 9. 7. Cuplele folosite în mediul DMU Kinematics

Nr. Crt.	Tip cuplă (Joint)	Elementele mecanismului	
1	Fixă (Fix)	Baza	-
2	De rotație (Revolute)	Axa (Baza)	Axa (Piesa)
3	De Translație (Prismatic)	Ghidaj Cremaliera (Baza)	Dreapta de rulare (Cremaliera)
4	Cremaliera (Rack = Prismatic + Revolute)	GhidajDreaptaRulare, AxaArbore și Plan YZ (Baza)	DreaptaRulare, AxaArbore și Plan YZ (Cremaliera)
5	De Translație (Prismatic)	Tangenta (Tachet)	Latura profilului L (Piesa)
6	Punct pe curba (PointCurve)	PolulAngrenarii (Baza)	Normala (Tachet)
7	Punct pe curba (PointCurve)	PunctContact (Tachet)	Latura profilului L (Piesa)

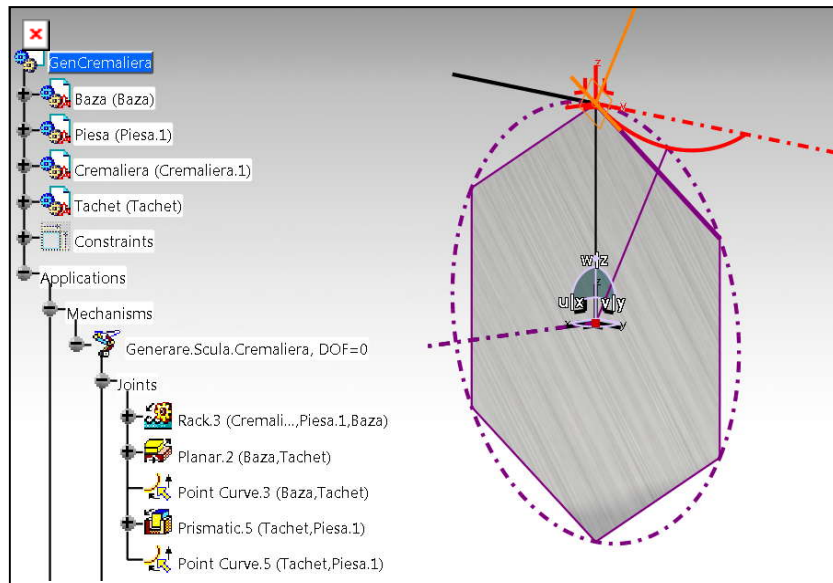


Figura 9. 22. Fișierul de tip Assembly cu cuplele cinematice și profilul sculei

### Rularea mecanismului – aflarea profilului sculei

În figura 9. 23, pentru un număr de 500 de poziții intermediare, este trasat profilul sculei cremalieră, pentru arborele hexagonal cu latura de 50 mm (raza de rulare,  $R_{rp}=50$  mm).

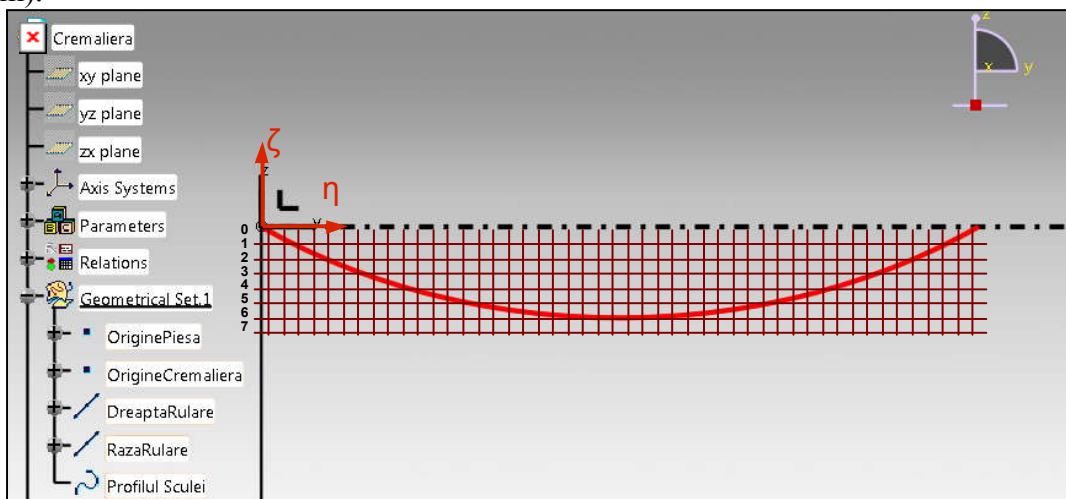


Figura 9. 23. Profilul Sculei în sistemul de axe al cremalierii  $\xi\eta\zeta$

Profilul sculei este obținut prin lansarea comenzii *Trace* și alegerea ca element de trasare a profilului punctul *PunctContact*, de pe *Tachet*, ce va trasa, în sistemul de referință al cremalierii, profilul sculei, care este salvat automat într-un alt fișier denumit *SculaHexagon.part* și introdus, apoi, în fișierul ansamblu.

Acest profil este o curbă de tip *Spline* ce trece prin 500 puncte și care va face parte din fișierul *Cremaliera*, sau va fi rigidizată de acesta cu ajutorul cuplei *Rigid*.

### Generarea profilurilor în arc de cerc (roata de lanț)

Profilarea sculei cremalieră pentru un profil compus din arce de cerc, cum este cazul roții de lanț, figura 9. 24, impune crearea în mediul *DMU Kinematics* a unui mecanism virtual specific pentru generarea prin înfășurare a unui arc de cerc, vezi figura 9. 25.

Pentru determinarea profilului sculei, care generează flancul unui dinte al unei roți de lanț, se procedează în același mod ca și în cazurile anterior prezentate. Fișierul denumit *Piesa* va conține două schițe cu profilurile flancului, schițe reprezentate de două arce de cerc, tangente între ele, figura 9. 25.

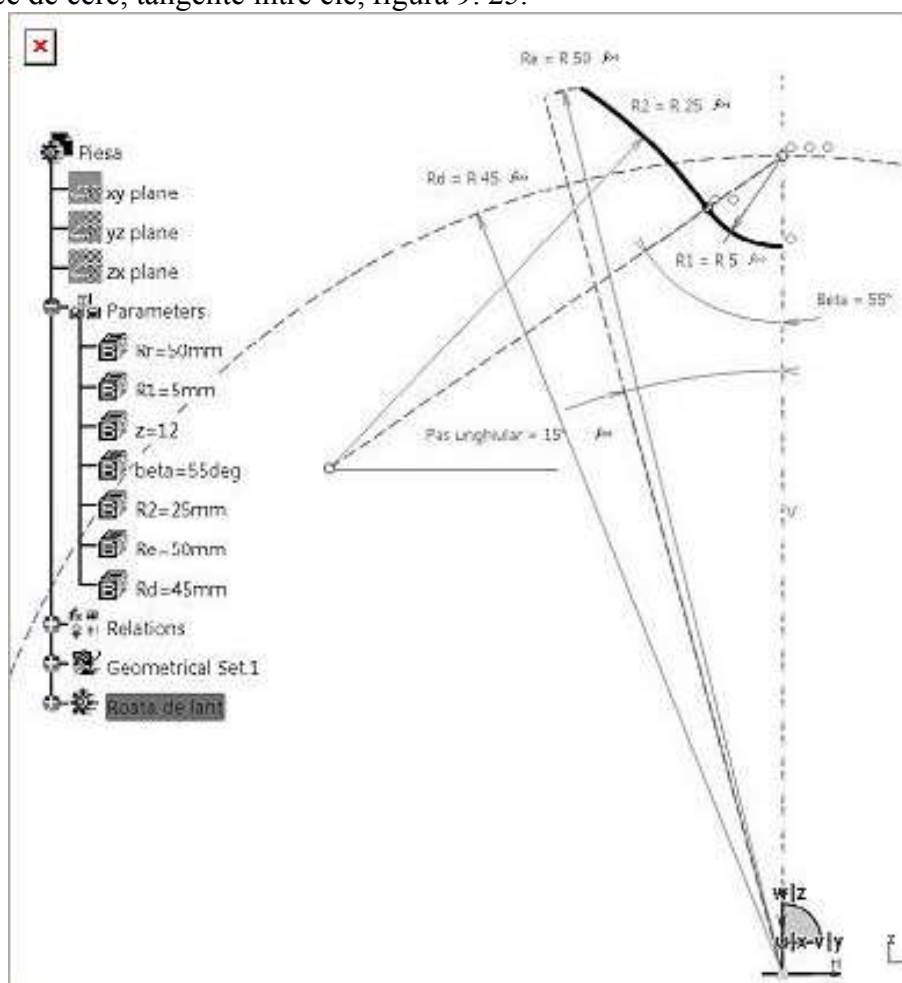


Figura 9. 24. Geometria profilului unui flanc al dintelui roții de lanț

## Mecanism virtual pentru generare în mediul CATIA a arcelor de cerc

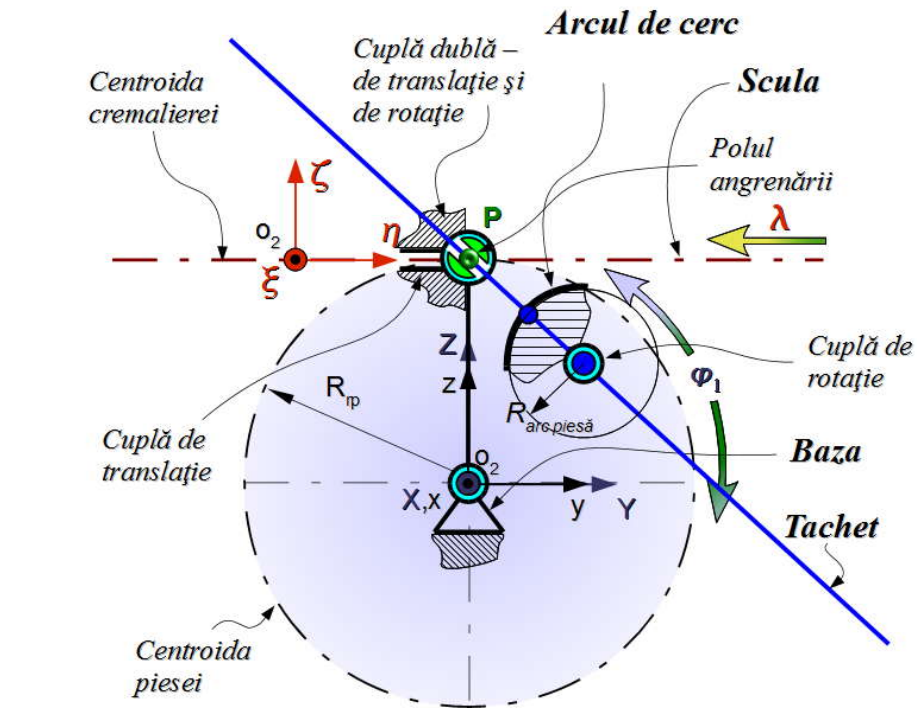


Figura 9. 25. M.G.M.C. pentru un arc de cerc

Particularitatea, față de mecanismul virtual pentru generare în mediul CATIA (M.G.M.C., pentru segmente de dreaptă), constă în faptul că este înlocuită cupla de translație dintre *Tachet* și *Piesa* (profil) cu o cuplă de rotație în jurul unei axe, care trece prin centrul arcului reprezentând profilul.

Celelalte elemente și comenzi rămân neschimbate.

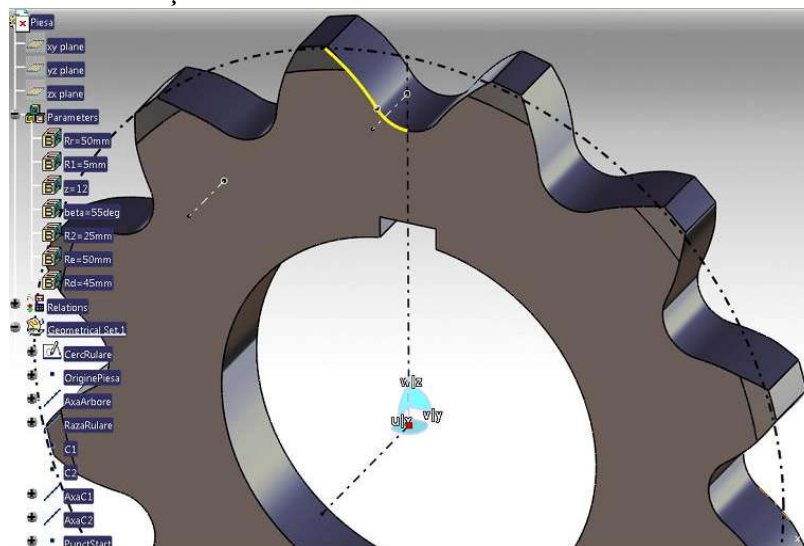


Figura 9. 26. Roata de lanț – ansamblu – fișierul Piesa

După crearea fișierului *Piesa* se trece în mediul de lucru *DMU Kinematics* pentru a crea cuplele mecanismului specifice profilurilor curbe. În acest, scop se înlocuiește cupla *Prismatic* de la profilurile rectilinii, cu cuplele *Revolute* pentru axele din centrele arcelor de cerc ce reprezintă profilul.

Acest tip de cuplă permite rotirea elementului *Tachet*, prin intermediul axelor din centrele arcelor de cerc (*AxaC1* și *AxaC2*), în jurul axelor similare din fișierul *Piesa*, în

timp ce cupla *PointCurve*, dintre *PunctContact*, din fișierul *Tachet*, și *ProfilPiesă*, din fișierul *Piesa*, rămâne ca element conducător.

În mediul DMU Kinematics, se vor realiza două mecanisme, vezi figura 9. 27, pentru fiecare arc de cerc al profilului compus al roții de lanț, vezi și tabelul 9. 8.

Tabelul 9. 8. Cuplele cinematice pentru profilul unei roți de lanț

Nr. Crt.	Tip cuplă (Joint)	Elementele mecanismului	
1	Rigidă (Fix)	Baza	-
2	De rotație (Revolute)	Axa (Baza)	Axa (Piesa)
3	De Translație (Prismatic)	Ghidaj Cremaliera (Baza)	Dreapta de rulare (Cremaliera)
4	Rostogolire fără alunecare (RollCurve)	Cerc de rulare (Piesa)	Cerc de rulare (Cremalieră)
5	De rotație (Revolute)	AxaC1 și AxaC2 (Baza)	AxaC1 și AxaC2 (Piesa)
6	Punct pe curba (PointCurve)	PolulAngrenarii (Baza)	Normala (Tachet)
7	Punct pe curba (PointCurve)	PunctContact (Tachet)	Latura profilului L (Piesa)

După crearea mecanismelor, a simularilor și după înregistrarea cinematicii acestora, cu comanda *Trace* se trasează pe rând, profilul sculei.

În figura 9. 27 și tabelul 9. 9, este prezentat profilul sculei cremalieră și coordonatele acestuia, pentru roata de lanț având caracteristicile:  $R_t=R_e=55\text{mm}$ ;  $z=12$  dinți;  $R_2=25\text{mm}$ ;  $R_1=5\text{mm}$ ;  $\beta=55^\circ$  și  $R_d=45\text{mm}$ .

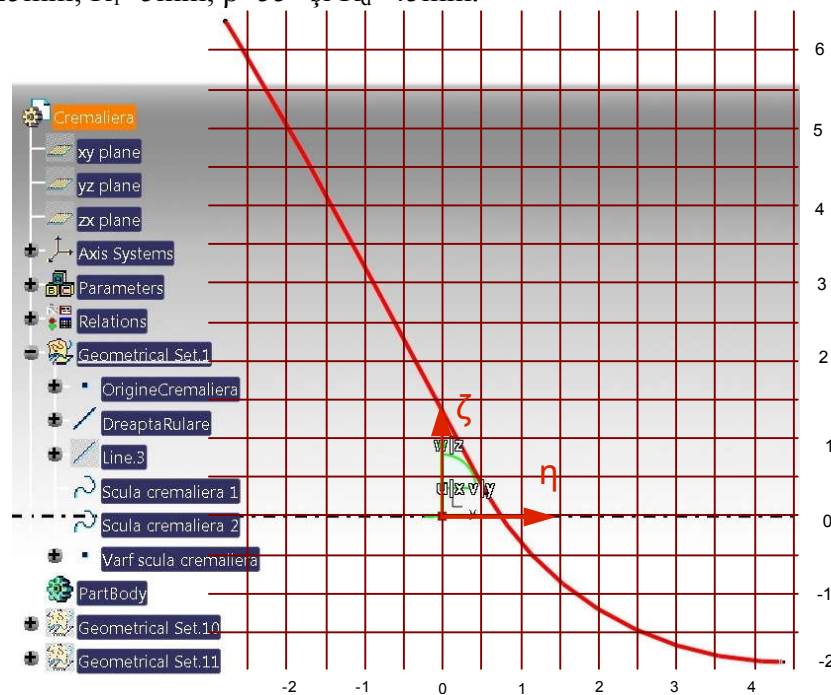


Figura 9. 27. Profilul sculei pentru roata de lanț

Tabelul 9. 9. Coordonatele punctelor de pe profilul sculei-cremalieră

Nr. Crt.	$\eta[\text{mm}]$	$\zeta[\text{mm}]$	Nr. Crt.	$\eta[\text{mm}]$	$\zeta[\text{mm}]$	Nr. Crt.	$\eta[\text{mm}]$	$\zeta[\text{mm}]$
1	-11.0774	0.0000	71	-5.6660	-5.8441	36	-2.2752	-9.3640
8	-10.4659	-0.6308	78	-5.0435	-6.5328	43	-2.0707	-9.4823
15	-9.9822	-1.1376	85	-4.3956	-7.2481	50	-1.8521	-9.5923

22	-9.4899	-1.6599	92	-3.7201	-7.9913	57	-1.6214	-9.6919
29	-8.9875	-2.1985	100	-3.0146	-8.7635	64	-1.3803	-9.7793
36	-8.4734	-2.7547	1	-3.0146	-8.7635	71	-1.1304	-9.8535
43	-7.9460	-3.3298	8	-2.9125	-8.8690	78	-0.8734	-9.9132
50	-7.4034	-3.9249	15	-2.7848	-8.9878	85	-0.6111	-9.9578
57	-6.8439	-4.5415	22	-2.6344	-9.1131	92	-0.3450	-9.9866
64	-6.2655	-5.1807	29	-2.4638	-9.2399	100	0.0000	-10.0000

### Verificarea calității metodei de profilare a sculelor în mediul CATIA

Este propusă verificarea metodei de profilare a sculelor în mediul de proiectare CATIA, prin compararea rezultatelor obținute prin această metodă cu rezultatele obținute printr-una dintre metodele analitice consacrate: metoda Gohman; metoda normalelor sau metoda distanței minime.

Pentru acest lucru, a fost considerat profilul format din segmente de dreaptă prezentat în secțiunea “Generarea profilurilor rectilinii (arbori poligonali)”.

Forma analitică a profilului de generat este descrisă de ecuațiile:

$$\begin{cases} X = 0; \\ \Sigma Y = u; \\ Z = a, \end{cases} \quad (9.101)$$

cu  $u$  parametru variabil, măsurat în lungul profilului și  $a$  valoare constantă dependentă de forma profilului, vezi figura 9. 28.

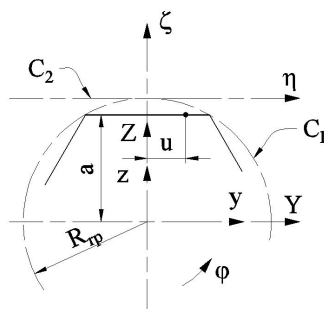


Figura 9. 28. Profil de tip segment de dreaptă

Familia de profiluri  $\Sigma$  are forma:

$$\left( \Sigma \right)_{\varphi} \begin{cases} \xi = 0; \\ \eta = u \cos \varphi - a \sin \varphi + R_p \varphi; \\ \zeta = u \sin \varphi + a \cos \varphi - R_p, \end{cases} \quad (9.102)$$

cu  $\varphi$  parametru variabil.

Condiția specifică de înfășurare, conform metodei traiectoriilor plane de generare este:

$$\frac{\cos \varphi}{\sin \varphi} = \frac{-u \sin \varphi - a \cos \varphi + R_p}{u \cos \varphi - a \sin \varphi} \quad (9.103)$$

sau

$$u = R_p \sin \varphi \quad (9.104)$$

Ansamblul de ecuații (9.102) și (9.104), pentru  $u$  variabil între limitele  $u_{\min} = -0.5 \cdot R_p$ ;  $u_{\max} = 0.5 \cdot R_p$ , pentru arborele de secțiune hexagonală, reprezintă profilul sculei cremalieră reciproc înfășurătoare cu profilul de generat.

În tabelul 9. 10, sunt prezentate coordonatele profilului determinate prin metoda analitică menționată (metoda traiectoriilor plane de generare).

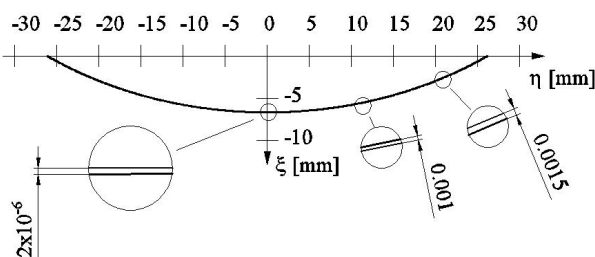
În figura 9. 29, sunt prezentate formele profilurilor sculei și erorile între acestea la profilarea prin cele două metode.

**NOTA:** Pentru a putea face această comparație s-a utilizat transformarea de coordonate:

$$\begin{aligned}\zeta_{CATIA} &= -\xi_{JAVA}; \\ \eta_{CATIA} &= \eta_{JAVA} + 26.1799.\end{aligned}\tag{9.105}$$

**Tabelul 9. 10. Coordonatele punctelor de pe profilul sculei—metoda traiectoriilor plane de generare, în programul Java**

Nr. crt.	$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]	Nr. crt.	$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]	Nr. crt.	$\xi$ [mm]	$\eta$ [mm]
1	1.40E-06	-26.1799	248	6.698025	-0.28286	496	0.199296	25.83104
2	0.05004	-26.093	249	6.698477	-0.1695	497	0.149679	25.9186
3	0.099941	-26.0059	250	6.698703	-0.05562	498	0.099923	26.00594
4	0.149712	-25.9185	251	6.698701	0.057729	499	0.050028	26.09306
5	0.19934	-25.831	252	6.698471	0.171609	500	8.88E-07	26.17994
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮		



**Figura 9. 29. Erorile obținute la profilarea sculei prin metoda cinematică față de profilarea sculei prin metoda traiectoriilor plane de generare**

Cele prezentate mai sus demonstrează capacitatea metodei cinematice de a fi utilizată pentru profilarea sculelor care generează prin înfășurare, prin metoda rulării.

Mecanismul *Tachet* utilizat în rezolvarea acestui tip de probleme are un grad ridicat de generalitate a utilizării.

Precizia de profilare a sculei cremalieră este comparabilă pentru cele două metode.

## 9.2.2. Produse soft pentru profilarea sculei cremalieră

### Produse soft bazate pe metoda cinematică în mediul grafic de proiectare CATIA

Pentru a ușura mult procesul de generare a profilurilor piesei, a mecanismelor, a cuplelor elementelor specifice fiecărui caz în parte, a profilurilor sculelor și liniilor de angrenare, s-a elaborat un soft specializat în mediul de programare *Visual Basic for Applications*, integrat în CATIA, prin care, cu ajutorul unei interfețe grafice, se pot configura în mod automat aceste particularități, prin introducerea datelor de intrare și, în final, extragerea în fișiere de tip text, a punctelor de pe aceste profiluri.

În figura 9. 30, este prezentată interfața programului pentru cazul arborelui poligonal. Datele de intrare în acest caz sunt: numărul de laturi  $NrL$ , raza cercului circumscris  $Re$ , raza cercului înscris  $Ri$ , lungimea laturii  $L$ .

Raza de rulare a semifabricatului poate varia ca mărime între raza cercului circumscris hexagonului și raza cercului înscris în hexagon. Programul permite alegerea uneia dintre aceste valori.

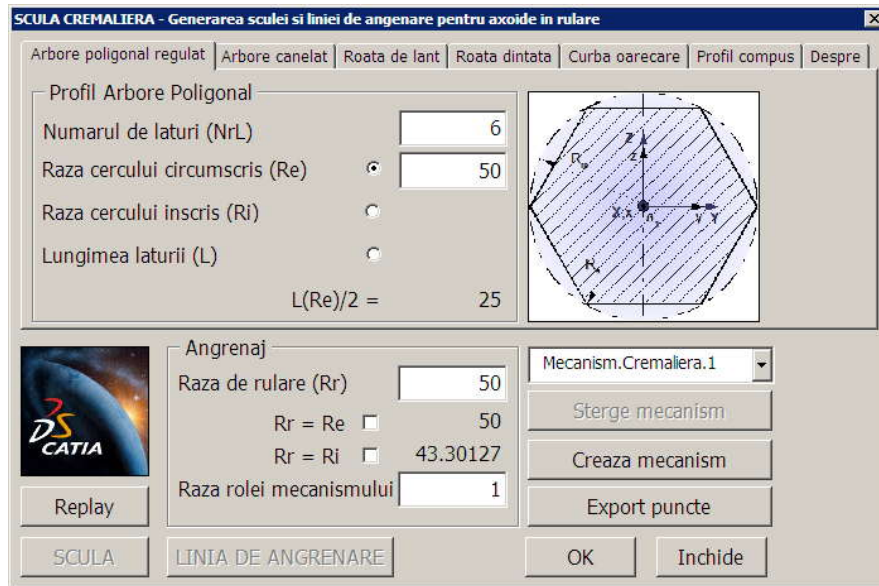


Figura 9. 30. Interfața aplicației VBA pentru arbore poligonal

Pentru arborele canelat, pagina aplicației arată ca în figura 9. 31, în care datele de intrare sunt: numărul de caneluri  $NrC$ , grosimea canelurii  $b$ , raza interioară  $r_i$ , raza exterioară  $R_e$ .

Raza de rulare a semifabricatului poate varia între limitele: raza exterioară  $R_e$  și cea minimă de rulare acceptată,

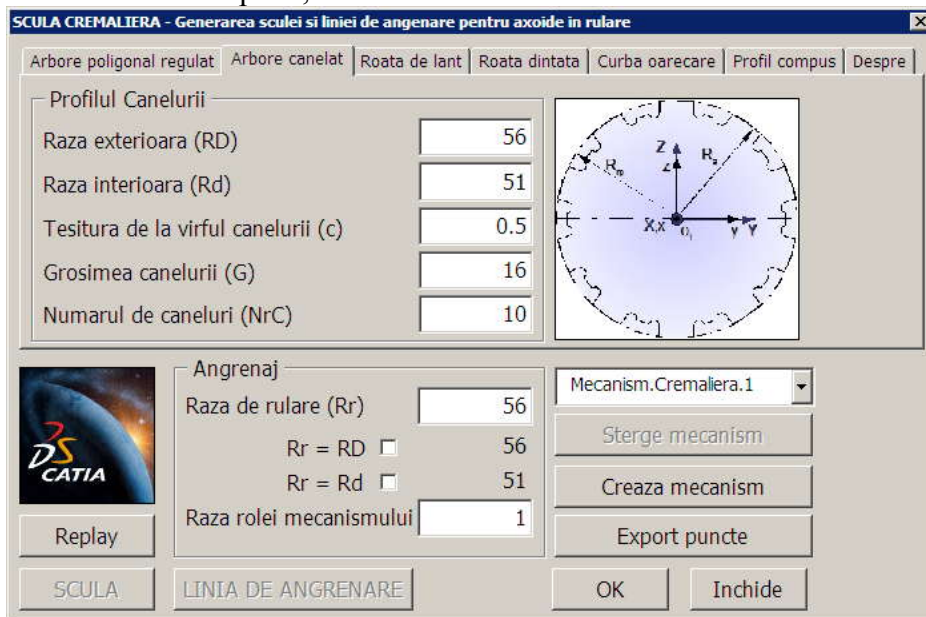


Figura 9. 31. Interfața aplicației VBA pentru arbore canelat

Datele de intrare pentru profilul flancului unui dinte de roată de lanț, sunt: pasul roții  $P$ , numărul de dinți  $z$ , raza rolei de lanț  $r_l$ , unghiul de tangentă  $\beta$ , unghiul  $\gamma$ , figura 9. 32.



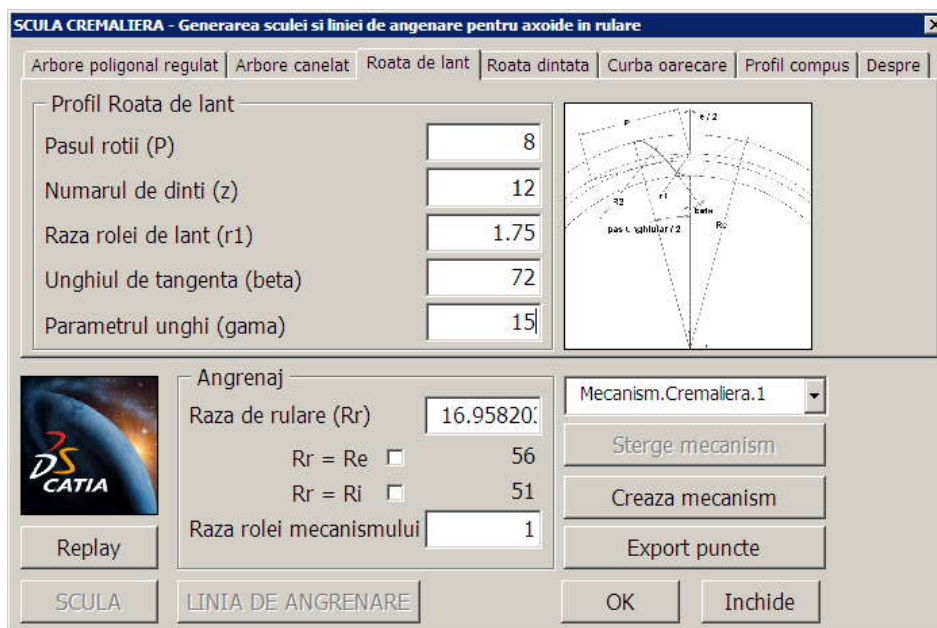


Figura 9. 32. Interfața aplicației VBA pentru roata de lanț

Profilul evolventic este construit în CATIA folosind formulele evolventei pentru fiecare componentă a coordonatelor, pe  $y$  și respectiv pe  $z$ , iar datele de intrare determină acest profil evolventic cât și forma întregii roți.

Aceste date de intrare sunt introduse în pagina corespunzătoare din aplicație, vezi figura 9. 33.

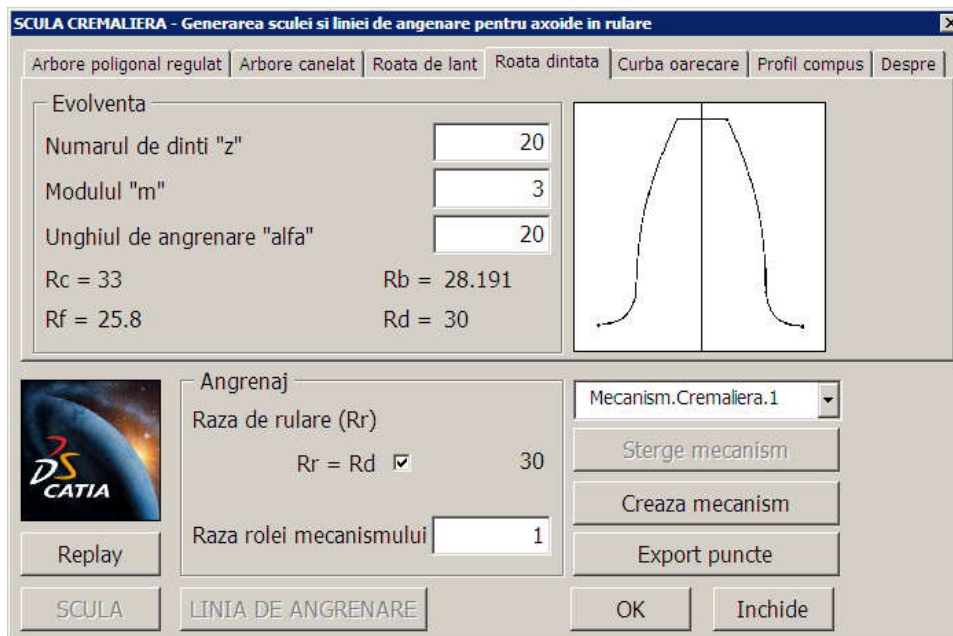


Figura 9. 33. Interfața aplicației VBA pentru roata dințată

În cazul profilului compus din pagina aferentă aplicației, vezi figura 9. 34, sunt introduse aceste profiluri cu ajutorul comenzii *Adaugă profil*, oricâte ca număr, prin introducerea inițială a punctului de început, apoi succesiv, a următoarelor puncte și a tipului de profil dorit.

Pentru editarea acestor profiluri se apelează comanda *Editare profil*, ceea ce înseamnă că acestea pot fi modificate ușor și chiar șterse prin apelarea comenzii *Sterge profil*.

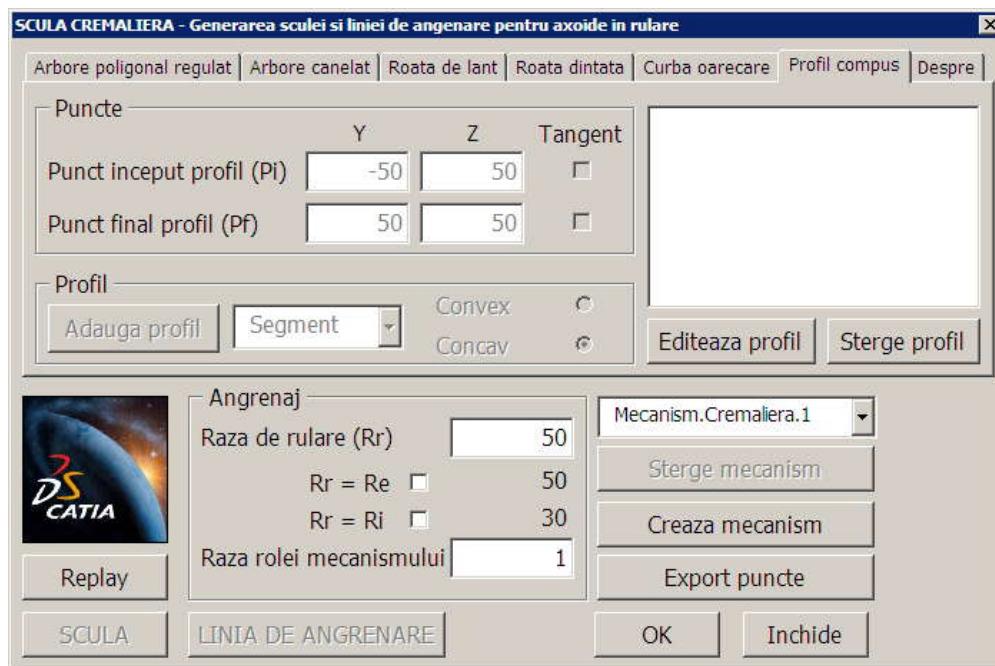


Figura 9. 34. Interfața aplicației VBA pentru profil compus

În toate aceste cazuri, mecanismele și cuplele aferente sunt create automat apelând comanda *Crează mecanism*, iar dacă se dorește ștergerea unei configurații, se apelează comanda *Șterge mecanism*.

În toate cazurile discutate, raza de rulare poate fi aleasă pentru fiecare caz în parte, dar asigurându-se respectarea teoremei fundamentale a angrenării, teorema *Willis*.

### Produse soft specifice in limbaj Java

#### Scula cremaliera

Aplicația, realizată în cadrul proiectului, permite calcularea profilului sculei cremalieră pornind de la profilul piesei de generat. Se definește un ansamblu de profiluri elementare drept profil transversal al piesei de generat. Aplicația permite calculul profilului sculei cremalieră ce generează prin înfășurare piesa dorită. De asemenea, se calculează un profil aproximativ al sculei cremalieră, utilizând polinoame Bezier. Eroarea de aproximare este determinată de program.

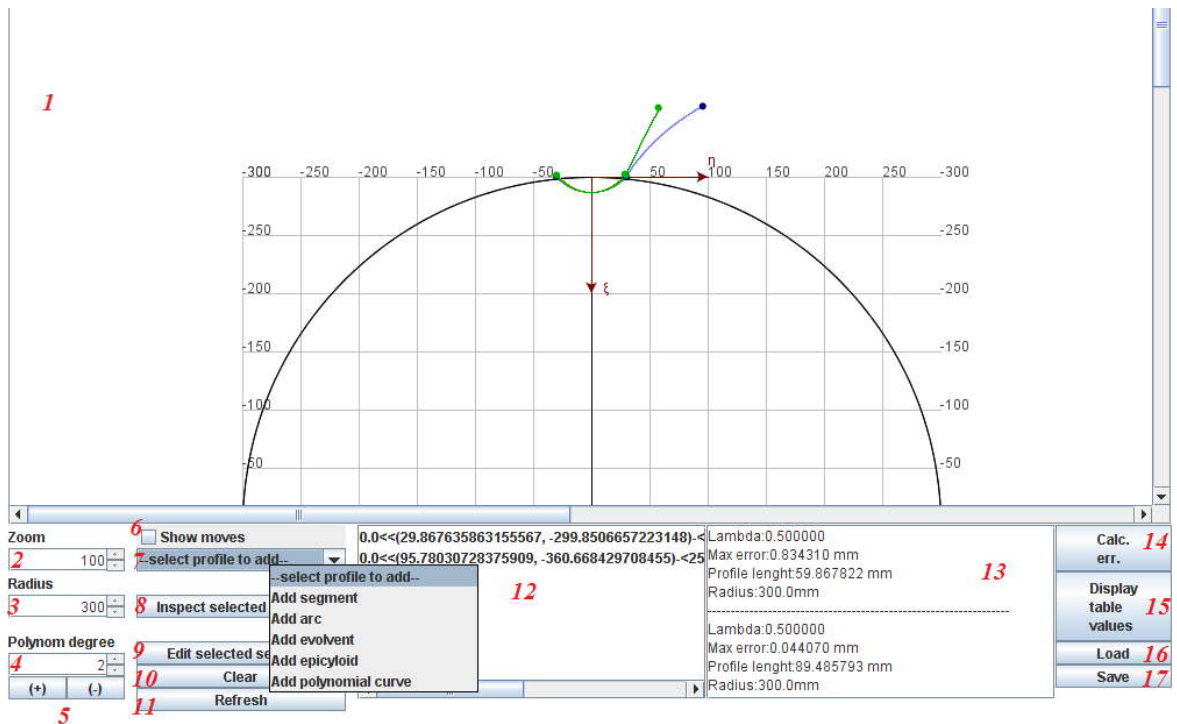


Figura 9. 35. Applet- Scula cremalieră

Principalele elemente vizuale și funcționale ale aplicației (figura 9. 35):

- 1 – zona în care sunt afișate profilurile piesei și ale sculei;
- 2 – controlează nivelul de zoom;
- 3 – raza de bază a semifabricatului;
- 4 – gradul polinomului de aproximare;
- 5 – crește/scade nivelul de zoom;
- 6 – check-box pentru afișarea profilurilor în mișcare;
- 7 - selecția tipului profilului elementar ce va fi adăugat în ansamblul de profiluri:
  - segment de dreapta (definit prin punctele de capăt);
  - arc de cerc (definit prin punctele de capăt și raza cercului din care face parte);
  - evolventa (definită prin punctul de start, raza de baza, raza interioară și exterioară);
  - epicyloidă (definită prin punctul de start, raza cercului de rulare (r), raza cercului fix (R), și unghiul de variație (alpha));
  - curbă polinomială (aproximarea polinomială a unui set de puncte măsurate);
- 8 – după selectarea unui profil din lista (12), vezi figura 9. 36 se alege o valoare pentru lambda între 0 și 1, coordonatele corespunzătoare sunt afișate;
- 9 – după selectarea unui profil din lista (12), se pot modifica parametrii de definiție ai profilului respectiv;
- 10 – șterge lista de profiluri (12) ;
- 11 – redesenează zona (1);
- 12 – afișează lista de profiluri elementare ce compun ansamblul;
- 13 – zona de afișare de mesaje
- 14 – calculează eroarea de aproximare dintre profilul teoretic al sculei cremalieră și profilul obținut pe baza polinoamelor Bezier de aproximare;
- 15 – afișează rezultatele comparative obținute prin (12) (profilul teoretic și profilul aproximat al sculei) în formă tabelară;

- 16 – încarcă ansamblul de profiluri dintr-un fișier salvat anterior;
- 15 – salvează ansamblul de profiluri într-un fișier.

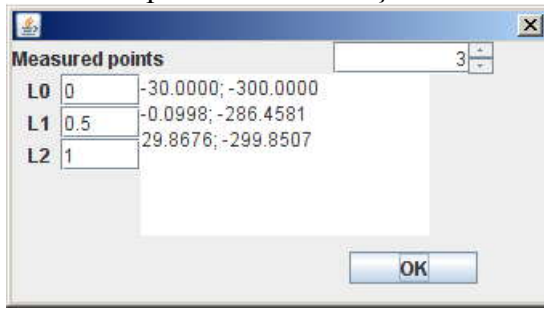


Figura 9. 36. Adăugare segment de dreaptă

În continuare, sunt descrise în detaliu ferestrele de configurare ale profilurilor elementare.

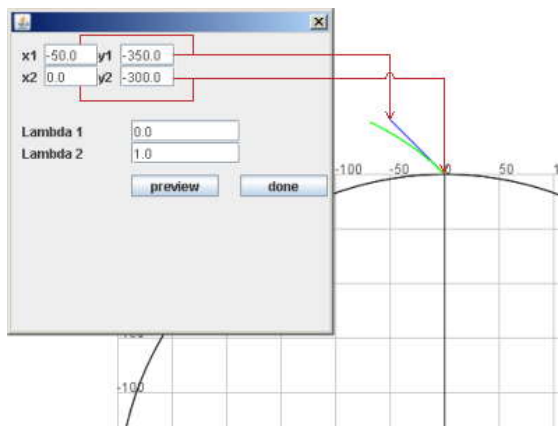


Figura 9. 37. Adăugare segment de dreaptă

Adăugarea unui segment de dreaptă la lista de fracțiuni ale profilului piesei, segment determinat de punctele  $(x1, y1)$  și  $(x2, y2)$  (segmentul este marcat cu albastru în figură). Lambda1 și Lambda2 reprezintă prelungirile virtuale ale segmentului de dreaptă (când  $\text{Lambda1} < 0$  sau  $\text{Lambda2} > 1$ ). Butonul **"Preview"** adaugă segmentul la profil, redesenează figura, dar nu închide fereastra de editare. Butonul **"Done"** închide fereastra de editare (și adaugă segmentul la profil dacă nu a fost deja adăugat prin butonul "Preview")

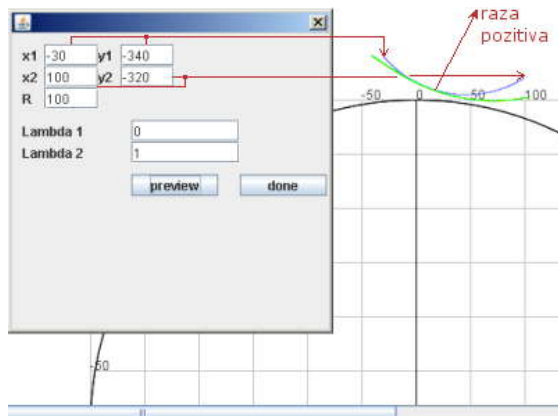


Figura 9. 38. Adăugare arc de cerc

Adăugarea un arc de cerc la lista de fracțiuni ale profilului piesei, cu capetele determinate de punctele (x1, y1) și (x2, y2) și raza R. (arcul este marcat cu albastru în figura). Centrul cercului se află la distanță egală, R, pe mediatoarea segmentului x1,y1 - x2,y2 față de punctele x1,y1 și x2,y2. Schimbarea semnului parametrului R schimbă poziția centrului cercului din care face parte arcul, față de segmentul x1,y1 - x2,y2.

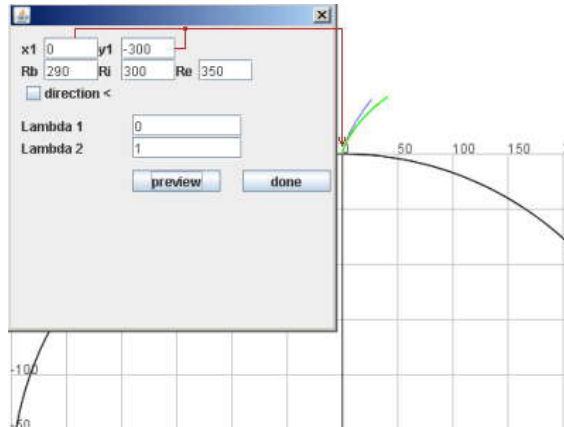


Figura 9. 39. Adăugare evolventă

Adăugarea unui arc deevolventă la lista de fracțiuni ale profilului piesei. Cercul de bază al evolventei are raza Rb. Aceasta este trasată de la intersecția cu cercul de rază Ri până la intersecția cu cercul de rază Re. (evolventa este marcată cu albastru în figură). Capătul inițial al evolventei este poziționat în punctul (x1,y1). Evolventa este trasată în sensul acelor de ceasornic, iar dacă este bifată căsuța "**direction <**" ,atunci evolventa va fi trasată în sens trigonometric.

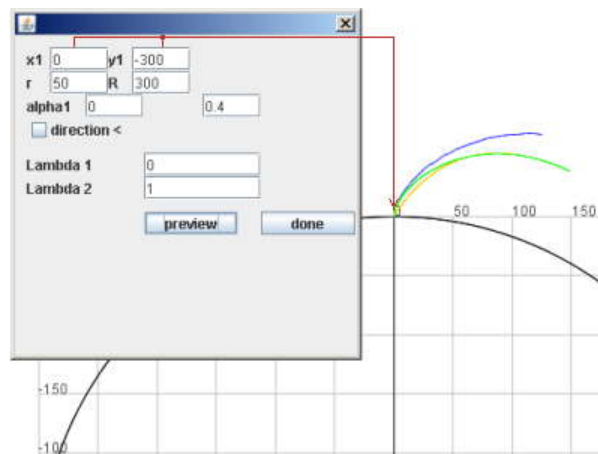


Figura 9. 40. Adăugare epicycloidă

Adăugarea unui arc de epicycloidă la lista de fracțiuni ale profilului piesei. Ruleta are raza r iar cercul fix are raza R. Parametrul alfa are o valoare de  $\frac{2\pi r}{R}$  pentru o rotație completă a epicyclului pe cercul fix. Capătul inițial al epicycloidei este poziționat în punctul (x1, y1). Epicycloida este trasată în sensul acelor de ceasornic, iar dacă este bifată căsuța "**direction <**", atunci epicycloida va fi trasată în sens trigonometric.

## OBIECTIVUL 10. ELABORAREA UNUI MODEL DE PREDICȚIE ȘI COMPENSARE A ERORII DE GENERARE A SUPRAFETEI IN CAZUL APROXIMARII PRIN POLI A SUPRAFETELOR (CAZUL PROFILARII SUPRAFETELOR ELICOIDALE CILINDRICE DE PAS CONSTANT)

### 10.1. Algoritm de modelare pentru aproximarea prin poli a suprafețelor elicoidale cilindrice

Problematika reprofilării sculei generatoare, scula mărginită de o suprafață periferică primară de revoluție (scula disc sau scula cilindro-frontală), pentru compensarea erorii suprafeței generate, poate fi examinată și în condițiile în care suprafața generată este definită utilizând forma de reprezentare prin poli.

Astfel, pentru o suprafață elicoidală cilindrică și de pas constant, generată cu o sculă de tip disc, se definește generatoarea efectiv măsurată a acesteia, generatoare care diferă de generatoarea țintă, pentru care a fost profilată scula, figura 10. 1, numită generatoare teoretică.

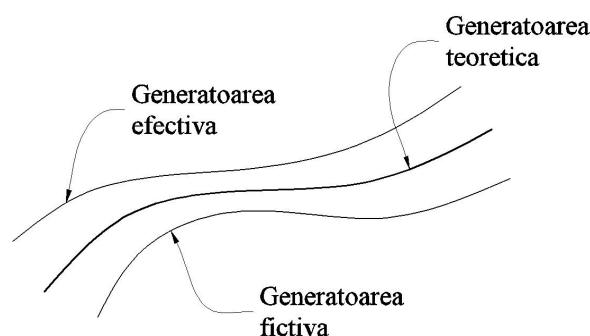


Figura 10. 1. Generatoare ale suprafeței generate: generatoarea țintă, generatoarea efectivă – generatoarea corectată

Modelul analitic al generatoarei teoretice (generatoarea țintă) este definit sub forma unui polinom Bézier, fie acesta de forma:

$$\begin{aligned} X &= A_X \cdot \lambda^2 + \lambda \cdot (1 - \lambda) \cdot B_X + (1 - \lambda)^2 \cdot C_X; \\ Y &= A_Y \cdot \lambda^2 + \lambda \cdot (1 - \lambda) \cdot B_Y + (1 - \lambda)^2 \cdot C_Y, \end{aligned} \quad (10.1)$$

cu  $\lambda$  definit între  $[0,1]$  și coeficienții  $A_X, B_X, \dots, B_Y$  definiți conform cu cele trei puncte cunoscute pe generatoare.

Tabelul 10. 1. Coeficienții polinomului de substituie

Coordonate	$\lambda$	Coeficienții polinoamelor de substituie	
A $[X_A, Y_A]$	1	$A_X = X_A$	$A_Y = Y_A$
B $[X_B, Y_B]$	1/2	$B_X = 4 \cdot X_B - X_A - X_C$	$B_Y = 4 \cdot Y_B - Y_A - Y_C$
C $[X_C, Y_C]$	0	$C_X = X_C$	$C_Y = Y_C$

Este evident, așa cum am arătat în obiectivele anterioare, polinomul de substituie poate avea un grad superior (3, 4 sau chiar mai mare). În acest caz, flexibilitatea și ușurința de aplicare a metodei se reduce.

Pentru o multitudine de generatoare simple, un polinom de grad 2 sau 3 este satisfăcător, așa cum s-a demonstrat anterior.

Generatoarea efectivă, rezultată prin măsurarea directă pe suprafața generată, cel mai adesea ca generatoare plană, este cunoscută printr-un număr limitat de puncte, în forma

$$G = \begin{pmatrix} X_1 & Y_1 \\ X_2 & Y_2 \\ \dots & \dots \\ X_i & Y_i \\ \dots & \dots \\ X_n & Y_n \end{pmatrix}. \quad (10.2)$$

Evident, punctele generatoarei efective, din diferite motive, nu aparțin modelului polinomial.

Ca urmare, procesul de generare urmărind generatoarea țintă este afectat de erori, a căror cauze directe nu pot fi, ușor, decelate.

În acest caz, eventuala corecție la reluarea procesului pe același semifabricat, dacă mai este posibil sau pentru generarea aceleiași suprafețe, pe alte semifabricate (cazul unei producții de serie), presupune o corecție de sculă prin reprofilarea acesteia pornind de la noua generatoare țintă, diferită de cea teoretică, generatoare pe care o vom denumi *generatoare fictivă*.

Generatoarea fictivă ( $G_F$ ) se definește ca “oglindita” generatoarei efective -  $G_{E_e}$  - punct cu punct, în raport cu generatoarea teoretică.

Adică, pentru un punct aparținând generatoarei efective, fie  $M_i [X_i, Y_i]$  acesta, îi corespunde ca punct aflat pe generatoarea teoretică,  $M_j$ , punctul aflat la cea mai mică distanță de  $M_i$ ,

$$\delta_{i,j} = \left\{ \sqrt{(X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2} \right\}_{\min}. \quad (10.3)$$

Se definește punctul oglindit, al punctului  $M_i$ , în raport cu generatoarea teoretică, ca fiind punctul  $M_{ij_F}$ , care este definit de:

$$\begin{cases} X_{M_{ij_F}} = X_i + (1+k) \cdot \delta_{i,j} \cdot \cos \beta_{ij}; \\ Y_{M_{ij_F}} = Y_i + (1+k) \cdot \delta_{i,j} \cdot \sin \beta_{ij}; \end{cases} \quad (10.4)$$

$k$  este un termen de multiplicare, în mod curent,  $0 < k \leq 1$ ;

$$\operatorname{tg} \beta_{ij} = \frac{|Y_j - Y_i|}{|X_j - X_i|}. \quad (10.5)$$

Totalitatea punctelor  $M_{ij_F}$ , astfel definite, determină noua generatoare țintă - generatoarea fictivă, în forma:

$$G_F = \begin{pmatrix} X_{1,1_F} & Y_{1,1_F} \\ X_{2,2_F} & Y_{2,2_F} \\ \dots & \dots \\ X_{i,j_F} & Y_{i,j_F} \end{pmatrix}_{(i=1\dots n)(j=1\dots m)}. \quad (10.6)$$

Generatoarea fictivă servește ca bază pentru modelarea analitică sau în formă discretă, punct cu punct, a suprafeței elicoidale de generat, suprafață ce va servi pentru

reprofilarea sculei (scula-disc, scula cilindro-frontală) pentru generarea suprafeței elicoidale.

La reluarea generării, factorii care au generat eroarea (eroarea generatoarei efective față de generatoarea teoretică), acționând la fel, conduc la o nouă generatoare efectivă, mai apropiată de generatoarea teoretică – ținta inițială a generării.

### Aproximarea generatoarei fictive

Se propune, în acord cu problematica generală a utilizării polinoamelor Bézier în domeniul profilării sculelor reciproc înfășurătoare suprafețelor elicoidale, simplificarea modului de determinare a generatoarei fictive, prin considerarea numai a nodurilor specifice polinoamelor Bézier, care definesc această generatoare, vezi și figura 10. 2.

Se consideră pe generatoarea efectivă punctele de capăt, fie  $M_1 [X_1, Y_1]$  și  $M_n [X_n, Y_n]$  acestea, precum și două puncte intermediare,  $M_{i-1} [X_{i-1}, Y_{i-1}]$  și  $M_{i+1} [X_{i+1}, Y_{i+1}]$ , în jurul punctului reprezentând mijlocul arcului  $\overline{M_1 M_n}$ .

Acestor puncte le corespund, în conformitate cu algoritmul anterior prezentat, punctele oglindite de pe generatoarea fictivă:

$$\begin{aligned} M_{1,A} [X_{1,A}; Y_{1,A}]; \\ M_{n,C} [X_{n,C}; Y_{n,C}]; \\ M_{i-1,j-1} [X_{i-1,j-1}; Y_{i-1,j-1}]; \\ M_{i+1,j+1} [X_{i+1,j+1}; Y_{i+1,j+1}]. \end{aligned}$$

Ultimele două puncte, apropiate zonei centrale, vor servi pentru aproximarea nodului mijlociu al polinomului de aproximare al generatoarei fictive.

Pentru polinoamele Bézier de gradul II,

$$\begin{aligned} X &= A_X \cdot \lambda^2 + 2\lambda \cdot (1-\lambda) \cdot B_X + (1-\lambda)^2 \cdot C_X; \\ Y &= A_Y \cdot \lambda^2 + 2\lambda \cdot (1-\lambda) \cdot B_Y + (1-\lambda)^2 \cdot C_Y, \end{aligned} \quad (10.7)$$

care descriu forma generatoarei fictive –  $G_F$ , căreia îi aparțin punctele (10.6), se pune problema determinării coeficienților  $A_X, B_X, C_X, A_Y, B_Y, C_Y$ .

Din sistemul de ecuații, determinat din (10.7), pentru considerentele:

$$\lambda = 0, \quad \begin{aligned} X'_A &= C_X; \\ Y'_A &= C_Y; \end{aligned} \quad (10.8)$$

$$\lambda = 1, \quad \begin{aligned} X'_C &= A_X; \\ Y'_C &= A_Y; \end{aligned} \quad (10.9)$$

$$\lambda_{i-1}, \quad \begin{aligned} X'_{B'} &= A_X \cdot \lambda_{i-1}^2 + 2\lambda_{i-1} \cdot (1-\lambda_{i-1}) \cdot B'_X + (1-\lambda_{i-1})^2 \cdot C_X; \\ Y'_{B'} &= A_Y \cdot \lambda_{i-1}^2 + 2\lambda_{i-1} \cdot (1-\lambda_{i-1}) \cdot B'_Y + (1-\lambda_{i-1})^2 \cdot C_Y; \end{aligned} \quad (10.10)$$

$$\lambda_{i+1}, \quad \begin{aligned} X'_{B''} &= A_X \cdot \lambda_{i+1}^2 + 2\lambda_{i+1} \cdot (1-\lambda_{i+1}) \cdot B''_X + (1-\lambda_{i+1})^2 \cdot C_X; \\ Y'_{B''} &= A_Y \cdot \lambda_{i+1}^2 + 2\lambda_{i+1} \cdot (1-\lambda_{i+1}) \cdot B''_Y + (1-\lambda_{i+1})^2 \cdot C_Y, \end{aligned} \quad (10.11)$$

se definesc

$$\lambda_{i-1} = \frac{\overline{AB'}}{\overline{AB'} + \overline{B'B''} + \overline{B''C}} \quad \text{și} \quad \lambda_{i+1} = \frac{\overline{AB} + \overline{B'B''}}{\overline{AB} + \overline{B'B''} + \overline{B''C}} \quad (10.12)$$

precum și coeficienții  $B'_X, B'_Y; B''_X, B''_Y$ .

Astfel, se poate aproxima nodul B determinând constantele

$$B_X = \frac{B'_X + B''_X}{2}, \quad B_Y = \frac{B'_Y + B''_Y}{2}. \quad (10.13)$$



Se identifică, în acest fel, un polinom Bézier, care aproximează generatoarea fictivă -  $G_{FS}$ , ca substituent al generatoarei fictive, trasată punct cu punct.

Problema poate fi concepută și într-un alt mod. Se substituie generatoarea fictivă  $G_{ABC}$  cu un polinom Bézier de grad inferior (gradul II sau III), astfel că generatoarea fictivă poate fi privită ca oglindita acestui polinom în raport cu generatoarea teoretică.

Astfel, s-ar pune problema determinării erorii de aproximare a generatoarei fictive  $G_{ABC}$ , în acest mod determinată, cu generatoarea fictivă oglindită punct cu punct (vezi figura 10. 2).

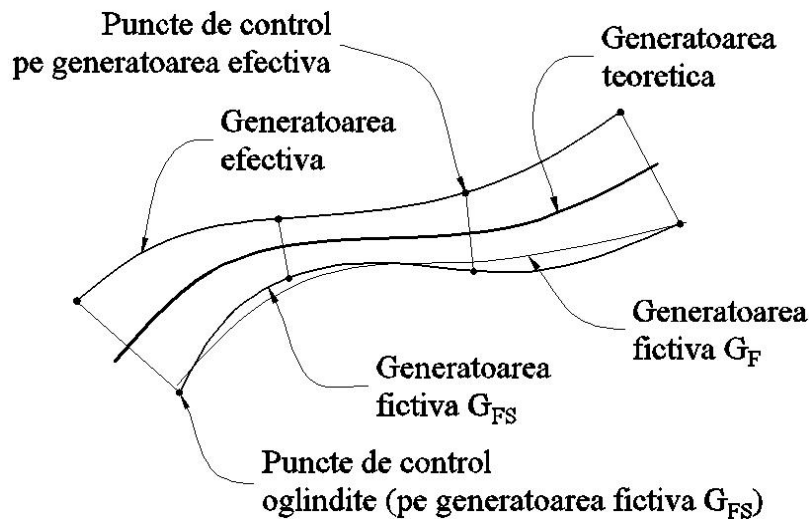


Figura 10. 2. Generatoare fictivă și efectivă substituite cu polinoame

Este evident, problema poate fi tratată în mod similar și pentru polinoame de substituire de gradul III, pentru o mai bună apreciere a punctelor de pe profiluri.

## 10.2. Elaborarea de produse soft specifice

Compensarea erorii generării melcului de compresor elicoidal

Modelului discret al profilului teoretic al generatoarei compresorului elicoidal, vezi tabelul 10.2, îi corespunde un profil măsurat (efectiv), vezi tabelul 10.3.

Tabelul 10. 2. Coordonate ale profilului teoretic — arcul  $\widehat{AHG}$  (în corelație cu figura 9.16)

X[mm]	Y[mm]
31.27239	4.65301
31.38198	5.36422
31.5133	6.07175
31.66712	6.77472
31.8445	7.47212
32.04638	8.16282
32.27317	8.84574
32.52581	9.51952
32.8041	10.1831
33.10882	10.835
33.43917	11.4743
33.79571	12.0993
34.17711	12.7095
34.58361	13.3033
35.0135	13.8804
35.46662	14.4394
35.94113	14.9803
36.43628	15.5025
36.95042	16.006
37.48202	16.491
38.02985	16.9576
38.59189	17.407
39.16501	17.8422
39.71991	18.3002
40.24701	18.79
40.74927	19.3053

Pentru profilul melcilor de compresor elicoidal, vezi figura 10. 3, se cunosc coordonatele aparținând profilului teoretic, vezi tabelul 10. 2 și corelat cu figura 9.16

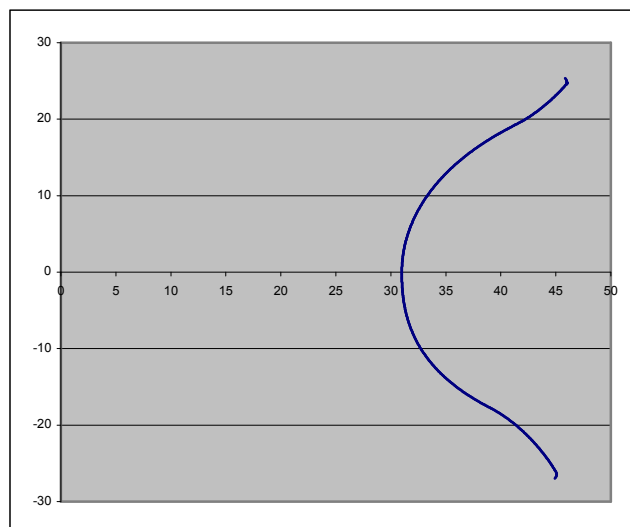


Figura 10. 3. Profilul melcului condus ( $\widehat{GHA}$ —ansamblul de profiluri Bezier, în corelație cu figura 9.16)

Tabelul 10. 3. Model al profilului efectiv (măsurat) al rotorului — arcul  $\widehat{AHG}$

X[mm]	Y[mm]
31.272	4.653
31.381	5.366
31.528	6.168
31.700	6.956
31.916	7.748
32.144	8.528
32.413	9.281
32.730	10.050
33.057	10.790
33.428	11.497
33.806	12.177
34.240	12.899
34.732	13.522
35.224	14.203
35.748	14.780
36.250	15.399
36.836	15.955
37.413	16.513
38.066	17.031
38.718	17.547
39.330	18.084
39.981	18.593
40.516	19.181
40.702	19.322

Se realizează compensarea erorii de profilare prin oglindirea profilului măsurat, față de profilul teoretic. Oglindirea- determinarea generatoarei fictive- se va face în două moduri:

*A Profil oglindit (generatoare fictivă) obținută prin simetrizarea tuturor punctelor față de profilul teoretic și aproximarea ulterioară a punctelor măsurate printr-un polinom Bezier de grad III;*

*B Profil oglindit – obținut prin interpolarea punctelor măsurate și oglindirea doar a nodurilor polinomului, 3 sau 4 puncte, rezultând, astfel, un alt polinom Bezier, mult mai simplu de determinat.*

Tabelul 10. 4. Comparație între profilurile A și B

Lambda	Profil oglindit – A		Profil oglindit B		Eroarea[mm]
	X[mm]	Y[mm]	X[mm]	Y[mm]	
0.0000	31.2732	4.6528	31.2732	4.6528	0.0000
	31.3768	5.5378	31.3792	5.5427	0.0054
	31.5318	6.4153	31.5361	6.4171	0.0047
	31.7371	7.2824	31.7416	7.2758	0.0080
	31.9909	8.1366	31.9990	8.1353	0.0083
	32.2911	8.9756	32.3024	8.9775	0.0114
	32.6353	9.7975	32.6419	9.7857	0.0134
0.3330	32.8853	10.3299	32.8930	10.3203	0.0123
	33.0209	10.6008	33.0291	10.5925	0.0117
	33.4450	11.3845	33.4552	11.3808	0.0109
	33.9049	12.1478	33.9179	12.1502	0.0131
	34.3979	12.8902	34.4044	12.8854	0.0080
	34.9213	13.6114	34.9214	13.6017	0.0097
	35.4726	14.3115	35.4782	14.3127	0.0057
	36.0497	14.9906	36.0502	14.9895	0.0012
0.6660	36.2393	15.2036	36.2423	15.2062	0.0040
	36.6503	15.6489	36.6461	15.6462	0.0050
	37.2726	16.2868	37.2764	16.2952	0.0092
	37.9149	16.9046	37.9137	16.9100	0.0055
	38.5755	17.5027	38.5681	17.5036	0.0075
	39.2531	18.0816	39.2512	18.0869	0.0056
	39.9464	18.6415	39.9474	18.6472	0.0058
1.0000	40.6542	19.1829	40.6544	19.1841	0.0012

MAX ERROR:0.0138

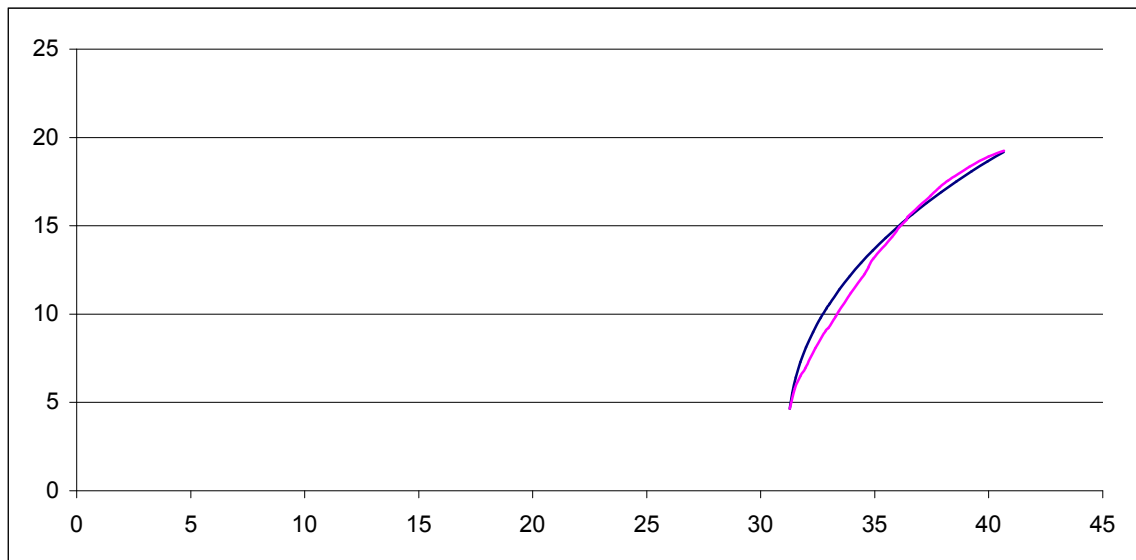


Figura 10. 4. Albastru – Profilul oglindit A;  
Rosu - Profil oglindit – B (eroarea x50)

Tabelul 10. 5. Comparație între profilurile sculelor disc profilate pe baza profilurilor A și B

$\lambda$	Profilul axial al sculei disc pentru generatoare fictivă în condițiile A		Profilul axial al sculei disc pentru generatoare fictivă în condițiile B		Eroare [mm]
	X [mm]	Y [mm]	X [mm]	Y [mm]	
0.0000	68.4706	3.0096	68.4716	3.0062	0.0035
	68.1475	3.6824	68.1534	3.6842	0.0061
	67.7671	4.3245	67.7762	4.3279	0.0097
	67.3318	4.9308	67.3408	4.9369	0.0109
	66.8464	5.4976	66.8584	5.5003	0.0123
	66.3164	6.0232	66.3221	6.0306	0.0093
	65.7482	6.5071	65.7570	6.5096	0.0092
0.3330	65.3553	6.8044	65.3648	6.8049	0.0096
	65.1478	6.9506	65.1449	6.9593	0.0091
	64.5210	7.3560	64.5267	7.3569	0.0058
	63.8727	7.7260	63.8696	7.7303	0.0053
	63.2071	8.0640	63.2037	8.0671	0.0046
	62.5277	8.3735	62.5339	8.3715	0.0065
	61.8375	8.6578	61.8363	8.6586	0.0014
0.6660	61.1386	8.9202	61.1429	8.9190	0.0045
	60.9134	9.0000	60.9102	9.0016	0.0036
	60.4329	9.1639	60.4285	9.1659	0.0048
	59.7220	9.3920	59.7261	9.3916	0.0040
	59.0073	9.6076	59.0100	9.6080	0.0027
	58.2897	9.8136	58.2842	9.8167	0.0063
	57.5703	10.0133	57.5676	10.0157	0.0037
1.0000	56.8501	10.2099	56.8501	10.2115	0.0016
	56.1300	10.4069	56.1371	10.4064	0.0071

LAMBDA MAX ERROR:0.208

MAX ERROR: 0.0127

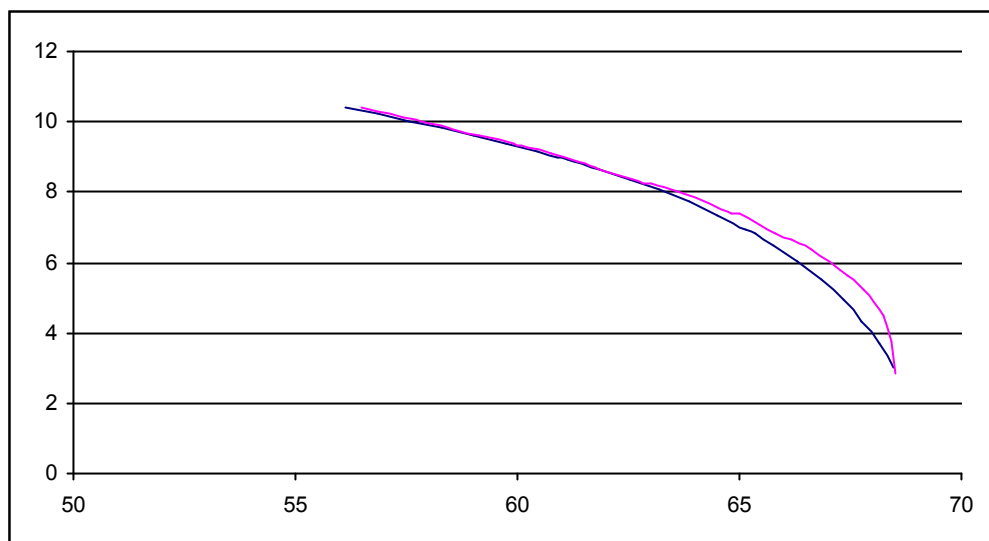


Figura 10. 5. Albastru – Scula disc - Profilul oglindit A (eroarea x50);

În figura 10. 5, sunt reprezentate cele două forme ale generatoarei fictive în condițiile oglinirii tuturor punctelor generatoarei efective (forma A) sau numai a punctelor de control ale polinomului Bezier substitutiv (forma B), constituind forma simplificată a generatoarei, mult mai simplu de determinat.

În baza algoritmilor cunoscuți, se determină profilurile axiale ale sculelor disc, generatoare a suprafețelor elicoidale fictive, modelate în baza celor două generatoare fictive, anterior determinate.

În tabelul tabelul 10. 5, sunt prezentate formele secțiunilor axiale ale sculelor disc pentru cele două situații și a diferenței între ele.

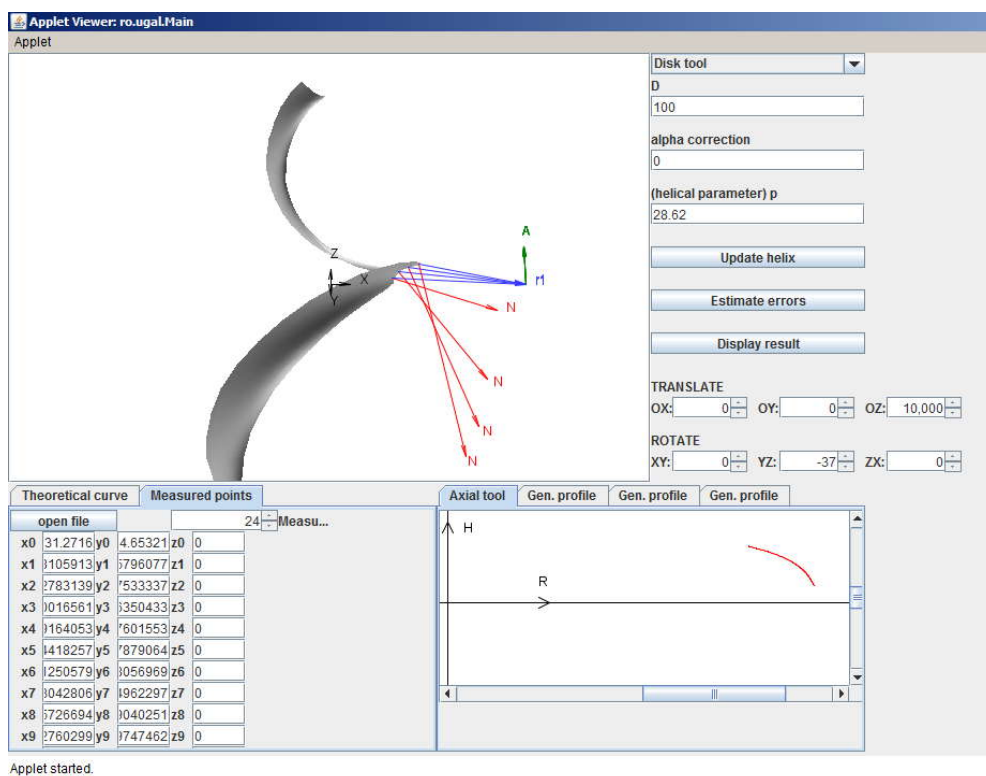


Figura 10. 6. Rosu – Scula disc - Profil oglindit – A (eroarea x50)

În figura 10. 6, este prezentat un applet al programului dedicat problemei anterior prezentată, în limbajul de programare Java, realizat în cadrul programului de cercetare.

## Concluzii

Modelul de compensare a erorii de generare prin introducerea noțiunii de generatoare fictivă (generatoare care se obține din generatoarea efectiv măsurată) permite o reprofilare a sculei, pentru exemplul de față, scula disc, care, la reluarea prelucrării, poate genera o suprafață (o generatoare a acesteia) mai apropiată de suprafața țintă inițială.

Generatoarea fictivă poate fi substituită pentru un număr redus de puncte ale acesteia (3 sau 4 puncte) printr-un polinom Bezier de grad inferior (gradul 2 sau 3) — metodă simplificată.

S-a dovedit că, generatoarea fictivă obținută în baza oglinirii tuturor punctelor generatoarei efective și generatoarea fictivă obținută prin metoda simplificată, sunt foarte apropiate ca formă, conducând la profiluri ale sculelor disc, generatoare ale țintelor fictive, tehnic identice.

## **OBIECTIVUL 11. SINTEZA UNOR PRODUSE SOFT SPECIALIZATE, PENTRU PROFILAREA SCULELOR GENERATOARE A SUPRAFETELOR ELICOIDALE CILINDRICE COMPLEXE, BAZATE PE REPREZENTAREA ÎN FORMĂ DISCRETA A SUPRAFETELOR (REPREZENTARE POLIEDRALĂ SAU PRIN POLI)**

„  
Problematika profilării sculelor care generează prin înfășurare suprafețe elicoidale este bine cunoscută, soluția problemei făcând apel la teoremele fundamentale ale înfășurării suprafețelor, pentru cazul în care acestea sunt reprezentate în forme analitice, teorema 1 Olivier.

Adesea, apare problema unor reprezentări neanalitice a suprafețelor, în legătură cu aplicațiile de inginerie inversă, în care suprafețele efective ale semifabricatelor sunt cunoscute prin măsurare directă pe mașini de măsurat 3 D.

Se pune, în acest fel, problema aproximării suprafeței, astfel cunoscute, și înlocuirea acesteia cu o suprafață (ansamblu de suprafețe) analitică, care să reprezinte cea mai bună aproximație a ansamblului de puncte măsurate, care să permită, pe această cale, utilizarea metodelor analitice cunoscute, în vederea profilării sculelor mărginite de suprafețe periferice primare de revoluție, reciproc înfășurătoare suprafeței elicoidale cunoscută în formă discretă.

Multiple soluții sunt cunoscute în literatură pentru o astfel de apreciere a formei suprafeței, identificarea acesteia și aproximarea ulterioară presupunând cunoscut tipul de suprafață, cu aplicații specifice în proiectarea ulterioară a sculelor generatoare a acestora.

Sunt prezentate soluții specifice construcției suprafeței periferice primare a sculei generatoare.

În lucrare, se propune o metodă de aproximare a unei suprafețe efectiv măsurate printr-un ansamblu de suprafețe plane, și a unui produs soft specific, realizat în limbaj Java, în scopul profilării sculelor disc reciproc înfășurătoare cu suprafața efectivă, substituită prin acest ansamblu de suprafețe – metoda poliedrală.

### **11.1. Metoda prezentării poliedrale a suprafețelor**

„  
Suprafețele (elicoidală, cilindrică sau de revoluție), așa cum rezultă în urma măsurării prin exploatare cu un sistem de palpate, care determină coordonatele succesive ale punctelor acestora, figura 11. 1, pot fi privite ca fiind formate dintr-o rețea de puncte distincte, în lungul liniilor de măsurare.

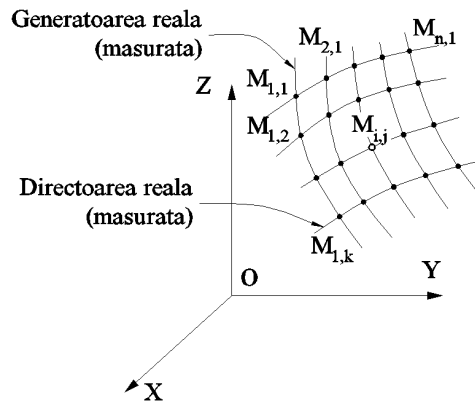


Figura 11. 1. Suprafața reală (determinată prin măsurarea punctelor)

Facem observația că, distribuția punctelor măsurate în lungul generatoarelor efective trebuie a fi suficient de densă, pentru a descrie suprafața în limitele unei anumite precizii de măsurare acceptată ca riguroasă din punct de vedere tehnic.

Deși rețeaua de puncte formată pe suprafața efectiv măsurată nu este o rețea cu elemente uniforme, algoritmul pentru determinarea normalei la suprafață nu este afectat, dacă numărul de puncte este suficient de mare.

În sensul prezentat anterior, o generatoare efectivă „j” a suprafeței poate fi reprezentată printr-o matrice de forma:

$$G = \begin{pmatrix} X_{1,j} & X_{2,j} & X_{3,j} & \dots & X_{k,j} \\ Y_{1,j} & Y_{2,j} & Y_{3,j} & \dots & Y_{k,j} \\ Z_{1,j} & Z_{2,j} & Z_{3,j} & \dots & Z_{k,j} \end{pmatrix}^T. \quad (11.1)$$

Ținând seama de (11.1), pentru rețeaua de puncte reprezentând o zonă a suprafeței se acceptă exprimarea:

$$\Sigma_{efectiv} = \left\{ \begin{pmatrix} X_{1,j} & X_{2,j} & \dots & X_{k,j} \\ Y_{1,j} & Y_{2,j} & \dots & Y_{k,j} \\ Z_{1,j} & Z_{2,j} & \dots & Z_{k,j} \end{pmatrix}^T \right\}_i ; \quad i = 1, 2, \dots, j, \dots, m. \quad (11.2)$$

Normala într-un punct oarecare al suprafeței efective (11.2), fie  $M_{i,j}$  acesta, se definește ca fiind normala la una dintre fețele „poliedrului” determinat de punctele:  $M_{i,j}$ ;  $M_{i,j-1}$ ;  $M_{i+1,j}$  etc, figura 11. 2.

Este evident că, în punctul considerat,  $M_{i,j}$ , se pot defini patru normale, câte una la fiecare din cele patru fețe ale poliedrului având ca vârf punctul considerat.

De exemplu, pornind de la coordonatele vecine ale punctului  $M_{i,j}$ , spre exemplu:

$$M_{i,j-1} = \begin{pmatrix} X_{i,(j-1)} \\ Y_{i,(j-1)} \\ Z_{i,(j-1)} \end{pmatrix}; \quad (11.3)$$

$$M_{i,j} = \begin{pmatrix} X_{i,j} \\ Y_{i,j} \\ Z_{i,j} \end{pmatrix}; \quad (11.4)$$



$$M_{(i+1),j} = \begin{pmatrix} X_{(i+1),j} \\ Y_{(i+1),j} \\ Z_{(i+1),j} \end{pmatrix}, \quad (11.5)$$

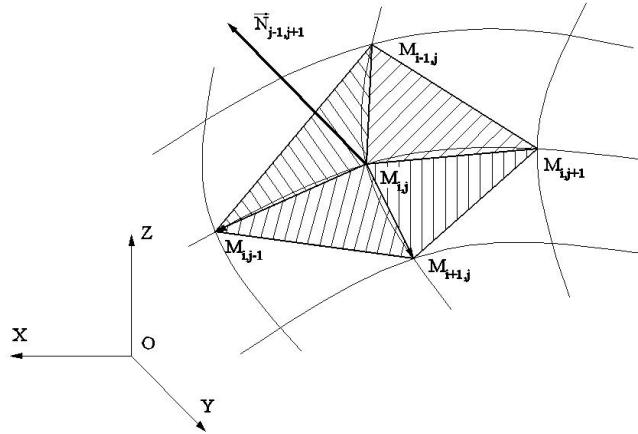


Figura 11. 2. Normala la suprafața poliedrală

se pot defini vectorii:

$$\overrightarrow{M_{i,j}M_{i,j-1}} = (X_{i,j} - X_{i,j-1}) \cdot \vec{i} + (Y_{i,j} - Y_{i,j-1}) \cdot \vec{j} + (Z_{i,j} - Z_{i,j-1}) \cdot \vec{k} \quad (11.6)$$

și

$$\overrightarrow{M_{i,j}M_{(i+1),j}} = (X_{i,j} - X_{(i+1),j}) \cdot \vec{i} + (Y_{i,j} - Y_{(i+1),j}) \cdot \vec{j} + (Z_{i,j} - Z_{(i+1),j}) \cdot \vec{k}. \quad (11.7)$$

Astfel, normala la suprafața plană determinată de aceste puncte este

$$\vec{E}_{i,j}^{(i+1),(j-1)} = \overrightarrow{M_{i,(j-1)}M_{i,j}} \times \overrightarrow{M_{i,j}M_{(i+1),j}} \quad (11.8)$$

sau, sub formă de determinant,

$$\vec{E}_{i,j}^{(i+1),(j-1)} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ (X_{i,(j-1)} - X_{i,j}) & (Y_{i,(j-1)} - Y_{i,j}) & (Z_{i,(j-1)} - Z_{i,j}) \\ (X_{(i+1),j} - X_{i,j}) & (Y_{(i+1),j} - Y_{i,j}) & (Z_{(i+1),j} - Z_{i,j}) \end{vmatrix}. \quad (11.9)$$

În mod similar, se definesc normalele și la celelalte suprafețe ale poliedrului cu vârful în  $M_{i,j}$ .

Un algoritm de parcurgere a generatoarelor succesive ale zonei efectiv măsurate, vezi (11.2), va permite determinarea vectorului normal la suprafețele plane ale poliedrelor astfel formate pe suprafața efectiv măsurată (11.2).

Modalitatea de reprezentare a suprafeței efectiv măsurate poate permite determinarea curbei caracteristice a suprafeței în mișcarea absolută a acesteia, rotație sau translație, în legătură cu tipul de sculă generatoare căutată.

## 11.2. Ajustarea formei suprafeței măsurate

Există posibilitatea, atunci când numărul de puncte măsurate pe suprafață nu poate fi foarte mare și când există suspiciunea că forma poliedrică de substituție a suprafeței efectiv măsurate se îndepărtează mult de la forma reală a suprafeței, conducând la o variație neuniformă a parametrilor directori ai normalei la suprafețele poliedrale de

substituire, să se facă o ajustare a formei suprafeței măsurate (fitting), încât să nu apară discontinuități în descrierea acesteia.

Aceasta se poate realiza în baza unui produs soft specializat, pornind de la norul de puncte măsurate pe suprafața efectivă și obținerea unui nou nor de puncte, aflat de această dată pe suprafața ajustată, nor de puncte care nu în integralitatea punctelor sale reprezintă puncte efectiv măsurate pe suprafață.

Odată acest nou număr de puncte obținut prin ajustare, matricea de tipul (11.1) se modifică, definindu-se un nou grid de aproximare a suprafeței și noi aproximări ale formelor vectorilor, pornind din punctul  $M_{i,j}$ , vezi (11.5) și (11.6), și figura 11. 3 sau, similar, din punctul  $m_{i,j}$ , pentru gridul ajustat.

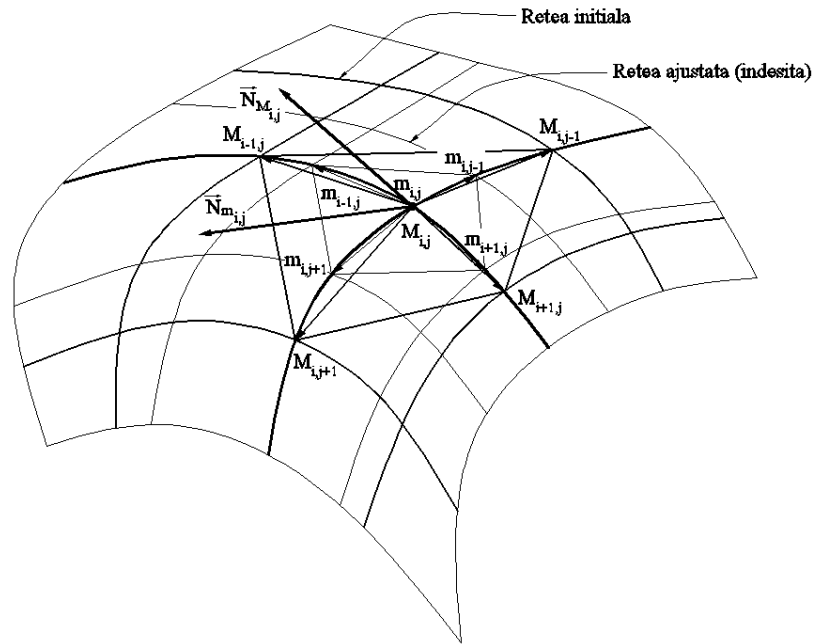


Figura 11. 3. Suprafețe poliedrale: grid inițial ( $M_{i,j}; M_{i,j-1}; M_{i,j+1}; \dots$ ); grid ajustat ( $m_{i,j}; m_{i,j-1}; m_{i,j+1}; \dots$ )

În figura 11. 3, cu  $M_{i,j}, M_{i,j-1}, M_{i,j+1} \dots$  s-au notat nodurile gridului inițial (măsurat) al suprafeței efective și cu  $m_{i,j}, m_{i,j-1}, m_{i,j+1}$  nodurile gridului ajustat.

De asemenea, s-au notat cu  $\vec{N}_{M_{i,j}}$  și  $\vec{N}_{m_{i,j}}$  vectorii normalilor la suprafețele poliedrale cu vârful în punctul curent  $M_{i,j}$  ( $m_{i,j}$ ), pentru cele două forme de grid considerate, inițial (măsurat) și ajustat.

## 11.3. Profilarea sculei disc

### 11.3.1 Curba caracteristică a suprafeței exprimată în formă discretă

Se urmărește a se determina forma curbei caracteristice, în mișcarea de rotație a suprafeței de generat exprimată în formă discretă, (vezi și figura 11. 3), în jurul unei axe, fixă și definită ca poziție, reprezentând axa viitoare a sculei mărginită de o suprafață periferică primară de revoluție – scula disc sau scula cilindru – frontală.

În figura 11. 4, sunt prezentate sistemele de referință și poziția axei viitoare a sculei – disc.

Conform teoremei Novicov, condiția ca punctul  $M_{i,j}$  de pe suprafața  $\Sigma$  să aparțină curbei caracteristice este determinată de intersecția normalei la  $\Sigma$ , în acest punct, cu axa sculei – disc.

Se definesc sistemele de referință:

$XYZ$  este sistemul în care este definită suprafața măsurată;

$X_1Y_1Z_1$  – sistemul de referință solidar axei sculei disc.

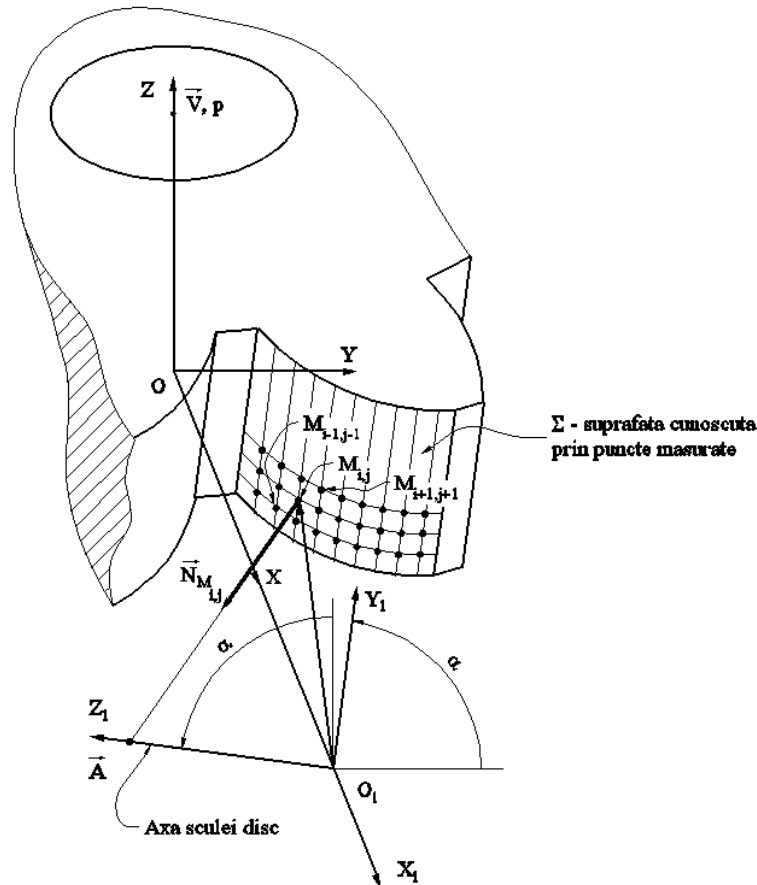


Figura 11. 4. Scula disc - sisteme de referință

$a$  – distanța între axa suprafeței  $\Sigma$  (axa  $\vec{V}$ ) și axa sculei disc.

Mărimile  $\alpha$  și  $a$  sunt mărimi tehnologice. Parametrul unghiular  $\alpha$ , pentru un canal elicoidal aparținând unei suprafețe elicoidale cilindrice și de pas constant, suprafață cunoscută în formă discretă, se determină din condiția ca axa  $\vec{A}$  să fie perpendiculară pe una dintre elicele caracteristice ale suprafeței, în mod obișnuit, pe elicea corespunzătoare diametrului maxim al suprafeței.

Mărimea  $a$ , distanța între cele două axe,  $\vec{A}$  și  $\vec{V}$ , se definește din considerente constructiv tehnologice: dimensiunea transversală a suprafeței de generat și diametrul exterior al viitoarei scule disc.

Condiția ca punctul curent  $M_{i,j}$  al rețelei efective pe suprafața  $\Sigma$  să aparțină curbei de contact cu suprafața de revoluție de axă  $\vec{A}$ , este ca normala la una dintre fețele poliedrului, cu vârful în punctul  $M_{i,j}$ , să intersecteze axa  $\vec{A}$ .

Altfel spus, dacă se definește vectorul de poziție  $\vec{r}_1$ , vezi figura 11. 4, ca vector care unește originea  $O_1$  cu punctul  $M_{i,j}$ ,

$$\vec{r}_1 = (X_{i,j} - a) \cdot \vec{i} + Y_{i,j} \cdot \vec{j} + Z_{i,j} \cdot \vec{k}, \quad (11.10)$$

în care  $X_{i,j}$ ,  $Y_{i,j}$ ,  $Z_{i,j}$  sunt date de (11.2), condiția de intersecție cu axa  $\vec{A}$  a normalei (11.9), poate fi scrisă în forma

$$\left| \left( \vec{A}, \vec{r}_1 \vec{N}_{\Sigma_{i,j}} \right) \right| \leq \varepsilon \quad (11.11)$$

în care,  $\varepsilon$  este o valoare pozitivă, suficient de mică.

Condiția (11.11) trebuie testată pentru toate cele patru fețe laterale ale poliedrului cu vârful în punctul  $M_{i,j}$ . Evident, se acceptă acea normală, pentru care condiția (11.11), în valoare absolută, este cea mai apropiată de zero.

În acest fel, stabilindu-se "fața" poliedrului care corespunde, cel mai îndeaproape, condiției de înfășurare (11.11), se decide "avansul" pentru testarea următorului punct în definirea curbei caracteristice.

Ansamblul punctelor  $M_{i,j}$  care satisfac condiția (11.11) reprezintă caracteristica suprafeței elicoidale în formă discretă, și, implicit, caracteristica suprafeței de revoluție, care constituie suprafața periferică primară a sculei disc.

În principiu, caracteristica  $C_S$ , astfel determinată, poate căpăta o reprezentare de forma

$$C_S = \left\{ \begin{pmatrix} X_{i,j} \\ Y_{i,j} \\ Z_{i,j} \end{pmatrix}^T \right\}, \quad (i=1, \dots, n, j=1, \dots, m). \quad (11.12)$$

Suprafața periferică primară a sculei disc se obține prin rotirea curbei caracteristice (11.12) în jurul axei  $\vec{A}$ , axa sculei disc.

Se poate defini curba caracteristică (11.12) în sistemul de referință al sculei disc, vezi și figura 11. 4, prin transformarea

$$X_1 = \alpha \cdot (X - a) \quad (11.13)$$

în care:

$$\alpha = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}; \quad (11.14)$$

este matricea transformării ortogonale între versorii axelor sistemului  $X_1 Y_1 Z_1$ , față de  $XYZ$ ;

$$a = \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (11.15)$$

matricea formată cu coordonatele originii  $O_1$ , în sistemul  $XYZ$ .

Astfel, ținând seama de (11.12), se poate exprima curba caracteristică, în formă discretă, în sistemul  $X_1 Y_1 Z_1$ , în forma:

$$C_{1S} = \left\{ \begin{pmatrix} X_{1,j} \\ Y_{1,j} \\ Z_{1,j} \end{pmatrix}^T \right\}, \quad (i=1 \dots n), (j=1 \dots m). \quad (11.16)$$

Prin rotirea curbei caracteristice (11.16) în jurul axei  $\vec{A}$  (axa  $Z_1$ ).

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^T \cdot \begin{pmatrix} X_{1,i,j} \\ Y_{1,i,j} \\ Z_{1,i,j} \end{pmatrix}, \quad (11.17)$$

se obține forma suprafeței periferice primare a sculei disc, exprimată cu o familie de cercuri.

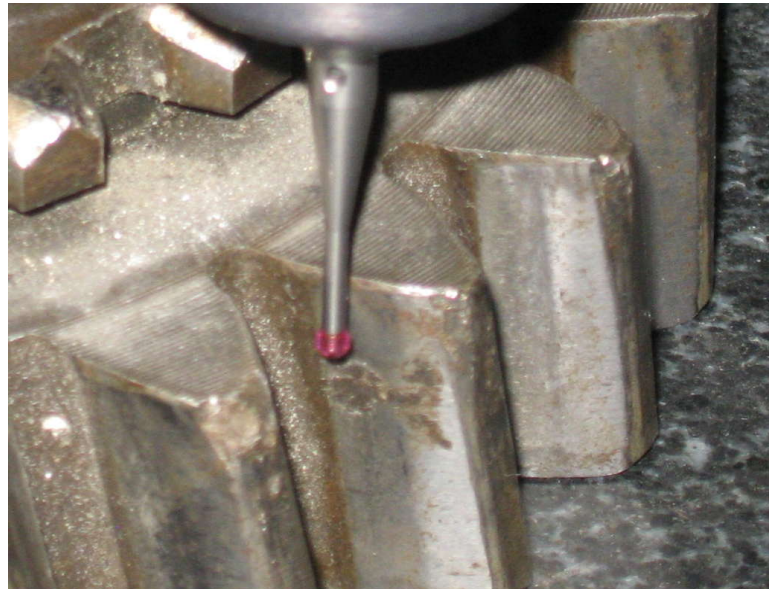
Secțiunea axială a sculei disc se obține din (11.17) în forma:

$$S_A \left\{ \begin{array}{l} R = \sqrt{X_{1,i,j}^2 + Y_{1,i,j}^2}; \\ H = Z_{1,i,j}. \end{array} \right. \quad (11.18)$$

### 11.3.2. Aproximarea punctelor pe suprafața măsurată

Se consideră suprafața măsurată a flancului suprafeței elicoidale cilindrice — flancul evolventic al roții dințate, vezi figura 11. 5.

Pe mașina de măsurat în coordonate 3D MicroHite, au fost determinate, prin măsurare directă, coordonate ale punctelor de pe generatoarele succesive ale flancului, vezi figura 11. 5.



*Figura 11. 5. Măsurarea roții dințate cu dinți înclinați*

În tabelul 11. 1, sunt prezentate coordonate ale punctelor aparținând generatoarelor succesive măsurate pe suprafață ( $Z=\text{const.}$ ).

*Tabelul 11. 1. Puncte discrete măsurate pe generatoare succesive*

Linie $i$	Nr. crt.	X [mm]	Y [mm]	Z [mm]
1	1	-4.53	-65.313	-0.004
	2	-4.62	-65.727	-0.004
	⋮	⋮	⋮	⋮
	19	-8.948	-73	-0.004
	20	-9.307	-73.436	-0.004
2	1	-4.127	-65.196	-1.341
	2	-4.17	-65.548	-1.341
	⋮	⋮	⋮	⋮
	19	-8.457	-73.35	-1.341
	20	-8.778	-73.766	-1.341
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
10	1	-4.1	-65.37	-1.590
	2	-4.294	-66.134	-1.590
	⋮	⋮	⋮	⋮
	19	-8.558	-73.565	-1.591
	20	-9.063	-74.185	-1.591

Ansamblul generatoarelor succesive formează suprafața discretă a flancului de generat, vezi figura 11. 6.

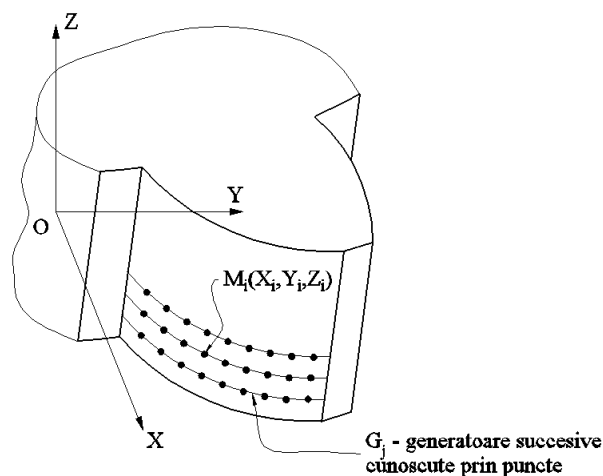


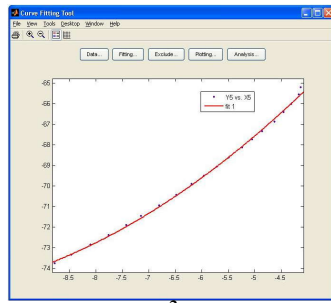
Figura 11. 6. Puncte măsurate pe flancul danturii

Este evident că, suprafața măsurată nu este o suprafață netedă. Este necesară netezirea acesteia, pentru o interpretare riguroasă a datelor măsurate.

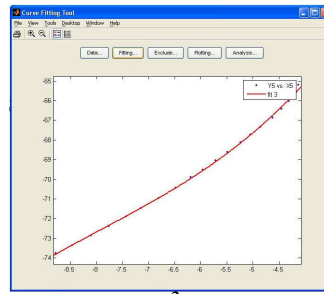
Se propune aproximarea fiecărei generatoare printr-o ecuație polinomială, care să îndeplinească următoarele condiții :- indicele  $R^2$  (adjusted R-square) să fie cât mai apropiat de 1;

- derivata de ordinul 2 a polinomului de substituție să fie o linie dreaptă pentru a fi evitate punctele de pe generatoare în care există variații semnificative ale curburii.

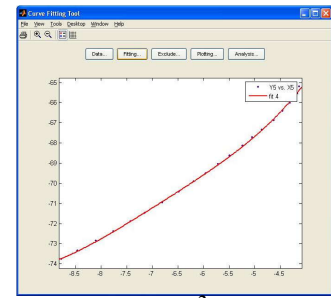
În figura 11. 7 și figura 11. 8, sunt prezentate formele polinoamelor de substituție, pentru aproximarea datelor, precum și derivatele de ordinul unu și doi ale acestor polinoame, în diverse puncte ale funcției de substituție.



grad 2:  $R^2=0.9984$ ;

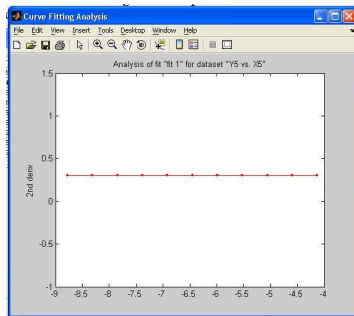


grad 3:  $R^2=0.9992$ ;

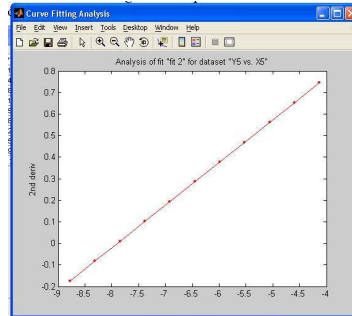


grad 4:  $R^2=0.9995$ ;

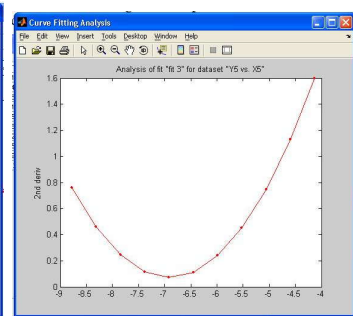
Figura 11. 7. Forma funcției de substituție pentru diferite grade ale polinomului



gradul 2;



gradul 3;



gradul 4;

Figura 11. 8. Derivata de ordinul II

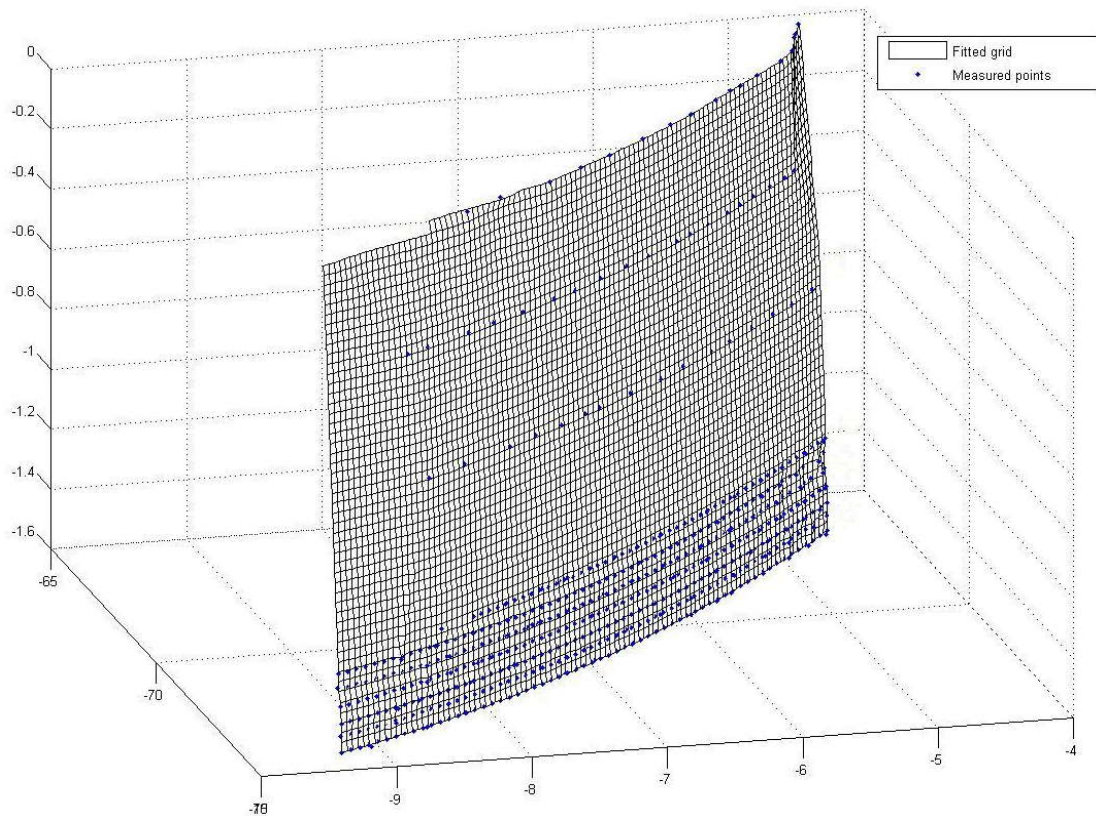
Din analiza formelor prezentate, se poate concluziona că, indicele  $R^2$  are cea mai apropiată valoare de 1 pentru un polinom de aproximare de ordinul 2 pentru care, în același timp, derivata de ordinul doi este liniară, fiind eliminată existența punctelor în care apar variații importante ale curburii.

**Notă** Evident, pentru forme diferite ale suprafeței măsurate, polinomul de substituție va avea forme diferite.

Pentru evaluarea polinomului de substituție a fost utilizat programul MatLab.

În acest mod, toate generatoarele suprafeței au fost approximate prin polinoame de substituție. Facem precizarea că, în funcție de coordonatele măsurate, polinoamele de substituție pot avea grade diferite.

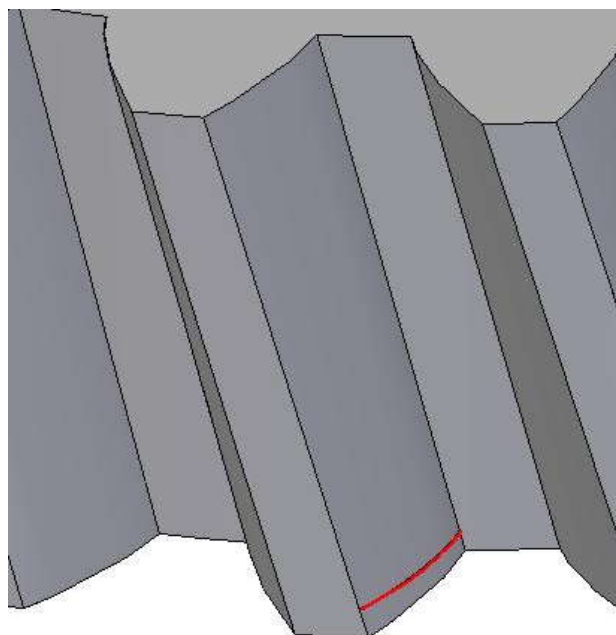
Forma suprafeței substituțite poate fi procesată cu programul MatLab, realizându-se o rețea mai deasă de puncte. În figura 11. 9, este prezentată o captură de ecran a suprafeței netezite.



*Figura 11. 9. Forma suprafeței de substituire*

În tabelul 11. 2, sunt prezentate coordonatele punctelor de pe suprafața care aproximează norul de puncte efectiv măsurat.

Se determină, în concordanță cu algoritmul prezentat, curba caracteristică a suprafeței elicoidale, vezi figura 11.10



*Figura 11. 10. Curba caracteristică la generarea cu scula-disc*



Tabelul 11. 2. Coordonatele punctelor generatoarelor aproximare

Linia <i>i</i>	Nr. crt.	X [mm]	Y [mm]	Z [mm]
1	1	-8.404	-72.476	-0.005
	2	-8.3678	-72.436	-0.005
	⋮	⋮	⋮	⋮
	100	-4.8182	-66.586	-0.005
	101	-4.782	-66.49	-0.005
2	1	-8.404	-72.479	-0.00817
	2	-8.3678	-72.439	-0.00817
	⋮	⋮	⋮	⋮
	100	-4.8182	-66.588	-0.00817
	101	-4.782	-66.492	-0.00817
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
51	1	-8.404	-73.359	-1.59
	2	-8.3678	-73.311	-1.59
	⋮	⋮	⋮	⋮
	100	-4.8182	-67.366	-1.59
	101	-4.782	-67.292	-1.59

Datele de intrare pentru programul de calcul realizat în limbajul de programare Java sunt:  $p=1918.5$  mm;  $D_{ex}=150$  mm;  $z=26$  dinți.

### 11.3.3. Secțiunea axială a sculei disc

În baza algoritmului prezentat se poate calcula secțiunea axială a sculei disc.

În figura 11. 10, este reprezentată curba caracteristică determinată pe suprafața substitutivă a suprafeței măsurată.

În tabelul 11. 3, sunt prezentate coordonatele punctelor de pe curba caracteristică pentru o scula disc având diametrul exterior de 60 mm.

Tabelul 11. 3. Coordonate pe curba caracteristică

Nr. crt.	X [mm]	Y [mm]	Z [mm]
0	-8.505	-54.150	0.452
1	-8.470	-54.200	0.446
2	-8.434	-54.249	0.441
⋮	⋮	⋮	⋮
97	-5.020	-60.149	-0.087
98	-4.984	-60.225	-0.093
99	-4.948	-60.300	-0.099

Determinarea secțiunii axiale a sculei presupune transformarea de coordonate, vezi figura 11.4:

$$\begin{aligned}
 X_1 &= X_{1,j} \cdot \cos \alpha + Z_{1,j} \cdot \sin \alpha; \\
 Y_1 &= Y_{1,j} + a; \\
 Z_1 &= -X_{1,j} \cdot \sin \alpha + Z_{1,j} \cdot \cos \alpha,
 \end{aligned}
 \tag{11.19}$$

astfel încât, sunt determinate coordonatele punctelor aparținând secțiunii axiale, vezi tabelul 11. 4 și figura 11. 11.

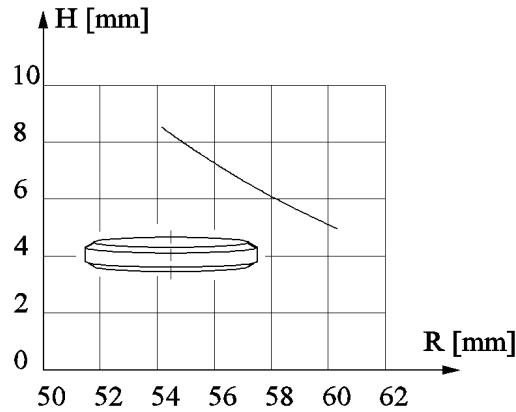


Figura 11. 11. Secțiunea axială a sculei-disc

Tabelul 11. 4.Coordonatele secțiunii axiale a sculei-disc

Nr. crt.	$H = X_1$ [mm]	$R = \sqrt{Y_1^2 + Z_1^2}$ [mm]
0	8.505	54.152
1	8.470	54.201
2	8.434	54.250
⋮	⋮	⋮
97	5.020	60.149
98	4.984	60.225
99	4.948	60.300

## 11.4. Profilarea sculei cilindro-frontală

În mod frecvent, se utilizează, ca sculă generatoare, scula cilindro-frontală, caracterizată de faptul că axa sa este perpendiculară pe axa suprafeței de generat, vezi figura 11. 12.

În principiu, este posibil ca axa sculei să fie suprapusă axei  $Y$  a sistemului de referință,

$$\vec{A} = -\vec{j} . \quad (11.20)$$

Vectorul de poziție al punctului  $M_{i,j}$ , de pe suprafața substitutivă are forma

$$\vec{r} = X_{i,j} \cdot \vec{i} + Y_{i,j} \cdot \vec{j} + Z_{i,j} \cdot \vec{k} , \quad (11.21)$$

cu coordonatele  $X_{i,j}$ ,  $Y_{i,j}$ ,  $Z_{i,j}$  date de (11.2).

Prin urmare, condiția de înfășurare devine

$$\left| \left( \vec{A}, \vec{r}, \vec{N}_{M_{i,j}} \right) \right| \leq \varepsilon \quad (11.22)$$

cu  $\varepsilon = (1 \cdot 10^{-3} \dots 1 \cdot 10^{-2})$ , astfel, fiind posibilă determinarea unui ansamblu de puncte discrete pe suprafața  $\Sigma$ , ansamblu care va reprezenta curba caracteristică.

Ansamblul punctelor  $M_{i,j}$  care satisfac condiția (11.22) reprezintă curba caracteristică a suprafeței elicoidale și, deci, curba caracteristică a suprafeței de revoluție, care constituie suprafața periferică primară a sculei cilindro-frontale.

Principial, caracteristica  $C_S$  poate fi reprezentată în forma

$$C_S = \left\{ \begin{pmatrix} X_{i,j} \\ Y_{i,j} \\ Z_{i,j} \end{pmatrix}^T \right\}, \quad (i=1, \dots, n, j=1, \dots, m). \quad (11.23)$$

Prin rotirea curbei caracteristice (11.23) în jurul axei  $\bar{A}$  (axa  $Y_1$ ), cu parametrul variabil  $\theta$ ,

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_{1,i,j} \\ Y_{1,i,j} \\ Z_{1,i,j} \end{pmatrix}, \quad (11.24)$$

se obține suprafața periferică primară a sculei cilindro-frontală.

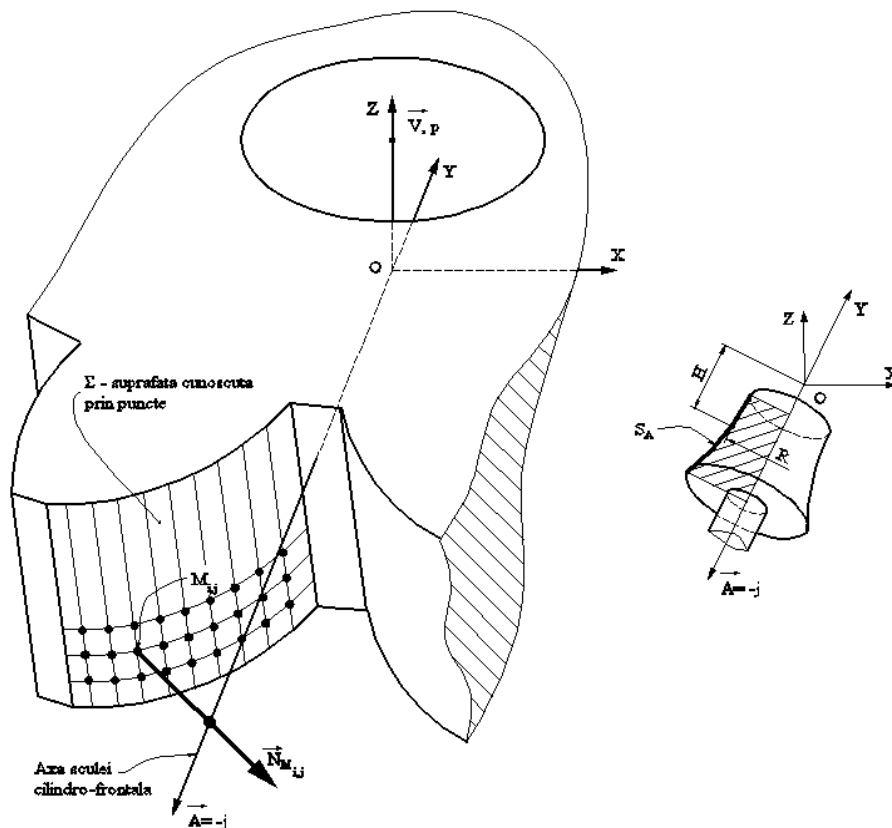


Figura 11. 12. Axa sculei cilindro-frontală

Alegerea corectă a poziției axei  $\bar{A}$  față de vârtejurile de suprafețe elicoidale (cazul danturilor cu dinți înclinați) permite generarea simultană a golului dintre doi dinți succesivi.

În acest caz, finalitatea problemei o constituie determinarea secțiunii axiale a frezei cilindro-frontale, vezi figura 11. 12,

$$S_A \begin{cases} H = -Y_{i,j}; \\ R = \sqrt{X_{i,j}^2 + Z_{i,j}^2}. \end{cases} \quad (11.25)$$

În ecuațiile (11.25), s-au notat cu  $X_{i,j}$ ,  $Y_{i,j}$ ,  $Z_{i,j}$ , coordonatele curbei caracteristice, coordonate în care punctele de pe suprafața elicoidală (11.21) îndeplinesc condiția (11.22).

### 11.4.1. Aproximarea punctelor pe suprafața măsurată

Se consideră suprafața măsurată a flancului suprafeței elicoidale cilindrice — flancul evolventic al roții dințate, vezi figura 11. 13.

Pe mașina de măsurat în coordonate 3D MicroHite, au fost determinate, prin măsurare directă, coordonate ale punctelor de pe generatoarele succesive ale flancului, figura 11. 13.

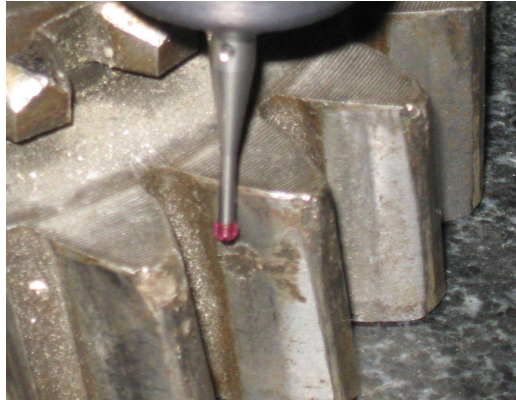


Figura 11. 13. Măsurarea roții dințate cu dinți înclinați

În tabelul 11. 5, sunt prezentate coordonate ale punctelor aparținând generatoarelor ( $Z=\text{const.}$ ), succesiv măsurate pe suprafață.

Tabelul 11. 5. Puncte discrete măsurate pe generatoare succesive

Linia $j$	Nr. crt.	X [mm]	Y [mm]	Z [mm]
1	1	222.332	148.352	-450.206
	2	224.289	150.942	-450.207
	3	225.450	152.822	-450.207
	4	226.086	154.019	-450.206
	5	227.149	156.324	-450.207
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
5	1	221.968	147.720	-452.001
	2	223.809	149.664	-452.001
	3	225.382	152.003	-452.001
	4	226.496	154.047	-452.000
	5	227.328	155.798	-452.000

Ansamblul generatoarelor succesive formează suprafața discretă a flancului de generat, vezi figura 11. 14.

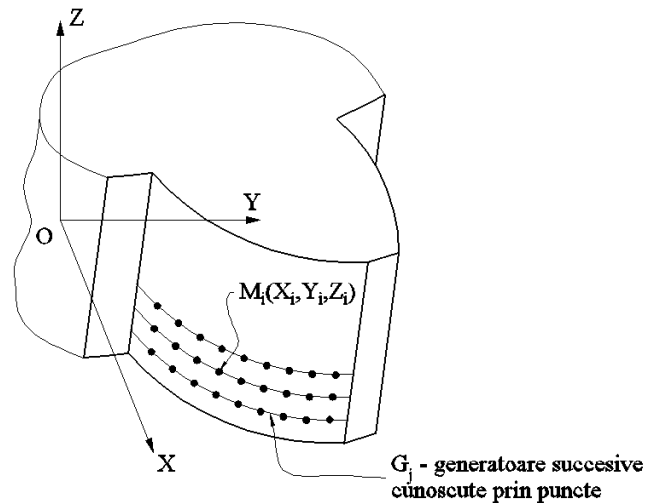


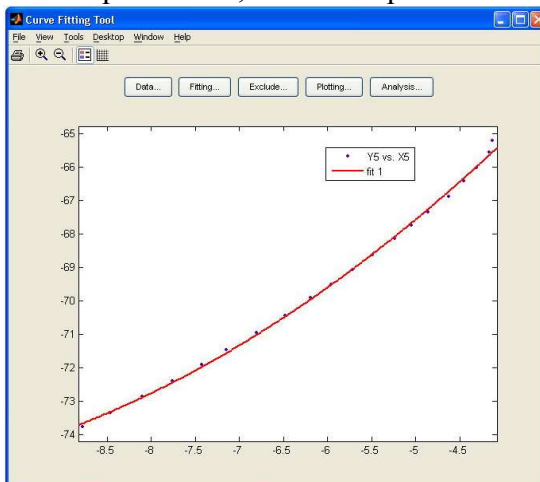
Figura 11. 14. Puncte măsurate pe flancul danturii

Suprafața măsurată nu este o suprafață netedă fiind necesară netezirea acesteia, pentru o interpretare riguroasă a datelor măsurate.

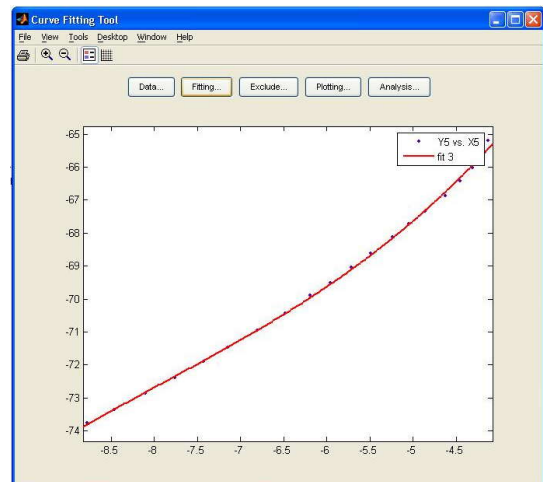
Se propune aproximarea fiecărei generatoare printr-o ecuație polinomială care să îndeplinească următoarele condiții :

- indicele  $R^2$  (adjusted R-square) să fie cât mai apropiat de 1;
- derivata de ordinul 2 a polinomului de substituție să fie o linie dreaptă pentru a fi evitate punctele de pe generatoar, în care există variații semnificative ale curburii.

În figura 11. 15 și figura 11. 16, sunt prezentate formele polinoamelor de substituție pentru aproximarea datelor, precum și derivatele de ordinul unu și doi ale acestor polinoame, în diverse puncte ale funcției de substituire.

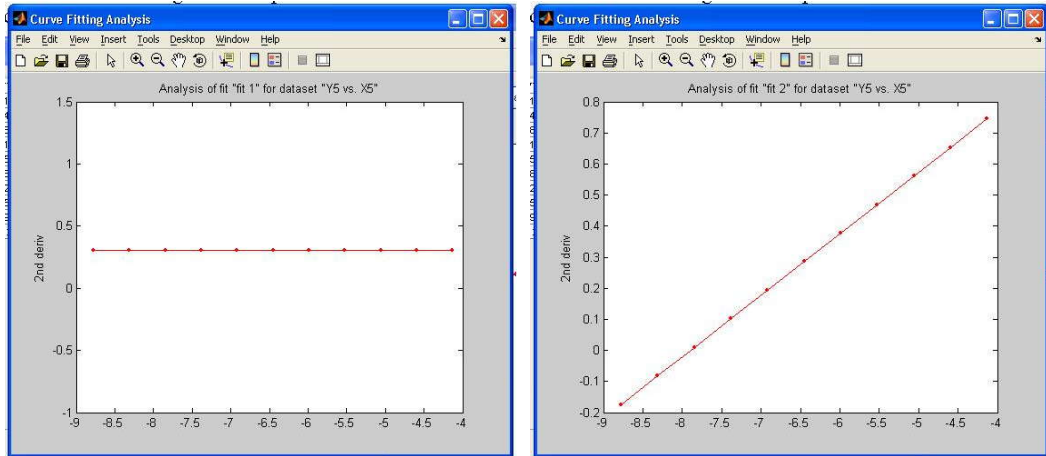


grad 2:  $R^2=0.9984$ ;



grad 3:  $R^2=0.9992$ ;

Figura 11. 15. Forma funcției de substituție pentru diferite grade ale polinomului



gradul 2;

gradul 3;

Figura 11. 16. Derivata de ordinul II

Din analiza formelor prezentate, se poate concluziona că indicele  $R^2$  are cea mai apropiată valoare de 1 pentru un polinom de aproximare de ordinul 2 pentru care, în același timp, derivata de ordinul doi este liniară, fiind eliminată existența punctelor în care apar variații importante ale curburii.

În acest mod, toate generatoarele suprafeței au fost approximate prin polinoame de substituie. Facem precizarea că, în funcție de coordonatele măsurate, polinoamele de substituie pot avea grade diferite.

Forma suprafeței substituite poate fi procesată cu programul Curve fitting Tools din MatLab, realizându-se o rețea mai deasă de puncte. În figura 11. 17, este prezentată o captură de ecran a suprafeței netezite.

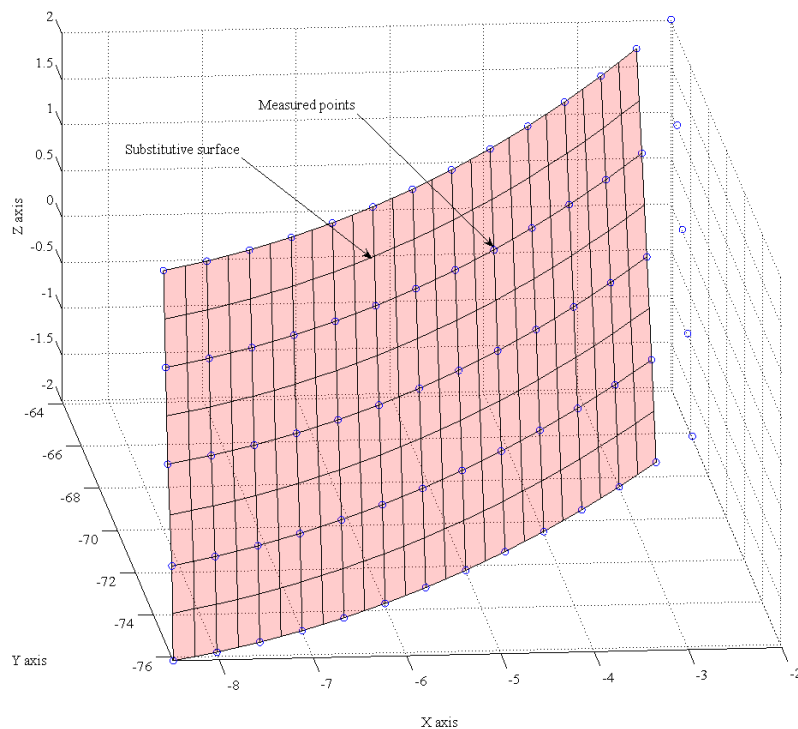


Figura 11. 17. Forma suprafeței de substituie (Curve Fitting Tools)

În

tabelul 11. 6, sunt prezentate coordonatele punctelor de pe suprafața care aproximează norul de puncte efectiv măsurat și, în figura 11. 18, forma curbei caracteristice, la generarea cu scula cilindro- frontală.

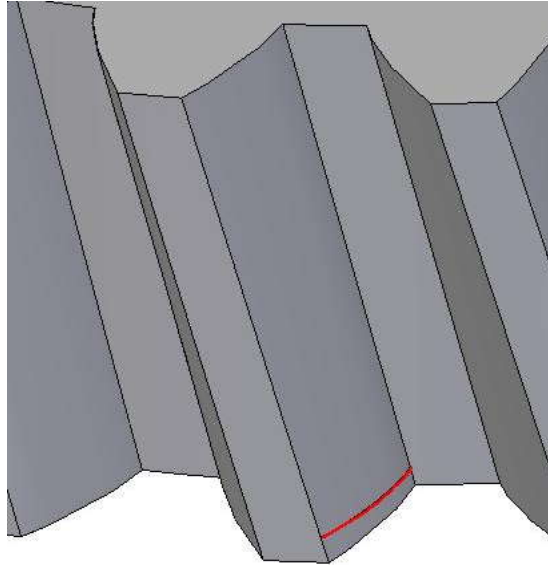


Figura 11. 18. Curba caracteristică la generarea cu scula cilindro- frontală

Tabelul 11. 6. Coordonatele punctelor generatoarelor approximate

Linia $j$	Nr. crt.	$X_1$ [mm]	$Y_1$ [mm]	$Z_1$ [mm]
1	1	-8.407	-75.045	-2.000
	2	-6.501	-73.030	-2.000
	3	-5.082	-70.822	-2.000
	4	-3.963	-68.659	-2.000
	5	-2.955	-66.306	-2.000
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
5	1	-6.884	-74.789	2.000
	2	-5.357	-72.750	2.000
	3	-4.154	-70.796	2.000
	4	-3.332	-69.196	2.000
	5	-2.353	-67.000	2.000

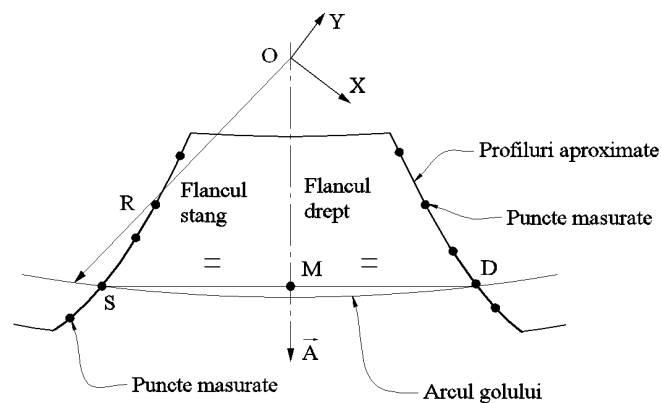


Figura 11. 19. Forma suprafeței aproximată

Scula cilindro-frontală pentru generarea golului dintre doi dinți presupune alegerea axei  $\vec{A}$  ca axă de simetrie a golului dintre doi dinți succesivi. Acest lucru necesită cunoașterea a două generatoare pe flancurile aceluiași gol al dinților, în planul paralel cu planul frontal, vezi figura 11. 20.

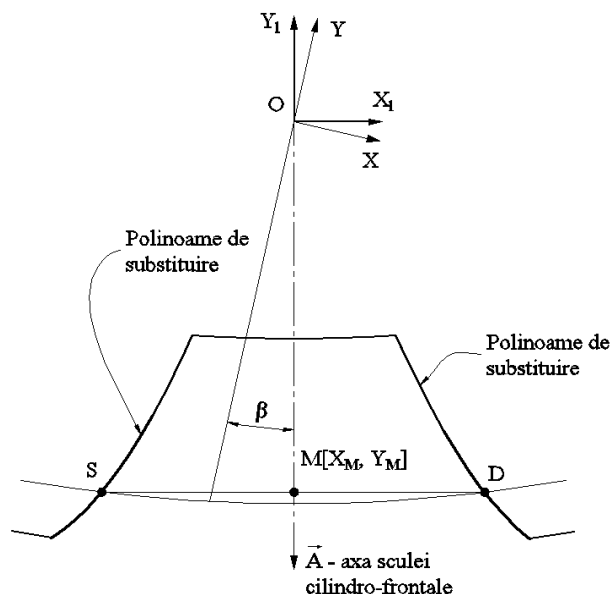


Figura 11. 20. Determinarea generatoarelor pe flancurile anti-omoloage

Pentru punctele măsurate în același plan,  $Z = const.$ , cele două flancuri măsurate sunt substituite cu profiluri cunoscute prin polinoame de grad superior și, apoi, se face intersecția acestora cu un arc de cerc având raza arbitrară. În acest fel, sunt determinate punctele  $S$  și  $D$  pe coarda arcului  $\widehat{SD}$ . Linia care unește punctele  $O$  și  $M$  (punctul de mijloc al segmentului  $\overline{SD}$ ) este axa de simetrie a golului dintre doi dinți și poate fi considerată ca axă a sculei cilindro-frontală.

Tabelul 11. 7. Coordonate ale punctelor de pe generatoare succesive

Linia $j$	Nr. crt.	$X_1$ [mm]	$Y_1$ [mm]	$Z_1$ [mm]
1	1	-8.500	-76.179	-2.000
	2	-8.400	-76.165	-2.000
	⋮	⋮	⋮	⋮
	60	-2.600	-75.131	-2.000
	61	-2.500	-75.107	-2.000
2	1	-8.500	-76.107	-1.900
	2	-8.400	-76.089	-1.900
	⋮	⋮	⋮	⋮
	60	-2.600	-75.051	-1.900
	61	-2.500	-75.027	-1.900
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
41	1	-8.500	-67.358	2.000
	2	-8.400	-67.308	2.000
	⋮	⋮	⋮	⋮
	60	-2.600	-65.236	2.000



	<b>61</b>	-2.500	-65.175	2.000
--	-----------	--------	---------	-------

În tabelul 11. 7, sunt prezentate coordonatele suprafeței de substituie a norului de puncte măsurat inițial ( $R_m$ ,  $H_m$ ) și ale punctelor profilului de substituție ( $R_t$ ,  $H_t$ ). Aceste coordonate au fost determinate aplicând algoritmul prezentat într-un produs informatic, elaborat anterior, care permite determinarea curbei caracteristice și a secțiunii axiale ale unei scule mărginite de suprafețe periferice primare de revoluție.

Neuniformitatea punctelor de pe secțiunea axială necesită netezirea curbei obținute, utilizând un polinom de aproximare de gradul 4, care va asigura o formă suficient de netedă a curbei. În acest mod, se obțin coordonatele secțiunii axiale prezentate în tabelul 11. 8.

Erorile de aproximare determinate cu instrumentul Curve Fitting din cadrul programului MatLab au următoarele valori: R-square=0.9993; Adjusted R-square=0.9991.

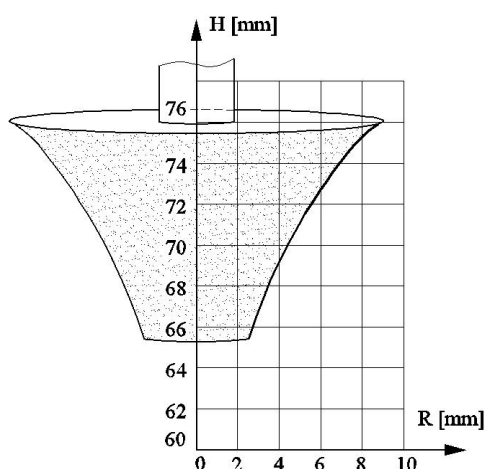


Figura 11. 21. Secțiunea axială a sculei cilindro-frontală

Tabelul 11. 8. Coordonatele punctelor pe secțiunea axială înainte de netezire

Nr. crt.	$R_m$ [mm]	$H_m$ [mm]	$R_t$ [mm]	$H_t$ [mm]
0	9.008	76.036	9.008	76.030
1	7.433	74.646	8.667	75.847
2	7.147	74.289	8.327	75.591
3	6.911	73.995	7.987	75.277
4	6.758	73.802	7.646	74.913
5	6.504	73.451	7.306	74.510
6	6.379	73.273	6.965	74.075
7	5.918	72.609	6.625	73.613
8	5.566	72.055	6.285	73.127
9	5.543	72.017	5.944	72.620
10	5.240	71.511	5.604	72.091
11	4.681	70.509	5.263	71.538
12	4.670	70.488	4.923	70.958
13	4.550	70.256	4.583	70.345
14	4.100	69.361	4.242	69.692
15	3.590	68.267	3.902	68.990
16	3.482	68.016	3.561	68.227
17	3.021	66.948	3.221	67.392

18	2.668	66.077	2.881	66.469
19	2.540	65.206	2.540	65.441

## 11.1 Sinteza unui produs informatic specializat

A fost dezvoltat un set de aplicații software, care acoperă o sferă largă a domeniilor de aplicabilitate ale metodologiilor propuse în proiect. Toate aplicațiile folosesc polinoame Bezier pentru a substitui profiluri teoretice sau măsurate, putând, astfel, aplica teoremele fundamentale ale generării prin înfășurare - teoreme analitice - chiar și în cazurile profilurilor cunoscute discret (măsurate). Mai mult, algoritmul de calcul a fost în cele mai multe cazuri simplificat, aplicând *condițiile de înfășurare specifice* pentru un număr redus de puncte – punctele de control ale polinoamelor substituente.

Aceste aplicații au fost dezvoltate sub forma unor appleturi Java și integrate într-o aplicație web unitară (figura 11. 22).

Aplicațiile au fost împărțite în două mari categorii:

- **2D** – grupează acele aplicații menite a proiecta scule generatoare de vârtejuri de suprafețe cilindrice sau cilindrice elicoidale, pentru a căror proiectare este suficientă analiza bidimensională (într-un plan transversal) a mișcărilor de generare; este vorba de proiectarea sculei cremalieră, a cuțitului rotativ și a cuțitului roată.
- **3D** – grupează acele aplicații referitoare la proiectarea sculelor de generare a suprafețelor elicoidale, necesitând o analiză tridimensională a mișcărilor de generare; condiția de înfășurare este exprimată, de obicei, ca îndeplinirea coplanarității dintre axa sculei, vectorul normal la suprafața elicoidală și vectorul ce unește centrul sculei cu punctul curent de pe suprafața elicoidală de generat. Sunt vizate: scula disc, cilindro-frontală, scula cilindrică, inelară, inelară-tangențială și scula melc (problema specifică contactului punctiform între suprafețele în înfășurare).

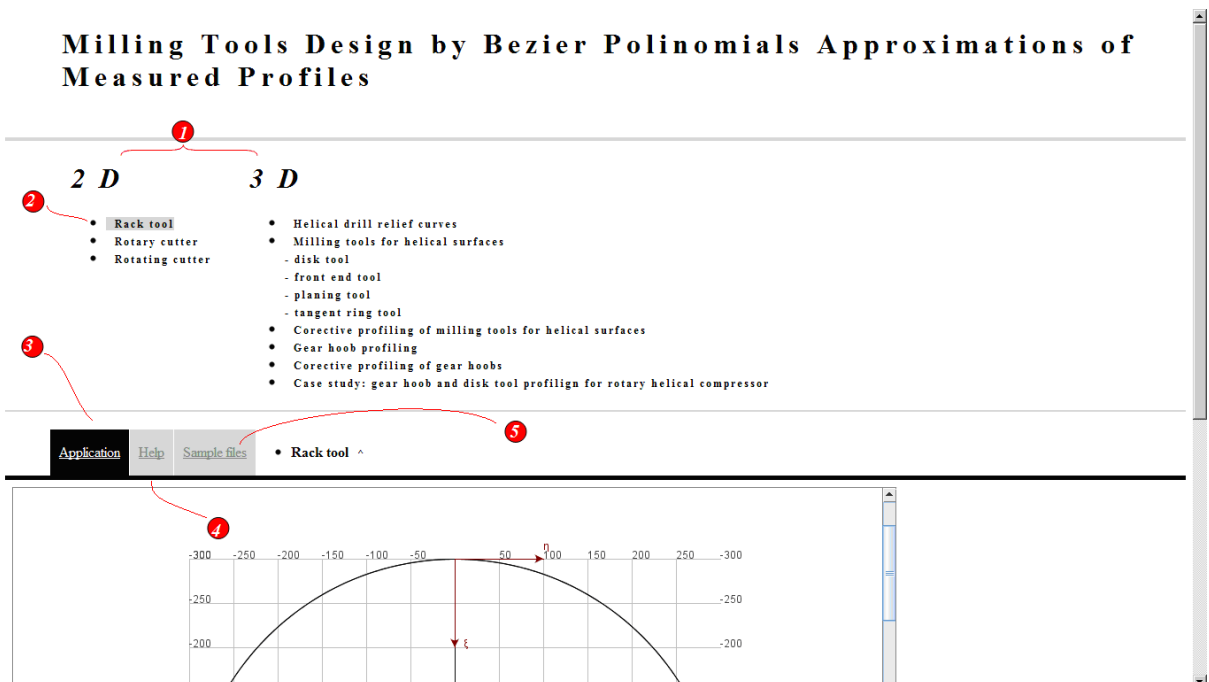


Figura 11. 22. Meniul principal

### Scula cremaliera (Rack tool)

Se definește un ansamblu de profiluri elementare reprezentând profilul transversal al piesei de generat. Aplicația permite calculul profilului sculei cremalieră ce generează prin înfășurare un vârtej ordonat de suprafețe. De asemenea, se calculează un profil aproximativ al sculei cremalieră, utilizând polinoame Bezier. Eroarea de aproximare este determinată tot în cadrul programului.

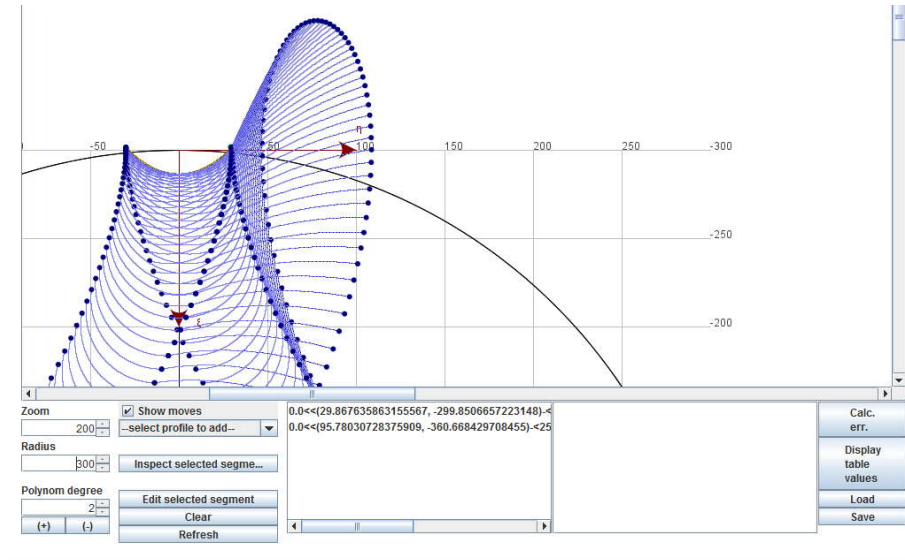


Figura 11. 23. Captura de ecran – aplicație scula cremalieră

### Cuțitul roată (Rotary cutter)

Funcționalitatea este similară celei descrise în secțiunea anterioară însă aplicația calculează profilul cuțitului roată, care generează profilul definit (figura 11. 24)

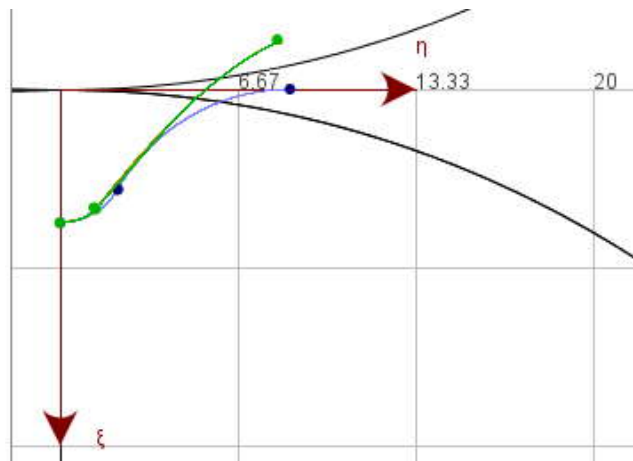


Figura 11. 24. Captura ecran – aplicație cuțitul roată

### Cuțitul rotativ (Rotating cutter)

Funcționalitatea este similară celei descrise în secțiunea anterioară însă aplicația calculează profilul cuțitului rotativ ce generează profilul ce reprezintă secțiunea axială unei suprafețe cilindrice elicoidale de pas constant ( cazul generării prin strunjire a melcilor, figura 11. 25)

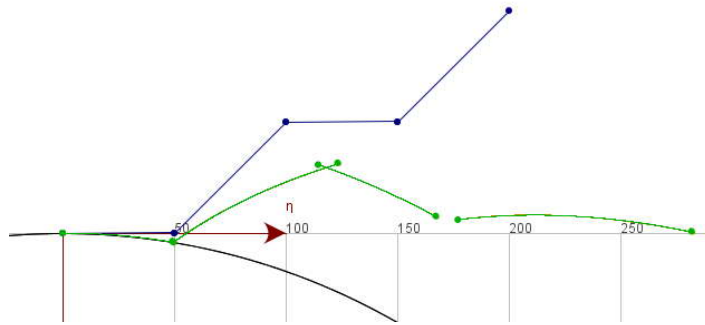


Figura 11. 25. Captura ecran – aplicație cuțitul rotativ

### Curbe de detalonare – ascuțire burghiu (Helical drill relief curves)

Aplicația permite introducerea unui set de puncte măsurate pe suprafața corpului abraziv de ascuțire a burghiului. Aplicația aproximează setul de puncte măsurate printr-un polinom Bezier de grad III și trasează curbele de detalonare ale burghiului astfel ascuțit. Principalele elemente vizuale ale aplicație sunt descrise mai jos (figura 11. 26):

- 1 – zona în care sunt afișate curbele de detalonare ale burghiului;
- 2 – permite încărcarea unui fișier CSV conținând punctele măsurate ale corpului abraziv de ascuțire;
- 3 – numărul de puncte măsurate;
- 4 – valorile măsurate;
- 5 – calculează limitele de variație ale parametrului R0;
- 6 – afișează limitele parametrului R0;
- 7 – parametrii caracteristici ai burghiului;
- 8 – trasează curbele de detalonare;
- 9 – afișează rezultatele în formă tabelară.

Load	x0	y0	z0	x1	y1	z1	x2	y2	z2
	0.1	0.2	-10	0.2	0.3	-20	0.1	0.4	-30

Limite R0:  
 min:20.397046615021694  
 max:28.863168284541125

Figura 11. 26. Captura ecran – aplicație curbe de detalonare

## 11.5. Elaborarea unui produs informatic specializat

### Scule de prelucrare a suprafețelor elicoidale (Milling tools for helical surfaces)

S-a analizat problema suprafețelor elicoidale cilindrice de pas constant cu profiluri transversale reprezentate de curbe elementare (arc de cerc, segment de dreaptă, evolventă) drept generatoare a suprafeței elicoidale ce se dorește a fi prelucrată. Aplicația determină profilul teoretic al sculei așchetoare (scula disc, cilindro-frontală, cilindrică, inelară, inelară tangențială). Mai mult, aplicația poate calcula profilul aproximativ al sculei, folosind o aproximare prin polinoame Bezier a unui profil teoretic dat sau a unui set de puncte măsurate. Eroarea de aproximare este calculată și afișată. Elementele vizuale ale aplicației sunt descrise mai jos:

- 1 – zona principală în care sunt afișate modelele 3D ale suprafețelor elicoidale;
- 2 – poate fi definit un profil teoretic *arc de cerc*, ca generatoare în planul (transversal/axial), definindu-se: mărimea unghiului de variație, raza și centrul cercului corespunzător;
- 3 – poate fi definită *ocurbă de tip evolventă* prin: modul ( $m$ ), numărul dinților ( $z$ ) și unghiul de variație;
- 4 – poate fi definit un *segment de dreaptă* în plan axial prin: unghi de înclinare, diametrul interior ( $D_0$ ) și diametrul exterior ( $D$ ) (9);
- 5 – se definește un *polinom de aproximare* pentru un set de puncte măsurate introduse de către utilizator sau încărcate dintr-un fișier CSV;
- 6 – afișează secțiunea axială a sculei;
- 7 – afișează proiecțiile generatoarei elicoidale;
- 8 – se selectează tipul sculei: disc, cilindro-frontală, cilindrică, inelară, inelară tangențială;

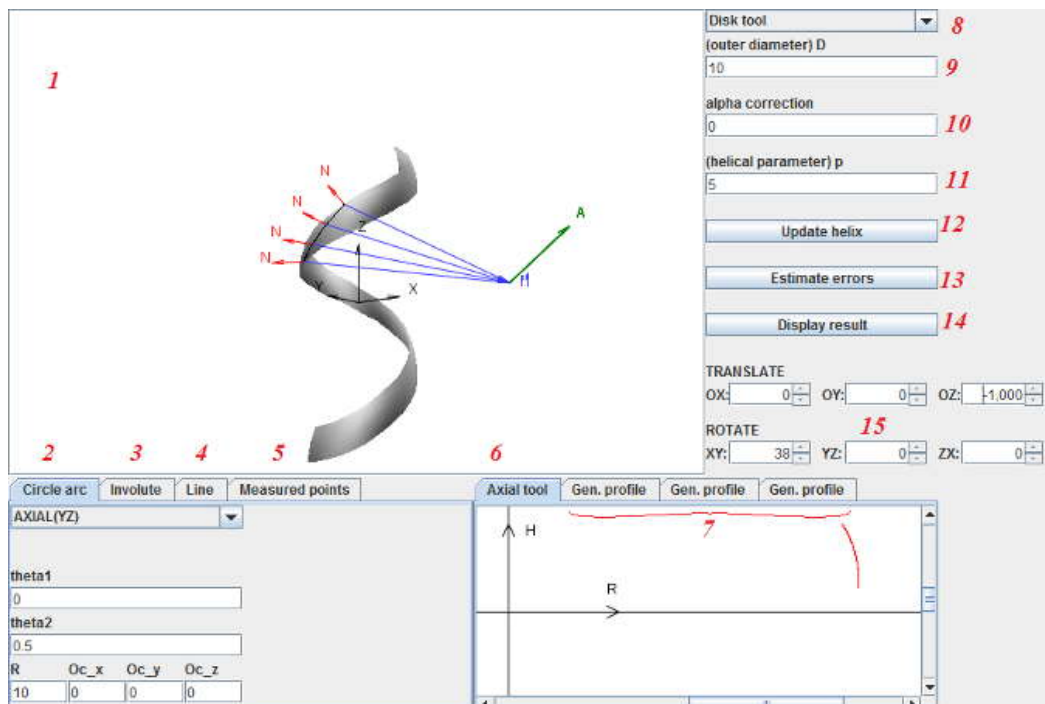


Figura 11. 27. Captură ecran – Aplicație suprafețe elicoidale:scula disc, cilindro-frontală, cilindrică, scula inelară

- 9 – diametrul exterior al smifabricatului;
- 10 – unghiul de ajustare al axei sculei (doar pentru scula disc);
- 11 – parametrul elicoidal;

- 12 – reconstruiește suprafața elicoidală după schimbarea unor parametri;
- 13 – calculează profilul teoretic, curba caracteristică și eroarea de aproximație dintre profilul teoretic și profilul aproximat, calculat, al sculei;
- 14 – afișează rezultate în format tabelar;
- 15 – controlează poziția de afișare a suprafeței elicoidale.

### Profilarea corectivă a sculelor de prelucrare a suprafețelor elicoidale (Milling tools for helical surfaces)

Se definește un profil teoretic, drept generatoarea suprafeței elicoidale, printr-o mulțime densă de puncte. De asemenea, se definește o mulțime de puncte măsurată, corespunzătoare profilului teoretic. Aplicația folosește un mecanism de “oglundire” pentru profilarea corectivă a sculei. Se aplică două metode de corecție:

- se oglindesc toate punctele măsurate față de profilul teoretic și mulțimea astfel obținută este aproximată printr-un polinom Bezier;
- se aproximează mulțimea de puncte măsurate cu un polinom Bezier, se oglindesc nodurile polinomului față de profilul teoretic, obținându-se, astfel, un nou polinom Bezier ce aproximează profilul.

Aplicația determină eroarea (diferența maximă) dintre profilurile axiale ale sculelor obținute pentru cele două profiluri oglundite (corectate).

Aplicația este derivată din aplicația descrisă în secțiunea “*Scule de prelucrare a suprafețelor elicoidale*” iar elementele vizuale sunt asemănătoare, deosebite fiind elementele următoare (figura 11. 28):

- 2 – se definește un set dens de puncte corespunzătoare profilului teoretic, introduse de către utilizator sau încărcate dintr-un fișier CSV;
- 3 – se definește un set dens de puncte măsurate (introduse) de către utilizator sau încărcate dintr-un fișier CSV;

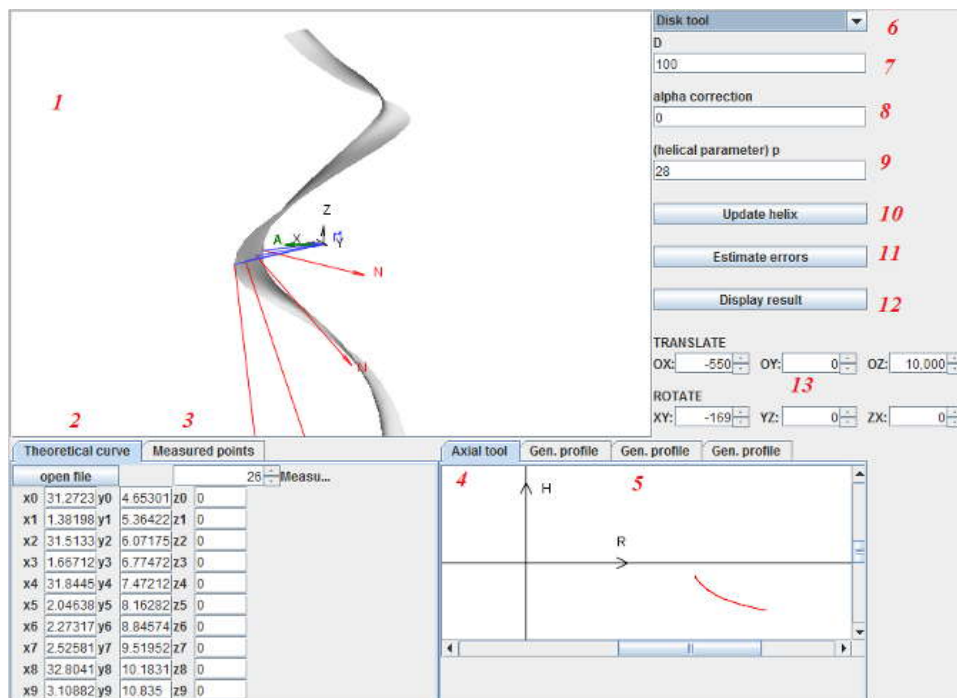


Figura 11. 28. Captură ecran – aplicație profilarea corectivă – scule suprafețe elicoidale

## Profilarea sculei melc

Aplicația este o extindere a aplicației descrisă în secțiunea “*Scule pentru prelucrarea suprafețelor elicoidale*”. Se definește profilul semifabricatului ca un profil compus din profiluri elementare (profilul piesei de generat). Aplicația determină profilul cremalierii ce generează piesa și, mai mult, generează profilul sculei melc înfășurătoare cremalierii. Algoritmul de calcul este, de asemenea, bazat pe polinoame Bezier. Elementele vizuale ale aplicației (figura 11. 29) diferă față de cele prezentate în secțiunea “*Scule pentru prelucrarea suprafețelor elicoidale*” prin:

- 14 – se afișează o nouă fereastră pentru a configura diverși parametri ai sculei melc (figura 11. 30) ;
- 18 - modelul suprafeței periferice primare a sculei melc;
- 19 – raza sculei ( mm);
- 20 – unghiul de înclinare al axei sculei melc;
- 21 – parametrul elicoidal ( mm);
- 22 – pasul circular al vârtejului de suprafețe ale piesei ( mm) ;
- 23 – redesenează suprafața sculei melc după modificarea parametrilor;
- 24 – calculează profilul teoretic, curba caracteristică și eroarea de aproximare dintre secțiunea teoretică a sculei melc și cea calculată prin aproximări cu polinoame Bezier ;
- 25 – afișează rezultatele în formă tabelară;
- 26 – controlează poziția suprafeței;

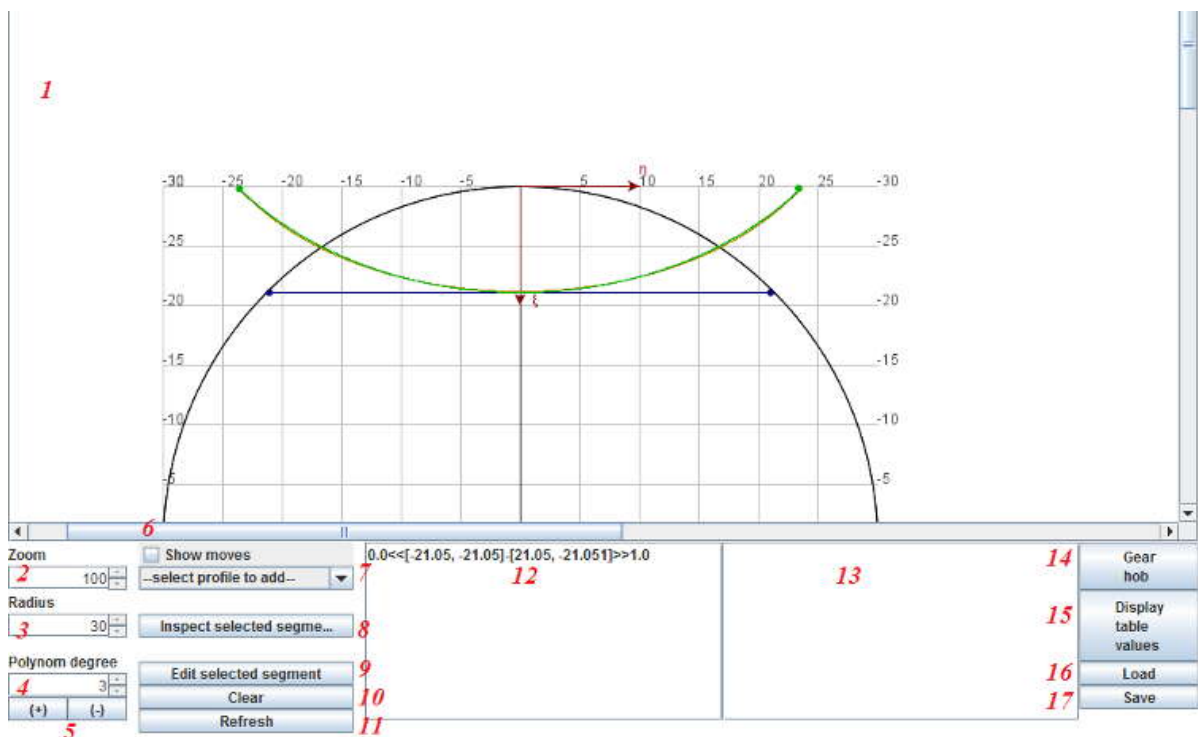


Figura 11. 29. Captura ecran aplicație scula melc – profilul transversal al piesei și al cremalierii

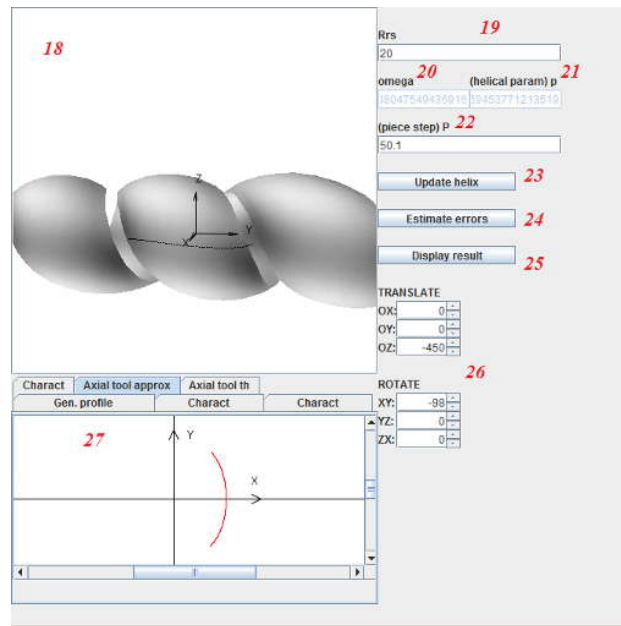


Figura 11. 30. Suprafața periferică primară a sculei melc

### Profilarea corectivă a sculei melc

Aplicația combină o serie de elemente deja prezentate în aplicațiile anterioare (secțiunile “Profilarea corectivă a sculelor de prelucrare a suprafețelor elicoidale”, “Profilarea sculei melc”). Se definește un profil măsurat și un profil teoretic al piesei. Aplicația determină “oglundirea” profilului măsurat și, pe baza acestui nou profil oglundit, se determină profilul sculei cremalieră și al sculei melc corespunzătoare (profilul corectat al sculei).

### Studiu de caz: profilarea sculei melc și a sculei disc pentru generarea rotoarelor compresoarelor elicoidale

Pornind de la profilul cremalierii reciproc înfășurătoare secțiunilor transversale ale rotoarelor compresorului elicoidal, aplicația determină profilurile sculei melc și ale sculei disc pentru generarea rotoarelor. Profilul cremalierii este compus din profiluri elementare (arce de cerc și segmente de dreaptă) și prezintă o discontinuitate. Discontinuitatea este suplinită prin două polinoame Bezier de gradul II (figura 11. 31) .

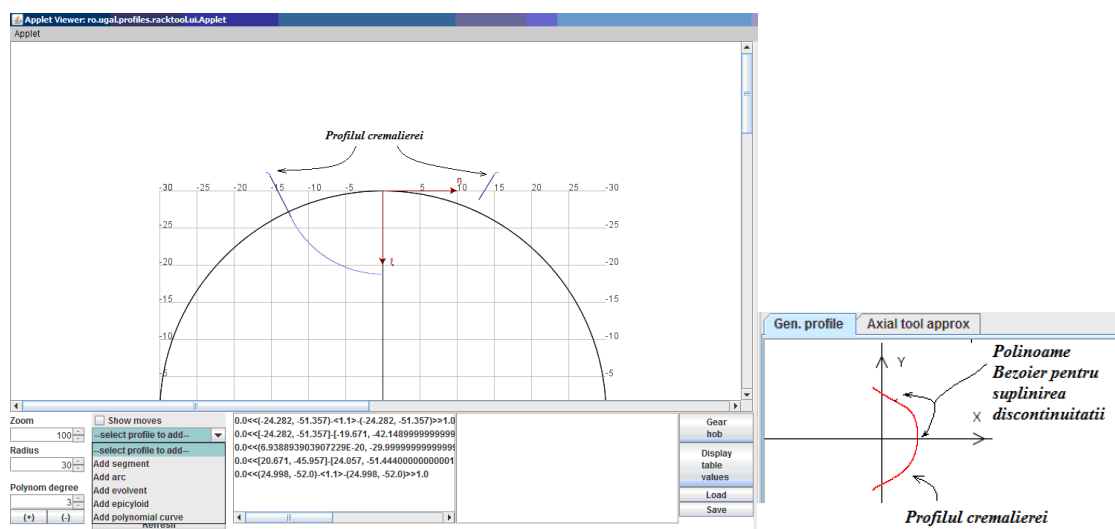


Figura 11. 31. Profilul cremalierii



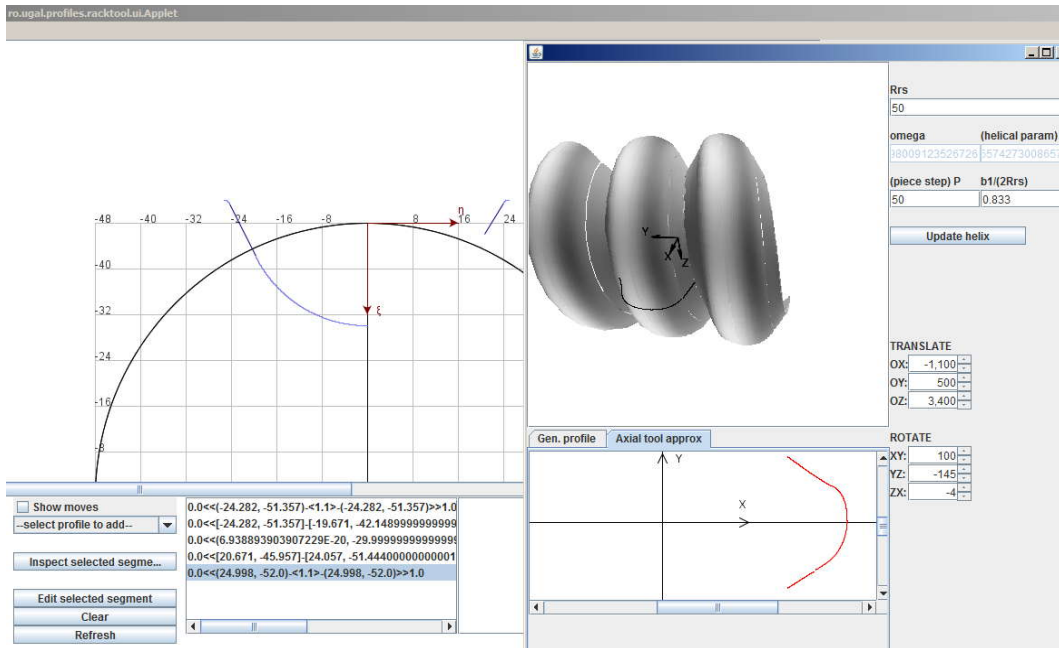


Figura 11. 32. Scula melc

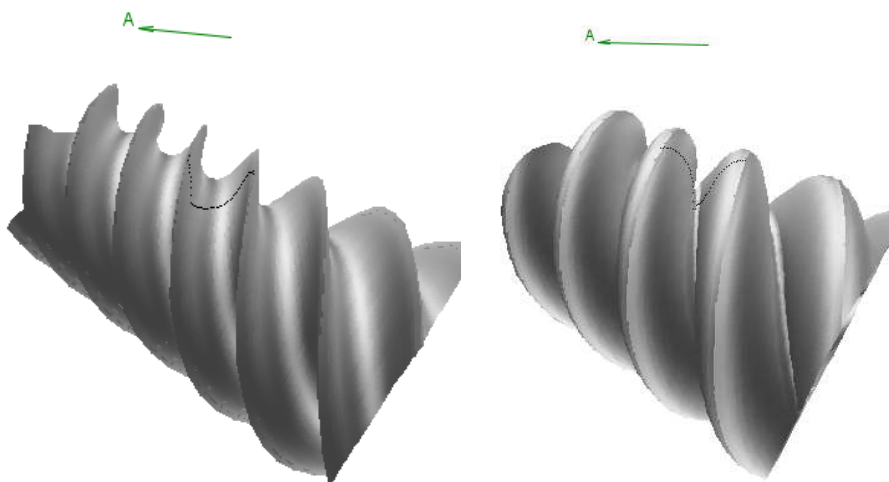
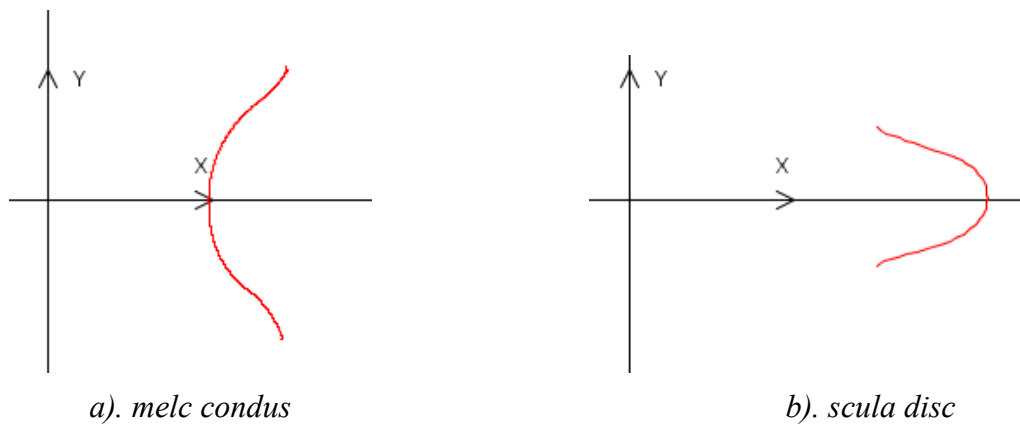


Figura 11. 33. Rotorii compresorului



a). melc condus

b). scula disc

Figura 11. 34. Profilul melcului condus și al sculei disc

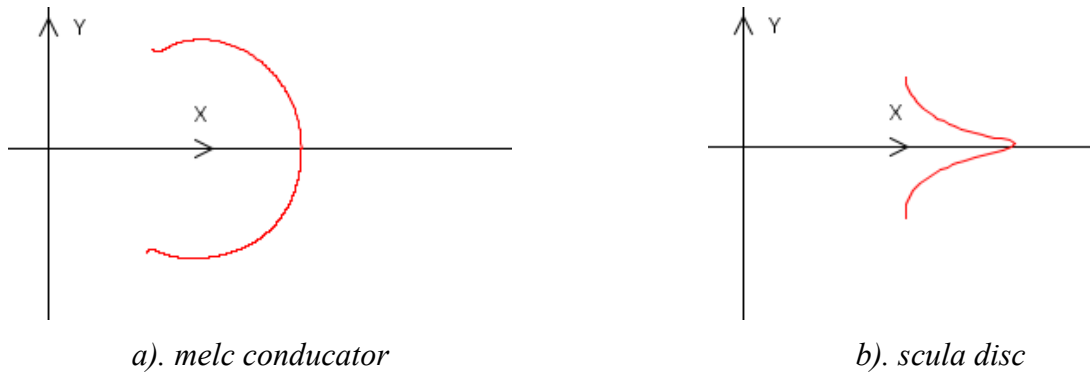


Figura 11. 35. Profilul melcului conducător și al sculei disc

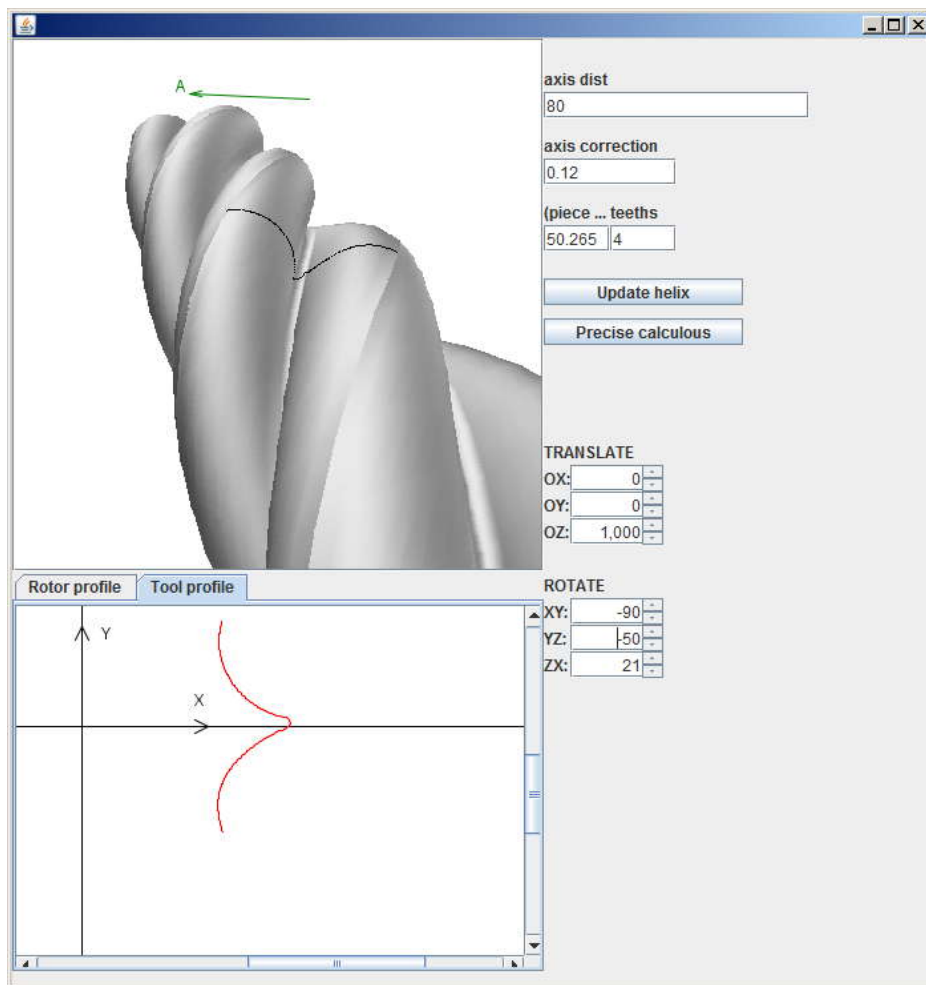


Figura 11. 36. Profilarea sculei disc pentru generarea rotorilor

În figurile 11.32-11.36, sunt prezentate elementele generate cu programul propus referitoare la profilarea sculei melc și profilarea de corecție a acestei scule. Totodată, sunt prezentate profiluri ale sculelor disc generatoare a melcilor componenți ai compresorului elicoidal, determinate în baza programului prezentat.